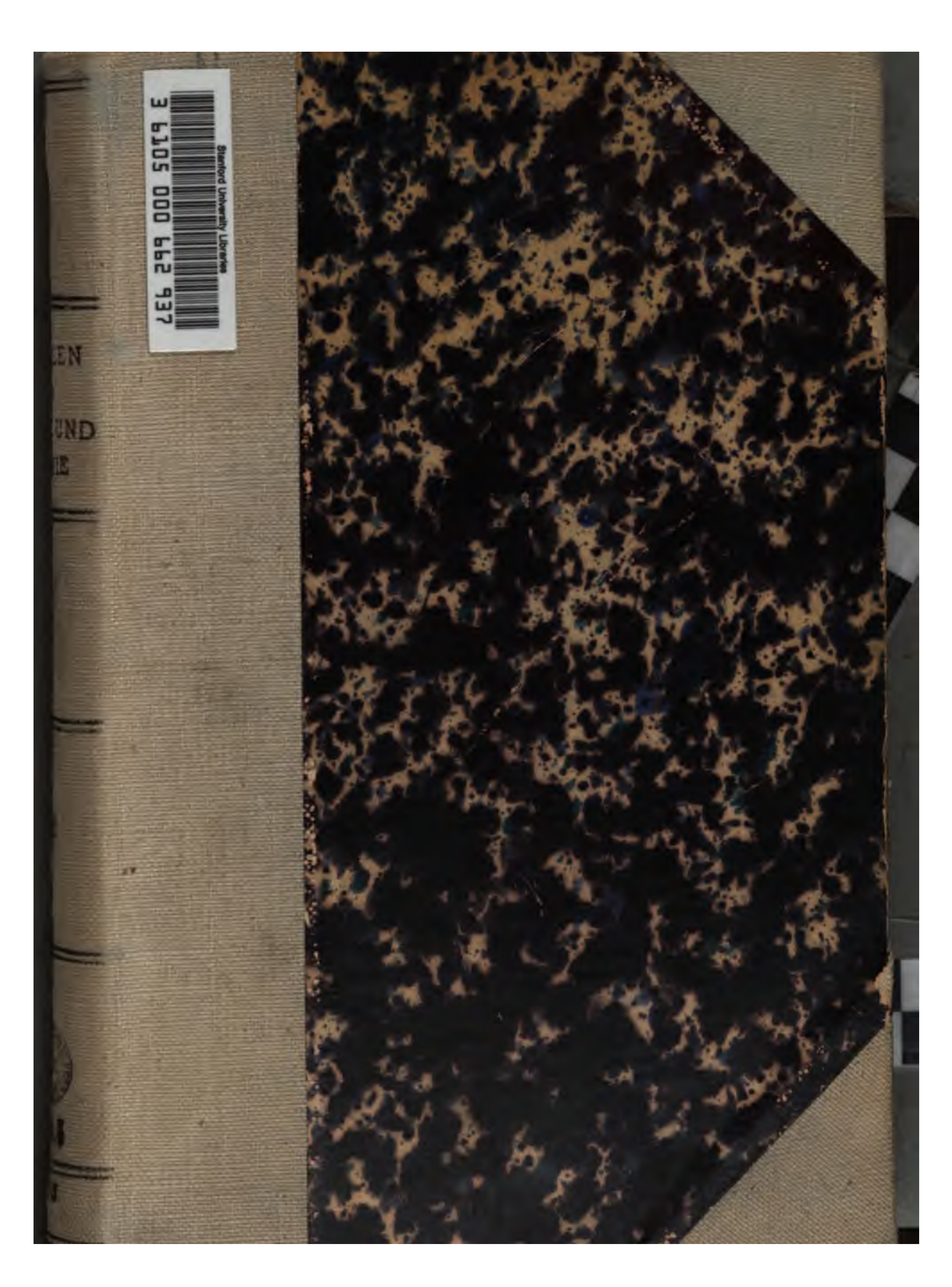
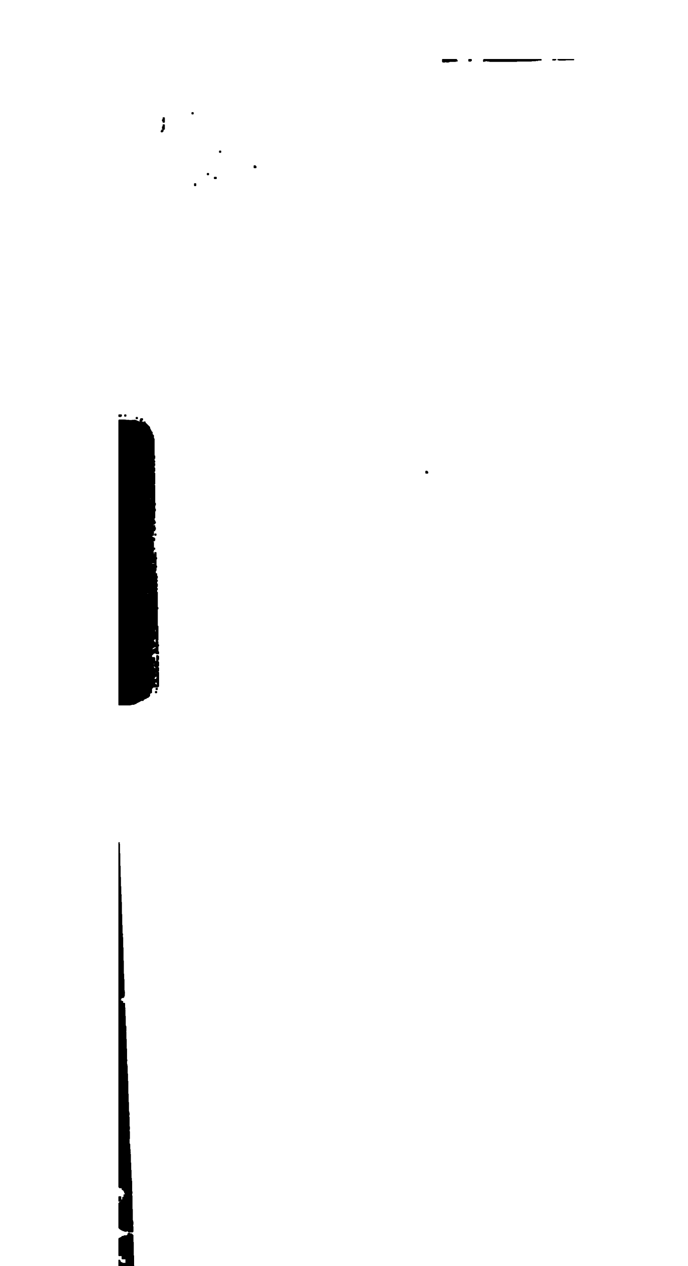








ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE.

BAND XLVI.



ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF.

NEUE FOLGE.

BAND XLVI.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERT ZWEIUNDACHTZIGSTER

UNTER MITWIRKUNG

DER PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT IN BERLIN

UND INSBESONDERE DES HERRN

H. VON HELMHOLTZ

HERAUSGEGEBEN VON

G. WIEDEMANN.

NEBST DREI FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1892.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Inhalt.

Neue Folge. Band XLVI.

Fünftes Heft.

Achtes Heft.

Geschlossen am 1. August 1892.

Nachweis zu den Figurentafeln.

1892. ANNALEN № 5.

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND XLVI.

I. *Ueber die Interferenzstreifen in zwei gleich dicken Platten; von Erich Schmidt.*

(Hierzu Tafel I Fig. 1—2.)

Im 24. Bande von Wiedemann's Annalen[1]) beschreibt Hr. Lummer zwei von ihm neu beobachtete Systeme von Interferenzstreifen. Dieselben erscheinen, wenn man zwei gleich dicke planparallele Platten unter einem beliebigen Winkel gegen einander neigt und in der Richtung des Strahles beobachtet, der auf der Ebene senkrecht steht, welche den Winkel zwischen den beiden Platten halbirt, so dass die Einfallsebene an der ersten Platte zusammenfällt mit derjenigen an der zweiten. Beim ersten Systeme erblickt das auf unendliche Entfernung accommodirte Auge bei kleinen Plattenwinkeln um diesen sogenannten symmetrischen Strahl als Mittelstrahl eine Anzahl von concentrischen Kreisen angeordnet, die bei grösserem Plattenwinkel in Ellipsen übergehen. Diese werden immer flacher, bis sie bei einem Winkel von ca. 98° als nahezu parallele Linien verlaufen. Bei noch weiterer Vergrösserung des Winkels gehen die Linien in Hyperbeln über. Die Curven dieses ersten Systems sind nur bei schwach leuchtender Natriumflamme und sehr guter Accommodation des Auges zu beobachten. Viel schärfer und klarer tritt das zweite System von Interferenzstreifen hervor. Dies ist mit einem auf unendlich eingestellten Fernrohre sowohl bei homogenem als auch bei gemischtem Lichte sichtbar und besteht in parallelen, äquidistanten hellen und dunklen Streifen, welche der Schnittkante der beiden Plattenebenen parallel verlaufen. Bei weissem Lichte sind dieselben gefärbt, und ihr weisser Mittelstreifen entsteht dann genau dort, wo der symmetrische Strahl das Auge trifft.

1) O. Lummer, Wied. Ann. 24. p. 417—439. 1885.

Was zunächst die zweite Erscheinung anbetrifft, so kommt Hr. Lummer in seiner Theorie für den Winkelabstand ϱ_p des $p$ten Streifens vom Mittelstreifen auf folgende Gleichung:

$$\sin \varrho_p = \frac{(2p-1)\lambda\sqrt{n^2 - \sin^2\varphi}}{4d\sin 2\varphi}$$

In dieser Formel bedeuten d die Dicke und n den Brechungsexponenten der Platten, λ die Wellenlänge des Lichtes, bei welchem beobachtet wird und 2φ den Winkel, den die Platten mit einander bilden. Für den Abstand ϱ irgend zweier benachbarten Streifen besteht also die Formel:

$$\varrho = \frac{\lambda\sqrt{n^2 - \sin^2\varphi}}{2d\sin 2\varphi},$$

die bei sehr kleinen Winkeln übergeht in:

$$\varrho = \frac{n\lambda}{4d\varphi}.$$

Dies ist derselbe Ausdruck, den Brewster[1]) für seine bekannten Interferenzstreifen aufgestellt hat, die auch im Grunde genommen identisch mit den Lummer'schen sind.

Hr. Blasius hat in einer vor kurzem veröffentlichten Arbeit[2]) diese Interferenzerscheinung in einer weit allgemeineren Weise theoretisch erörtert und ist dabei zu folgenden Resultaten gelangt.

Von der Lummer'schen Beobachtungsart ausgehend, dreht Hr. Blasius, während die eine Platte feststeht, die andere derart, dass die Einfallswinkel des in's Auge gelangenden Strahles an den beiden Platten stets dieselben bleiben wie in der Ausgangsstellung. Hat der Drehungswinkel eine Grösse von 180° erreicht, so stehen die Platten parallel zu einander. Am leichtesten wird diese Beobachtungsweise ausführbar durch die Anwendung eines Nörremberg'schen Polarisationsapparates, da hier die Anordnung und Drehung der Platten genau der Methode von Hrn. Blasius entspricht. Bei der Beobachtung wird an der Stellung des Fernrohrs nichts geändert, und nur die Lichtquelle muss entsprechend verschoben werden, wenn man das Gesichtsfeld stets hell erhalten will. Während der Drehung bleiben die Interferenz-

1) Brewster, Edinb. Trans. 7. 1817.

2) Eug. Blasius, Wied. Ann. 45. p. 316 u. ff. 1892.

streifen deutlich sichtbar, nehmen aber, da die Schnittkante der beiden Platten sich selbst mitdreht, ebenfalls an der Drehung Theil, indem sie hierbei stets breiter und breiter werden. Ist die Parallelstellung nahezu erreicht, so haben die Streifen eine Drehung von beinahe 90° ausgeführt und an Breite derart zugenommen, dass man sie bereits mit unbewaffnetem Auge erkennen kann.

Entwickelt man eine Formel für diese Streifen, so muss offenbar auch der Drehungswinkel berücksichtigt werden. Hr. Blasius, der diesen Winkel das Azimuth nennt und ihn mit 2χ bezeichnet, berechnet auf ähnlichem Wege wie Hr. Lummer für den Winkelabstand r des $p$ten Streifens vom Mittelstreifen folgenden Werth.

$$\sin r = \frac{(2p-1)\lambda\sqrt{n^2 - \sin^2 c}}{4\,d \sin 2c \sin\chi}.$$

Hierbei ist $2c$ der Winkel, den die beiden Platten in der Ausgangsstellung, die wir kurzweg die symmetrische Stellung nennen wollen, bilden. Die Formel geht für $2\chi = 180°$ in die Lummer'sche Gleichung über. Es muss also der Winkel 2χ von der Parallelstellung als Nullstellung aus gerechnet werden. Wie ferner aus der Formel ersichtlich, werden die Streifen mit abnehmendem χ breiter und breiter und sind bei $\chi = 0°$ d. h. in der Parallelstellung unendlich breit.

Hr. Blasius gelangt nun aber auf einem noch viel einfacheren Wege zu derselben Gleichung. Betrachtet man nämlich die Interferenzstreifen, die eine Platte für sich durch Reflexion an der Vorder- und Rückseite liefert, die bereits von Mascart[1]) und Lummer[2]) genauer behandelt sind, so kann man die zuletzt erörterten Interferenzstreifen als ein Streifensystem ansehen, bei dem der Gangunterschied der interferirenden Strahlen gleich der Differenz der Gangunterschiede ist, die durch die Reflexion an jeder einzelnen Platte entstanden sind. Hr. Blasius nennt daher diese Interferenzerscheinung das Differenzstreifensystem der beiden Platten. Diese neue Betrachtungsweise ermöglicht es nun, auch bei dem ersten Streifensystem, das entsprechend dem Differenz-

1) **Mascart**, Ann. de Chim. et de Phys. (4). **23.** p. 116—156. 1871.
2) O. **Lummer**, Wied. Ann. **23.** p. 49 ff. 1884.

system das Summensystem der beiden Platten genannt wird, eine einfache Gleichung für den Abstand der Streifen aufzustellen. Sie lautet:

$$\sin r = \frac{(2p-1)\lambda\sqrt{n^2-\sin^2 c}}{4d\sin 2c\cos\chi}$$

Die Ableitung dieser und der ersten Formel nach der neuen Methode wollen wir hier nicht noch einmal entwickeln, da dieselbe in der erwähnten Arbeit ausführlich behandelt ist. Nur eins sei noch an dieser Stelle hervorgehoben, dass es infolge der Vereinfachung der Theorie möglich geworden ist, auch für ungleich dicke Platten entsprechende Formeln zu gewinnen.

Da Hr. Blasius in seiner Abhandlung eine Bestätigung der oben angeführten Formeln durch das Experiment noch nicht gegeben hat, so habe ich versucht, den experimentellen Beweis derselben durchzuführen.

Die Beobachtungen, die ich im hiesigen physikalischen Institute angestellt habe, haben mich zu den Ergebnissen geführt, die den Gegenstand dieser Arbeit bilden sollen.

Bevor ich indessen zu diesem meinem Thema komme, drängt es mich, auch an dieser Stelle meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Professor Dr. Kundt für das meiner Arbeit gütigst gewidmete Interesse sowie für seine hochgeschätzten Rathschläge meinen ehrerbietigsten Dank abzustatten. Auch bin ich Hrn. Dr. Blasius, der die Anregung zu dieser Arbeit gegeben und mich während derselben durch so manchen werthvollen Fingerzeig unterstützt hat, zu grossem Danke verpflichtet.

§ 1. Beschreibung der Instrumente.

Wie schon in der Einleitung angedeutet wurde, lässt sich zur Veranschaulichung der Methode des Hrn. Blasius mit Nutzen ein Nörremberg'scher Polarisationsapparat verwenden. Indessen genügt derselbe nicht, sobald es auf eine genaue Beobachtung der Streifen und vor allem auf eine Messung des Plattenwinkels sowie des Azimuths ankommt. Es war daher nothwendig, für die experimentelle Untersuchung die Instrumente so zu wählen, dass sie gestatteten, sowohl die vorgeschriebene Drehung der einen Platte genau zu messen, als auch die Grösse des Plattenwinkels $2c$ zu bestimmen.

Um den ersten Zweck zu erreichen, wurde ein Goniometer mit senkrecht stehendem Theilkreis gewählt, wie man es benutzt zur Messung von Krystallwinkeln. Fig. 1a (Taf. I) zeigt den Apparat nach Beseitigung des für unseren Zweck überflüssigen Fernrohrs und Kollimatorrohrs. Der um die Axe BC drehbare Kreis A ist in Intervalle von je 20 Bogenminuten getheilt. Mit Hülfe des Nonius, der in der Figur nicht sichtbar ist, vermag man noch halbe Bogenminuten abzulesen. D und E sind zwei durch Mikrometerschrauben verschiebbare Kreuzschlitten, mittelst deren der vordere Aufsatz mit der Platte K parallel zur Kreisebene verstellt werden kann. Die Schrauben F und G dienen dazu, die Platte K aus ihrer senkrechten Stellung zur Drehungsaxe BC um kleine Winkel zu neigen. Eine Drehung der Platte um grössere Winkel lässt das bei L angebrachte Gelenk zu. Die Glasplatte K wird an ihrer geschwärzten Unterlage H durch Federn und eingeklemmte Korkstückchen festgehalten. Wie sich bei der Beobachtung ergab, muss man hierbei sein Augenmerk darauf richten, dass durchaus keine Durchbiegung der Platte stattfindet, da hierdurch sich natürlich Fehler ergeben würden. Zur Vermeidung derselben wurde auch von einem Festkitten der Glasplatte auf der Unterlage abgesehen. Um übrigens eine Drehung des ganzen Apparates um seine verticale Axe zu ermöglichen, war derselbe auf zwei Drehscheiben M und N aufgestellt, deren obere um einen Zapfen der unteren drehbar war.

Der Herstellung des zweiten Apparates, der dazu dienen sollte, den Plattenwinkel zu messen, ging folgende Betrachtung voraus.

Fig. 1.

Es seien in Fig. 1. I und II die beiden Platten in der symmetrischen Stellung von oben gesehen. Die Zeichenebene sei die Ebene des symmetrischen Strahles. A stelle die Lichtquelle, D das Fernrohr und $ABCD$ den Gang des symmetrischen Strahles dar. CE sei die Plattennormale der Platte I und FG die

Winkelhalbirende des Plattenwinkels CFB. Es ist dann leicht ersichtlich, dass der Winkel

$$DCE = ECB = CFG = \mathfrak{c}$$

ist. Dreht man jetzt Platte I um diesen Winkel $\mathfrak{c}$ in die Stellung I′, so wird die Normale CE mit dem Strahl CD zusammenfallen, oder mit anderen Worten, die Platte I wird senkrecht zur Fernrohraxe stehen. Ist also in der Stellung I bei gemischtem Lichte das Fernrohr so eingestellt, dass der senkrechte Faden des Fadenkreuzes in den weissen Mittelstreifen fällt, d. h., dass der symmetrische Strahl mit der Richtung der optischen Axe des Fernrohrs übereinstimmt, so wird bei einer Drehung der Platte I in die Senkrechtstellung zur Fernrohraxe der Drehungswinkel gleich dem Winkel $\mathfrak{c}$ sein. Wenn daher die Platte I senkrecht auf einem Theilkreise befestigt ist, so wird es hierdurch möglich, den Winkel $\mathfrak{c}$ auf der Kreistheilung abzulesen. Diesem Zwecke diente ein Theilkreis mit verticaler Axe, welcher in Fig. 1b (Taf. I) dargestellt ist. In seinem Centrum war senkrecht zu seiner Ebene ein ca. 1 cm dicker Messingstab A eingeschraubt, der den Ansatz B mit der zweiten Platte trug. Um für die genaue Senkrechtstellung zur Theilkreisebene ein geringes Neigen der Platte zu ermöglichen, wurden unter die Befestigungsschrauben a, b, c noch kleine Spiralfedern eingesetzt. Der Theilkreis C gestattete mit Hülfe des durch Mikrometerverschraubung verstellbaren Nonius das Ablesen von Minuten.

Zur Beobachtung der Streifen wurde ein Fernrohr (Taf. I, Fig. 1c) benutzt, welches auf einem Holzstativ um eine Verticalaxe bei A drehbar befestigt war. Mit Hülfe der Schraube B war es möglich, ein Senken oder Heben der Fernrohraxe vorzunehmen.

Es kamen bei der Beobachtung zwei Oculare zur Verwendung. Zur Messung des Winkels 2 $\mathfrak{c}$ sowie zur Justirung der Instrumente diente ein Gauss'sches Ocular. Das zweite Ocular, das in Fig. 2 (Taf. I) in der Seitenansicht dargestellt ist, war folgendermassen eingerichtet. Die Röhre A wurde mit mit ihrem Schraubengewinde a in das Fernrohr eingeschraubt. In dieser ersten Röhre drehte sich eine zweite B, an der der Kasten C mit dem Theilkreise D und der Ocularlupe E

befestigt war. Die Drehung der Röhre B in der Röhre A ermöglichte mit Hülfe des auf A bei b befestigten Zeigers F die Drehung der Streifen an dem in Grade getheilten Kreise D abzulesen. Der Kasten C endlich enthielt das durch eine Mikrometerschraube verschiebbare Fadenkreuz.

Die Trommel dieser Schraube war in 100 Theile getheilt, die indessen, um sie für die Beobachtung brauchbar zu machen, zunächst auf Winkelwerthe für eine unendliche Entfernung reducirt werden mussten. Da das Fernrohr einem Spectrometer entnommen war, so konnte ich die Auswerthung der Trommel leicht auf folgende Weise bewirken.

Nach genauer Justirung des Spectrometers brachte ich das Fadenkreuz des auf unendlich eingestellten Fernrohrs mit dem beleuchteten Spalt des Kollimators zur Deckung. War das Bild desselben im Fernrohr scharf sichtbar, so las ich mit Hülfe eines Mikroskops die Stellung des Fernrohrs am Theilkreise ab. Nun verschob ich das Fernrohr so, dass der Spalt möglichst weit im Gesichtsfelde weiterrückte, und brachte das Fadenkreuz durch Drehung der Mikrometerschraube wieder zur Deckung mit dem Spaltbilde. Aus der Anzahl der Trommelumdrehungen und der Verschiebung des Fernrohrs konnte dann der Werth der Mikrometertheilung leicht ermittelt werden. Die Messung an verschiedenen Stellen des Theilkreises vorzunehmen, war bei dem benutzten Spectrometer nicht möglich. Um aber wenigstens die Genauigkeit der Theilung zu bestimmen, verglich ich mit Hülfe des Ablesemikroskops an 10 Stellen des Theilkreises ein Intervall von 20 Minuten. Da die Theilung des Kreises von 5 zu 5 Bogenminuten ausgeführt war, und das Ablesemikroskop durch einen verschiebbaren Faden eine Einstellung bis auf eine Bogensecunde genau ermöglichte, so konnte diese Controllmessung sehr scharf vorgenommen werden. Es ergab sich hierbei, dass der Mittelwerth aus den 10 Beobachtungsreihen nur um ca. 0,03 Proc. von dem Werth der Stelle abwich, an der die Auswerthung der Mikrometertheilung stattgefunden hatte. Auch differirten die Messungen unter einander nur etwa um 0,2 Proc. Legte man den Mittelwerth zu Grunde, so wurde aus drei Beobachtungsreihen von je 10 Ablesungen die Grösse einer Trommelumdrehung zu 2,690′ gefunden. Diese Bestimmung er-

möglichte es nun, den Winkelabstand der Interferenzstreifen zu messen.

Zum Zwecke der genauen Beobachtung war es indessen zunächst noch nöthig, eine richtige und sorgfältige Justirung der Instrumente vorzunehmen.

§ 2. Justirung der Instrumente.

Um die Art der Justirung klarzustellen, sei noch einmal auf die Aufgabe hingewiesen, die gelöst werden soll. Zur Erleichterung diene Fig. 2. Dieselbe stellt wiederum die beiden Platten in der symmetrischen Stellung von oben gesehen dar, und zwar Platte I an dem Horizontalkreise C (Taf. I, Fig. 1b), Platte II am Verticalkreise A (Taf. I Fig. 1a) befestigt. Die Aufgabe erfordert nun, dass die Drehung der Platte II genau so erfolgt, wie im Nörremberg'schen Polarisationsapparat. Ist daher in A eine Lichtquelle vorhanden, befindet sich in D das Auge oder Fernrohr, und stellt $ABCD$ den Strahlengang dar, wie ihn Hr. Lummer vorschreibt, d. h. also den symmetrischen Strahl, so muss die Platte II nach der Theorie von Hrn. Blasius so um eine Axe BE gedreht werden, dass die Einfallswinkel der Strahlen CD und AB stets dieselben bleiben. Hierbei führt der Strahl $ABCD$ in der Arbeit des Hrn. Blasius die Bezeichnung Centralstrahl.

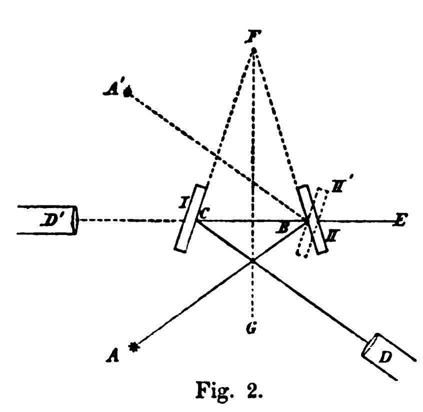


Fig. 2.

An der Drehung hat natürlich die Lichtquelle A auch Theil zu nehmen, da sonst im Fernrohr D das Licht verschwinden würde.

Es sei nun eine Drehung der Platte II um 180° ausgeführt, so dass dieselbe parallel zur Platte I steht, sich also in der Stellung II' befindet. Die Lage des Strahles BC darf sich hierbei nicht geändert haben und nur die Lichtquelle A wird jetzt nach A' gerückt sein. Es ist klar, dass bei dieser

Drehung die Axe, um welche II gedreht wird, in der Verlängerung des Centralstrahles *B C* liegen muss. In der symmetrischen Stellung wird also diese Axe in die Richtung des symmetrischsn Strahles fallen, d. h. senkrecht stehen auf der Winkelhalbirenden *FG* des Plattenwinkels *BFC*.

Denkt man sich jetzt die Platte II, ohne die Lage der Axe *BE* zu ändern, und ebenso die Platte I parallel gestellt zu der Ebene, die gebildet ist durch die Winkelhalbirende *FG* und die Schnittkante der beiden Platten, so steht die Drehungsaxe *BE* sowohl senkrecht auf *FG* als auch auf der Platte I und der Platte II. Sind also die Platten parallel gestellt, während zu gleicher Zeit Platte II senkrecht zur Drehungsaxe des Goniometers steht, so hat diese Axe die vorgeschriebene Lage von *BE*.

Damit aber die Drehung der Platte I zum Zwecke der Parallelstellung richtig erfolgt, muss die Drehungsaxe von I parallel der Schnittkante der beiden Platten verlaufen, d. h. es muss die Ebene des Horizontalkreises senkrecht stehen zur Schnittkante der Platten und also auch zur Drehungsaxe der Platte I.

Aus diesen Betrachtungen ergab sich folgende Justirung der Apparate.

Zuerst wurde die Platte II mit Hülfe eines Fernrohrs mit Gauss'schem Ocular in bekannter Weise senkrecht zur Fernrohraxe eingestellt. Nun kam es darauf an, auch die Goniometeraxe in dieselbe Richtung zu bringen. Zu diesem Zwecke drehte ich die Goniometeraxe um einen beliebigen Winkel und corrigirte die Verschiebung des reflectirten Fadenkreuzes zur Hälfte an den Schrauben *F* und *G* (Taf. I, Fig. 1a), zur Hälfte am Fernrohr. Durch dies Verfahren, welches mehrmals wiederholt werden musste, gelang es mir das reflectirte Fadenkreuz auch bei der Drehung der Platte um die Axe mit dem direct gesehenen zur Deckung zu bringen. Hierdurch war aber erreicht, dass die Drehungsaxe in die Richtung der optischen Axe des Fernrohrs fiel, also ebenfalls senkrecht zur Platte II stand.

Die zweite Aufgabe der Justirung bestand darin, die Platte I senkrecht zum Horizontalkreis einzustellen. Da die Platte planparallel war, so konnte folgendes Verfahren eingeschlagen werden.

Es wurde wiederum mit dem Gauss'schen Ocular zunächst die Vorderseite der Platte senkrecht zur Fernrohraxe gestellt, darauf die Platte um 180° gedreht und nun ihre Rückseite, die durch einen Ausschnitt *h* (Taf. I, Fig. 1 b) sichtbar war, beobachtet. War das reflectirte Fadenkreuz jetzt nicht mehr bedeckt von dem direct gesehenen, so erfolgte die Correctur der Verschiebung zur Hälfte an den Schrauben *a*, *b*, *c* (Taf. I, Fig. 1 b), zur Hälfte an der Stellschraube *B* (Taf. I, Fig. 1 c) des Fernrohrs. Auf diese Weise war nach mehrmaliger Controlle auch die Platte I richtig justirt.

Nun wurde das Fernrohr an die Stelle *D'* (Fig. 2) gerückt und durch Drehung des Goniometers um seine Verticalaxe die Platte II, die, wie oben erläutert, senkrecht zur Axe *BE* stand, senkrecht zur Fernrohraxe eingestellt. Dasselbe geschah dann mit der Platte I. Hierdurch war die parallele Stellung der Platten erreicht, zugleich aber auch die vorgeschriebene Lage der Axe *BE*.

Diese erste und wichtigste Justirung der Apparate war zwar nur einmal für die ganze Reihe der Beobachtungen nothwendig, wurde indessen mehrmals wiederholt, um zu verhüten, dass irgend welche Verschiebung der Apparate zu einer Fehlerquelle für die Beobachtung würde. Durch die gute Befestigung der Apparate am Beobachtungstisch war es übrigens gelungen, die etwa durch Erschütterungen vorkommenden Verrückungen auf ein Minimum zu reduciren, so dass sie von keinem wesentlichen Einfluss auf die Messungen waren.

Der richtigen Aufstellung der Apparate folgte nun die Einstellung der Platten. Sollten die Streifen bei einem bestimmten Plattenwinkel beobachtet werden, so war zur Prüfung der Formeln eine Messung des Azimuthwinkels nothwendig. Dieser musste auf die Parallelstellung als Nullstellung bezogen werden. Es war daher bei jedem Plattenwinkel zuerst die Parallelstellung als Ausgangsstellung zu fixiren.

Bei der Bestimmung dieser Nullstellung kamen zwei Methoden in Anwendung. Der ersten lag folgende Betrachtung zu Grunde. Nach der Theorie sind die Interferenzstreifen in der Parallelstellung unendlich breit, d. h. das Gesichtsfeld erscheint hier gleichmässig erhellt. Dies wäre wenigstens der Fall, wenn die Platten ganz genau planparallel wären. Da

indessen eine so grosse Vollkommenheit im Schliff sich nicht erreichen lässt, und stets gewisse, wenn auch verschwindend kleine prismatische Abweichungen, namentlich an den Rändern der Platte vorhanden sein werden, so sieht man bei gemischtem Lichte auch in dieser Stellung an den Grenzen des Gesichtsfeldes Spuren von Färbung auftreten. Dreht man nun die Platte II aus dieser Parallelstellung heraus um ihre horizontale Axe, so werden die Farben an den Rändern allmählich zunehmen, bis schliesslich die Interferenzstreifen wieder im Gesichtsfelde erscheinen. Hieraus ist ersichtlich, dass man die Parallelstellung der Platten finden kann, wenn man nur die Platte II derart einstellt, dass möglichst jede Spur von Färbung verschwunden ist.

Will man also die Erscheinung bei einem bestimmten Winkel 2c beobachten, so dreht man zunächst Platte I um die Hälfte dieses Winkels und bewirkt dann an dem Scharnier *L* (Taf. I, Fig. 1a) der Platte II ungefähr dieselbe Drehung, so dass die Platten nahezu parallel stehen. Nun beobachtet man am besten mit blossem Auge die Platte I und corrigirt, indem man die Lichtquelle entsprechend verschiebt, die Stellung von Platte II an den Schrauben *G* und *F* (Taf. I, Fig. 1a), bis auf Platte I Streifen sichtbar werden. Diese werden im allgemeinen noch nicht die grösstmöglichste Breite haben. Man dreht daher den Verticalkreis, bis dies erreicht ist, und bewirkt schliesslich die letzte Einstellung wiederum an den oben erwähnten Schrauben. Ist dies geschehen, so darf die Platte I nur an den Rändern noch verschwindende Spuren von Farben aufweisen. Liest man jetzt die Stellung des Verticalkreises am Nonius ab, so hat man hiermit die Parallelstellung der Platten gewonnen.

Obgleich nun bei der Beobachtung aus mehreren Reihen von je 10 Ablesungen das Mittel genommen wurde, so ergab sich doch, dass diese Methode nicht die wünschenswerthe Genauigkeit lieferte. Es wurde daher bei der weiteren Untersuchung eine zweite Bestimmungsweise der Ausgangsstellung in Anwendung gebracht, die man als eine Modification der ersten Methode betrachten kann. Hat man nämlich die Platten in der Parallelstellung und dreht nun die Platte II um einen gewissen Azimuthwinkel α, so ist es offenbar gleich-

gültig, ob man diese Drehung nach oben oder nach unten herum ausführt. Stets werden wieder die Interferenzstreifen erscheinen. Ist der Winkel α der gleiche nach oben wie nach unten, so wird auch die Breite der Streifen in beiden Stellungen von einander nicht abweichen. Bezeichnet man also den Azimuthwinkel nach oben hin mit positivem, nach unten mit negativem Vorzeichen, so kann man nach einer Messung der Streifen beim Winkel $+\alpha$ den Winkel $-\alpha$ finden, bei dem die Streifen dieselbe Breite haben. Hierdurch ist aber die Anfangsstellung gegeben. Hat man nämlich die Streifen in einer beliebigen Azimuthstellung gemessen und sucht nun die Stellung auf, bei welcher sie die gleiche Breite besitzen, so ergiebt das Mittel der beiden Ablesungen am Verticalkreise unmittelbar die Nullstellung der Platten.

Die letzte noch erforderliche Justirung bleibt die richtige Einstellung des Fernrohrs. Diese ist in der Weise zu bewirken, dass die optische Axe mit der Richtung des symmetrischen Strahls zusammenfällt. Zu diesem Zwecke bringt man zunächst Platte II durch Drehung um die Horizontalaxe in die symmetrische Stellung zur Platte I und richtet auf letztere das Fernrohr mit Gauss'schem Ocular, nachdem man dasselbe vorher auf unendliche Entfernung eingestellt hat. Durch Verschiebung erreicht man bald, dass die Interferenzstreifen im Gesichtsfelde erscheinen. Hat man das Fadenkreuz des Fernrohrs auf den weissen Mittelstreifen eingestellt, so dreht man jetzt Platte I um ihre Verticalaxe, bis das gespiegelte Fadenkreuz im Fernrohr erscheint. Man bewirkt jetzt mit der am Horizontalkreise angebrachten Mikrometerschraube die feinere Einstellung der Platte I, so dass der senkrechte Faden des Kreuzes zur Deckung kommt, und hebt oder senkt dann durch die Schraube B (Taf. I, Fig. 1c) die Axe des Fernrohrs, bis das reflectirte Fadenkreuz sich völlig mit dem direct gesehenen deckt. Dass nun die richtige Stellung des Fernrohrs erreicht ist, ergiebt sich aus Folgendem.

Die Zeichenebene der Fig. 2 steht senkrecht zur Schnittkante der Platten in der symmetrischen Stellung und parallel zur Theilkreisebene des Horizontalkreises. Also liegt der symmetrische Strahl CD in einer Ebene, die senkrecht steht zur Platte I. In dieser Ebene liegt aber auch, wie leicht er-

sichtlich, nach der oben beschriebenen Einstellung die optische Axe des Fernrohrs, und da das Fadenkreuz auf den weissen Mittelstreifen eingestellt war, so fällt in der That der symmetrische Strahl CD in die Richtung der optischen Axe des Fernrohrs.

Dreht man also jetzt Platte I wieder zurück bis zu ihrer symmetrischen Stellung zu II und verhindert durch genügende Befestigung ein Verschieben des Fernrohrs, so sind die Instrumente sämmtlich für die Messung justirt.

§ 3. Die Platten und die Bestimmung der Constanten.

Eine der Hauptschwierigkeiten bei der Prüfung der Theorie bestand in der Beschaffung guter planparalleler Gläser. Da die Streifenbreite, wie man aus der Formel ersieht, umgekehrt proportional der Dicke der Platten ist, so durften dieselben eine nicht zu grosse Dicke besitzen, wenn die Streifen selbst im Fernrohr nicht zu eng werden sollten. Zwar betrug bei den Platten, welche Hr. Lummer benutzt hatte, die Dicke nur etwa $4^1/_2$ mm, indessen zeigte es sich, dass auch bei diesen schon die Streifen bei Plattenwinkeln von ca. 50° an so eng wurden, dass an eine Messung derselben selbst mit einem gut vergrössernden Fernrohre nicht mehr gedacht werden konnte. Es gelang mir indessen, allerdings erst nach vielen anderweiten vergeblichen Bemühungen, endlich aus der optischen Anstalt von Reinfelder und Hertel in München zwei planparallele Gläser zu erhalten, die nur 2,7 mm stark, etwa $3^1/_2$ cm breit und 4 cm lang waren und welche bei der Untersuchung sich als sehr gut planparallel geschliffen herausstellten. Nach der Lummer'schen Methode[1]), planparallele Platten zu untersuchen, ergab sich, dass eine merkliche prismatische Abweichung kaum nachweisbar war, während die Abweichung bei den Lummer'schen Gläsern immerhin etwa 2—3 Wellenlängen betrug. Doch wurden auch die letzteren Platten trotz der Abweichung zur Untersuchung herangezogen.

Zum Zweck der Prüfung der Formeln wurde nun die Breite der Streifen mit dem Fadenmikrometer gemessen, dann aus der Formel berechnet und die procentische Abweichung

---

1) O. Lummer, Wied. Ann. 23. p. 49 ff. 1884.

bestimmt. Um aber den Werth aus der Gleichung berechnen zu können, war zunächst eine genaue Bestimmung der Constanten erforderlich. Es waren dies die Wellenlänge des Lichtes, die Dicke und der Brechungsexponent der Platten.

Für die Wellenlänge wurde, da Natriumlicht in Anwendung kam, als Werth in die Gleichung eingesetzt 0,0005892 mm.

Die Dicke der Platten wurde mit einem Interferenzsphärometer ermittelt, nachdem dies mit Hülfe zweier Quarzplättchen ausgewerthet war. Diese waren vorher in Bezug auf ihre Dicke einer genauen Messung auf der Theilmaschine unterzogen worden, so dass das Interferenzsphärometer nur als Zwischeninstrument diente, da es unvortheilhaft gewesen wäre, die Dicke der Platten direct auf der Theilmaschine zu bestimmen.

Die Werthe, welche erhalten wurden, waren die folgenden. Der Schraubenwerth der Theilmaschine, der mit einem Normalmeter verglichen war, wurde aus mehreren Reihen von je 10 Messungen an zwei Stellen bestimmt und zwar zu 0,9996 mm und zu 0,9985 mm. Die Dicke der Quarzplättchen betrug hiernach 4,022 mm und 2,025 mm. Somit ergab sich bei der Messung am Interferenzsphärometer für einen Schraubengang 0,8893 mm. Hiernach wurde die Dicke der Platten von Reinfelder und Hertel zu 2,733 mm und der Lummer'schen Gläser zu 4,435 mm gefunden.

Für die Bestimmung des Brechungsexponenten konnten verschiedene Methoden eingeschlagen werden. Die genauesten Resultate liefert selbstverständlich die Methode der minimalen Ablenkung mit Hülfe eines Prismas. Indessen war bei den Lummer'schen Platten ein Prisma aus demselben Glase nicht vorhanden, und nur bei den Gläsern von Reinfelder und Hertel konnte daher dies Verfahren angewendet werden. Es wurde ein Prisma aus der Platte ausgeschnitten, aus der auch die beiden Gläser entnommen waren. Da die Dicke der Platte nur 2,7 mm betrug, so konnte natürlich auch der brechende Winkel des Prismas nur klein sein. Die Grösse desselben betrug $13^0\ 24'\ 25''$. Die Grösse des Winkels der minimalen Ablenkung wurde zu $7^0\ 10'\ 33''$ gefunden. Es ergab sich also für n der Werth 1.5305.

Für die Lummer'schen Platten, bei denen diese Methode

nicht anwendbar war, wurde das Refractometer von Abbe benutzt, nachdem dasselbe mit Hülfe eines Normalplättchens justirt war. Es lieferte dies für *n* den Werth 1,5293. Auch die anderen Platten wurden ausserdem mit diesem Instrumente untersucht und ergab sich hierbei für *n* 1,5313, also nur eine Abweichung von 0,05 Proc. von der ersten Messung. Da jedoch die erste Methode eine grössere Genauigkeit verbürgt, so fand für die Berechnung bei den Platten von Reinfelder und Hertel nur der Werth aus der ersten Messung seine Verwendung.

Nach diesen vorbereitenden Bestimmungen gestaltete sich der Gang der Beobachtung folgendermassen.

§ 4. Gang der Beobachtung.

Zunächst wurde eine Messung des Plattenwinkels vorgenommen. Diese wiederholte sich, nachdem die Streifen bei verschiedenen Azimuthwinkeln beobachtet waren. Der zur Bestimmung des Plattenwinkels eingeschlagene Weg ist wohl durch die Betrachtung bei Beschreibung des zweiten Apparates im § 1 genügend erklärt.

Das Fernrohr war hiernach so eingestellt, dass der senkrechte Faden des Fadenkreuzes den weissen Nullstreifen der Erscheinung bedeckte. Die Platte am Horizontalkreise wurde darauf gedreht, bis das Spiegelbild des beleuchteten Fadenkreuzes mit dem direct gesehenen zur Deckung gelangte, bis also die Platte senkrecht zur Fernrohraxe eingestellt war. Die Differenz der beiden Ablesungen am Theilkreise ergab dann die Hälfte des Plattenwinkels.

Bevor ich jetzt zur Messung der Streifen übergehen konnte, war es nöthig, das Gauss'sche Ocular mit dem zweiten Oculare zu vertauschen. Hierbei musste grosse Sorgfalt darauf verwendet werden, dass beim Einschrauben in das Fernrohr das letztere keinerlei Verschiebung erlitt. Um dies nach Möglichkeit zu verhüten, war das Stativ des Fernrohrs am Tische festgekittet.

Während bisher bei der Justirung sowohl, wie bei der Messung des Plattenwinkels weisses Licht in Anwendung kam, um den ungefärbten Mittelstreifen zu erhalten, wurde bei der nun folgenden Beobachtung homogenes und zwar Natriumlicht benutzt.

Wie schon Hr. Lummer in seiner ersten Abhandlung[1]) über Interferenzen an planparallelen Gläsern nachgewiesen hat,

1) O. Lummer, Wied. Ann. 23. p. 49 ff. 1884.

ist es nicht unbedingt nothwendig, paralleles Licht zu verwenden, da auch bei divergentem Lichte nur diejenigen Strahlen zur Interferenz gelangen, die sich in der Brennebene des Fernrohrobjectivs schneiden, d. h. also, die vorher parallel verlaufen sind, während sich die Interferenzen der übrigen Strahlen wegen der ganz verschiedenen in ihnen vorhandenen Gangunterschiede gegenseitig aufheben.

Es wurde jedoch noch einmal bei einem Plattenwinkel von ca. 30° experimentell untersucht, ob die Anwendung parallelen Lichtes etwaigen Einfluss auf die Streifenbreite ausübt. Indessen, wie die beiden folgenden Tabellen zeigen, sind sowohl bei den Lummer'schen Gläsern, als auch bei den Platten von Reinfelder und Hertel die Abweichungen der Werthe von einander und von den berechneten nicht derartig, dass man hieraus schliessen könnte, paralleles Licht liefere genauere Resultate als divergentes. Das parallele Licht wurde in diesem Falle durch Vorsetzen einer Beleuchtungslinse vor die Lichtquelle, natürlich in der richtigen Brennweite, erhalten.

Tabelle 1.

Lummer'sche Platten.

Azimuth	Br. eines Streifens in Bogensec.			Abweichung v. ber. Werthe	
	ber.	beobachtet			
		b. parall. L.	b. diverg. L.	b. parall. L.	b. diverg. L.
+ 30°	2′ 36,5″	2′ 37,0″	2′ 35,4″	+ 0,3%	− 0,7%
+ 60°	1′ 21,01″	1′ 20,70″	1′ 20,64″	− 0,4%	− 0,4%
+ 90°	57,28″	57,10″	57,09″	− 0,3%	− 0,3%
+ 135°	43,65″	43,79″	43,81″	− 0,1%	− 0,1%
+ 180°	40,51″	40,51″	40,61″	0,0%	+ 0,2%

Tabelle 2.

(Platten von R. und H.)

Azimuth	Br. eines Streifens in Bogensec.			Abweichung v. ber. Werthe	
	ber.	beobachtet			
		b. parall. L.	b. diverg. L.	b. parall. L.	b. diverg. L.
+ 45°	2′ 56,2″	2′ 54,1″	2′ 53,5″	− 1,2%	− 1,5%
+ 75°	1′ 50,2″	1′ 50,4″	1′ 50,0″	+ 0,2%	− 0,2%
+ 105°	1′ 24,55″	1′ 24,60″	1′ 24,56″	+ 0,1%	0,0%
+ 135°	1′ 12,61″	1′ 12,63″	1′ 12,75″	0,0%	+ 0,2%
+ 165°	1′ 7,66″	1′ 7,69″	1′ 7,65″	0,0%	0,0%
− 165°	1′ 7,66″	1′ 7,67″	1′ 7,66″	0,0%	0,0%

Auch in der folgenden Untersuchung wurde nur paralleles Licht verwendet. Es geschah dies hauptsächlich aus dem Grunde, damit das Gesichtsfeld des Fernrohrs der bequemeren Messung wegen möglichst gleichmässig erhellt blieb.

Im § 2 wurde bereits bemerkt, dass bei der Bestimmung der Parallelstellung der Platten zwei Methoden zur Verwendung kamen, und zwar wurde bei den Lummer'schen Platten die erste Methode, bei der Untersuchung der Platten von Reinfelder und Hertel die zweite benutzt.

Zu dieser zweiten Bestimmungsweise scheint es mir indessen nöthig, noch einige Bemerkungen anzufügen.

Betrachtet man die zu untersuchende Formel, so ist leicht ersichtlich, dass für grosse Azimuthwinkel die Streifenbreite nur wenig bei einer Aenderung des Winkels variirt, da $\sin\chi$ für grosse Werte von 2χ sehr langsam zunimmt. Am empfindlichsten ist ja selbstverständlich die Aenderung der Streifenbreite in der Nähe des Azimuthwinkels 0^0. Doch hier sind die Streifen sehr breit, und kleine Unregelmässigkeiten der Platten tragen offenbar in dieser Stellung sehr viel dazu bei, die Breite der Streifen zu verändern und die Streifen selbst zu verzerren. Es scheint mir daher am günstigsten, für die Bestimmung der Anfangsstellung einen Azimuthwinkel von ca. 30^0 bis 60^0 zu wählen.

Hatte ich also nach ungefährer Bestimmung der Nullstellung bei einem Azimuthwinkel von etwa 45^0 die Streifen gemessen, so suchte ich die Stellung auf, bei welcher die Streifen nahezu gleich breit waren, und berechnete meist durch Interpolation hieraus die Anfangsstellung.

Der Bestimmung der Parallelstellung folgte nun die Messung der Streifen bei verschiedenen Azimuthwinkeln, und wurde darauf die Abweichung dieser Werthe von den berechneten bestimmt. Die Resultate dieser Messungen werden wir im folgenden Abschnitt noch einer genaueren Betrachtung unterziehen. Hier sei nur noch erwähnt, an welchen Punkten die Beobachtung der Streifen stattgefunden hat. Die Vertheilung dieser Punkte und zwar für die Differenzstreifen zeigt

bei den Lummer'schen Gläsern Fig. 3, bei den anderen Platten Fig. 4.

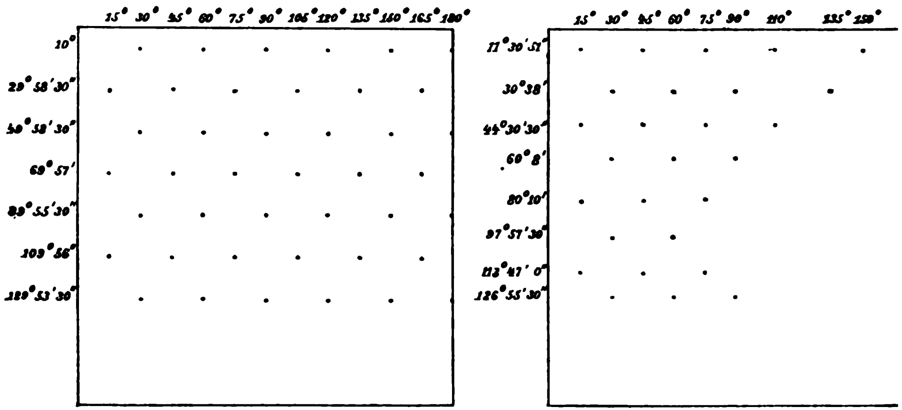


Fig. 3. Fig. 4.

In die Quadrate sind in Richtung der horizontalen Axen die Azimuthwinkel, in Richtung der verticalen Axen die Plattenwinkel eingetragen. Die bezeichneten Punkte geben dann die Stellung an, bei welcher die Streifen gemessen wurden.

Bei den Plattenwinkeln über 130⁰ war es nicht mehr möglich, eine genaue Messung vorzunehmen, da hier das Gesichtsfeld, welches die Platten boten, sich bereits sehr verkleinert hatte. Auch war ich bei den Lummer'schen Platten, wie schon oben angedeutet, nicht im Stande, bei Plattenwinkeln von 30⁰ an die Streifen in allen Azimuthstellungen zu messen; der Winkelabstand derselben betrug hier zum Theil weniger als 20″.

Da die Erscheinung genau die gleiche ist für negative wie für positive Azimuthwinkel, so führte ich bei den Lummer'schen Platten fast nirgends, bei den Platten von Reinfelder und Hertel nicht an allen Stellen die Messung für -2χ durch.

Während die Differenzstreifen stets gut sichtbar waren, war es mir nur an wenigen Stellen, und zwar bei den Platten von Reinfelder und Hertel möglich, die Summenstreifen klar zu erkennen.

Hatten dieselben in der symmetrischen Stellung die Form, die die Lummer'sche Theorie ihnen vorschreibt, so sah man nach einer Drehung der Platte sie nur als gerade, bei sehr

grossem Azimuth etwas gekrümmte Linien verlaufen. Diese Erscheinung soll uns indessen erst im nächsten Paragraphen beschäftigen. Von Wichtigkeit jedoch ist es, an dieser Stelle zu erörtern, worin wohl hauptsächlich die Schwierigkeit einer genauen Messung der Summenstreifen zu suchen ist. Bei näherer Beobachtung schien sich mir hier folgendes zu ergeben.

Da die Summenstreifen nur bei schwach leuchtender Natriumflamme sichtbar sind, so ist das Gesichtsfeld des Fernrohrs schon an sich sehr dunkel. Nun treten aber bei schwächerem Lichte auch die Streifen der einzelnen Platten scharf hervor, so dass man dann das Gesichtsfeld von wenigstens drei Streifensystemen gekreuzt sieht. Da diese drei Streifensysteme meist deutlich sichtbar sind, so ist es sehr schwierig und nur bei grösserer Breite der sehr schwachen Summenstreifen möglich, auch diese scharf zu erkennen.

Interessant war es indessen stets, bei schwacher Natriumflamme die Streifen zu beobachten, da es hier in Folge des Hervortretens aller drei Systeme deutlich wurde, dass das Differenzstreifensystem bei der Drehung der Platten stets in der Diagonalrichtung der Rhomben verläuft, welche von den Interferenzstreifen der beiden Platten allein gebildet werden. Treten dann noch die Summenstreifen in die Erscheinung, so erkennt man, dass dies die zweiten Diagonalen der rhombischen Figuren sind, und dass die Systeme in ihrer gegenseitigen Lage genau den Anforderungen entsprechen, welche die Theorie an dieselben stellt.

Um auch durch Messung dies zu bestätigen, wurde vor der jedesmaligen Bestimmung der Breite die Drehung der Streifen festgestellt und nach einer Beobachtungsreihe von 10 Messungen wiederholt. Die Ausführung geschah auf folgende Weise. Nach einander wurden die beiden Fäden des Fadenkreuzes mit einem Interferenzstreifen möglichst zur Coincidenz gebracht und die Einstellung des Zeigers F (Taf. I, Fig. 2) am Theilkreise D abgelesen. Bei der Wahl eines anderen Azimuthwinkels wiederholte sich die Ablesung in derselben Weise. Aus der Differenz dieser und der ersten Ablesung ergab sich unmittelbar der Drehungswinkel, den die Streifen bei der Aenderung des Azimuths durchlaufen hatten. Natürlicherweise

Ta

Plattenwinkel		Azimuth				
		15°	30°	45°	60°	75°
10°	ber.	—	11′ 23,9″	—	6′ 13,1″	—
	beob.	—	10′ 50,1″	—	6′ 8,8″	—
	Fehler	—	− 4,9%	—	− 1,2%	—
	ber.	—	14′ 5,8″	—	6′ 51,7″	—
	beob.	—	13′ 57,2″	—	6′ 43,0″	—
	Fehler	—	− 1,0%	—	− 2,1%	—
29° 58′ 30″	ber.	8′ 34,3″	—	2′ 55,4″	—	1′ 50,3″
	beob.	8′ 23,5″	—	2′ 55,5″	—	1′ 50,3″
	Fehler	− 2,1%	—	+ 0,1%	—	0,0%
	ber.	8′ 34,3″	—	2′ 55,4″	—	1′ 50,3″
	beob.	8′ 49,6″	—	2′ 55,9″	—	1′ 50,2″
	Fehler	+ 3,0%	—	+ 0,3%	—	− 0,1%
49′ 58′ 30″	ber.	—	2′ 46,8″	—	1′ 25,86″	—
	beob.	—	2′ 45,9″	—	1′ 25,73″	—
	Fehler	—	− 0,6%	—	− 0,1%	—
	ber.	—	2′ 45,2″	—	1′ 25,00″	—
	beob.	—	2′ 45,4″	—	1′ 24,88″	—
	Fehler	—	+ 0,1%	—	− 0,1%	—
69° 57′	ber.	4′ 17,3″	—	1′ 28,11″	—	55,18″
	beob.	4′ 21,4″	—	1′ 28,30″	—	55,15″
	Fehler	+ 1,6%	—	+ 0,2%	—	− 0,1%
	ber.	4′ 17,3″	—	1′ 28,14″	—	—
	beob.	4′ 16,0″	—	1′ 28,33″	—	—
	Fehler	− 0,5%	—	+ 0,2%	—	—
89° 55′ 30″	ber.	—	1′ 56,6″	—	1′ 0,60″	—
	beob.	—	1′ 56,7″	—	1′ 0,60″	—
	Fehler	—	+ 0,1%	—	0,0%	—
	ber.	—	1′ 56,6″	—	1′ 0,56″	—
	beob.	—	1′ 57,2″	—	1′ 0,57″	—
	Fehler	—	+ 0,5%	—	0,0%	—
109° 56′	ber.	3′ 54,3″	—	1′ 20,31″	—	50,24″
	beob.	3′ 53,9″	—	1′ 20,47″	—	50,31″
	Fehler	− 0,2%	—	+ 0,2%	—	+ 0,1%
	ber.	3′ 54,3″	—	1′ 20,20″	—	—
	beob.	3′ 56,2″	—	1′ 20,34″	—	—
	Fehler	+ 0,8%	—	+ 0,2%	—	—
129° 53′ 30″	ber.	—	2′ 21,5″	—	1′ 12,29″	—
	beob.	—	2′ 21,2″	—	1′ 12,50″	—
	Fehler	—	− 0,2%	—	+ 0,3%	—
	ber.	—	2′ 14,9″	—	—	—
	beob.	—	2′ 14,6″	—	—	—
	Fehler	—	− 0,2%	—	—	—

lle 3.

inkel						
90°	105°	120°	135°	150°	165°	180°
4'29,2"	—	3' 42,4"	—	3' 21,1"	—	3' 15,7"
4'33,6"	—	3' 47,5"	—	3' 24,3"	—	3' 17,5"
+ 1,6%	—	+ 2,3%	—	+ 1,6%	—	+ 0,9%
4'44,9"	—	3' 49,8"	—	3' 24,2"	—	—
4'38,8"	—	3' 47,2"	—	3' 24,2"	—	—
- 2,1%	—	- 1,1%	—	0,0%	—	—
—	1' 24,62"	—	1' 12,67"	—	1' 7,71"	—
—	1' 24,66"	—	1' 12,63"	—	1' 7,69"	—
—	0,0%	—	- 0,1%	—	0,0%	—
—	1' 24,62"	—	1' 12,67"	—	1' 7,71"	—
—	1' 24,58"	—	1' 12,61"	—	1' 7,72"	—
—	- 0,1%	—	- 0,1%	—	0,0%	—
' 0,58"	—	49,41"	—	44,26"	—	42,72"
' 0,69"	—	49,40"	—	44,28"	—	42,75"
- 0,2%	—	0,0%	—	0,0%	—	+ 0,1%
' 0,23"	—	49,24"	—	44,19"	—	—
' 0,23"	—	49,34"	—	44,20"	—	—
0,0%	—	+ 0,2%	—	0,0%	—	—
—	42,34"	—	36,36"	—	33,88"	—
—	42,36"	—	36,50"	—	34,09"	—
—	+ 0,1%	—	+ 0,4%	—	+ 0,6%	—
—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—
42,69"	—	34,86"	—	31,25"	—	30,19"
42,80"	—	34,95"	—	31,34"	—	30,27"
+ 0,3%	—	+ 0,3%	—	+ 0,3%	—	+ 0,3%
—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—
—	38,55"	—	33,10"	—	30,85"	—
—	38,67"	—	33,29"	—	31,08"	—
—	+ 0,3%	—	+ 0,6%	—	+ 0,8%	—
—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—
50,88"	—	41,43"	—	37,03"	—	35,75"
51,13"	—	41,49"	—	37,19"	—	35,59"
+ 0,5%	—	+ 0,1%	—	+ 0,4%	—	- 0,4%
—	—	—	—	36,99"	—	—
—	—	—	—	37,11"	—	—
—	—	—	—	+ 0,8%	—	—

Tabelle 4.

Plattenwinkel		Azimuthwinkel									
		15°	30°	45°	60°	75°	90°	110°	135°	150°	180°
11° 30′ 51″	ber.	13′ 22,5″	—	4′ 33,7″	—	2′ 52,1″	—	2′ 7,9″	—	1′ 48,4″	1′ 44,7″
	beob.	13′ 33,7″	—	4′ 34,2″	—	2′ 52,8″	—	2′ 7,6″	—	1′ 48,5″	1′ 44,8″
	Fehler	+1,4%	—	+0,2%	—	+0,4%	—	−0,2%	—	+0,1%	+0,1%
30° 38′	ber.	—	2′ 36,5″	—	1′ 21,01″	—	57,28″	—	43,85″	—	40,51″
	beob.	—	2′ 37,0″	—	1′ 20,70″	—	57,10″	—	43,79″	—	40,51″
	Fehler	—	+0,3%	—	−0,4%	—	−0,3%	—	−0,1%	—	0,0%
44° 30′ 30″	ber.	3′ 41,9″	—	1′ 15,68″	—	47,58″	—	35,36″	—	—	—
	beob.	3′ 43,7″	—	1′ 15,73″	—	47,52″	—	35,29″	—	—	—
	Fehler	+0,8%	—	+0,1%	—	−0,1%	—	−0,2%	—	—	—
60° 8′	ber.	—	1′ 28,22″	—	45,66″	—	32,29″	—	—	—	—
	beob.	—	1′ 28,08″	—	45,49″	—	32,22″	—	—	—	—
	Fehler	—	−0,2%	—	−0,4%	—	−0,2%	—	—	—	—
80° 10′	ber.	2′ 27,8″	—	50,41″	—	31,69″	—	—	—	—	—
	beob.	2′ 27,6″	—	50,27″	—	31,61″	—	—	—	—	—
	Fehler	−0,1%	—	−0,3%	—	−0,3%	—	—	—	—	—
97° 57′ 30″	ber.	—	1′ 11,11″	—	36,81″	—	—	—	—	—	—
	beob.	—	1′ 11,05″	—	36,74″	—	—	—	—	—	—
	Fehler	—	−0,1%	—	−0,2%	—	—	—	—	—	—
113° 47′	ber.	2′ 26,8″	—	50,07″	—	31,47″	—	—	—	—	—
	beob.	2′ 26,6″	—	49,64″	—	31,42″	—	—	—	—	—
	Fehler	−0,1%	—	−0,9%	—	−0,2%	—	—	—	—	—
126° 55′ 30″	ber.	—	1′ 22,14″	—	42,52″	—	30,07″	—	—	—	21,26″
	beob.	—	1′ 21,34″	—	42,20″	—	29,97″	—	—	—	21,18″
	Fehler	—	−1,0%	—	−0,8%	—	−0,3%	—	—	—	−0,4%

konnten auch hier nur die Differenzstreifen berücksichtigt werden.

§ 5. Die Beobachtungsresultate.

Aus den nach dem eben beschriebenen Gange angestellten Beobachtungen wurden folgende Resultate gewonnen.

Es ergaben sich zunächst für die Differenzstreifen die Werthe, welche in der Tabelle 3 und 4 angegeben sind. Zur Erläuterung der beiden Tabellen diene folgendes.

Tabelle 3 gibt die Werthe für die Platten von Reinfelder und Hertel. Bei jedem Plattenwinkel steht in der ersten Columne der Horizontalreihen der aus der Gleichung berechnete Werth und zwar für positive Azimuthwinkel. Dann folgt der beobachtete Werth und darauf die in Procenten des berechneten Werthes ausgedrückte Abweichung. In den noch folgenden drei Zeilen stehen dann die Werthe für negative Azimuthwinkel. Die angegebene Breite bezieht sich stets auf einen Streifen, während bei der Untersuchung, um die Beobachtungsfehler möglichst zu vermindern, immer 20—30 Streifen und nur bei sehr breiten etwa 4—10 beobachtet wurden, meist so viel, als mit der Mikrometerschraube im Gesichtsfelde des Fernrohrs gemessen werden konnten.

Nicht an allen Stellen der Tabelle sind die berechneten Werthe für positive und negative Azimuthwinkel die gleichen. Dies hat darin seinen Grund, dass bei der Berechnung der Anfangsstellung dieselbe oft erst nach einer Beobachtungsreihe aus den gewonnenen Werthen durch Interpolation gefunden wurde, so dass dann die Grösse des positiven und negativen Azimuths nicht mehr genau gleich blieb. Trotz dieser Ungleichheit habe ich es vorgezogen, in der Tabelle die abgerundeten Azimuthwinkel über die Columnen zu setzen, um die Tabelle nicht unübersichtlich zu gestalten, zumal die Abweichungen des angegebenen Winkels von dem wirklich gewählten meist nur um Bruchtheile eines Grades unterschieden sind.

Was die Genauigkeit der angegebenen Zahlen betrifft, so haben die an einzelnen Stellen angefügten Hundertstel-Secunden wenig Bedeutung, da an der Trommel des Fernrohrs nur etwa die Zehntel-Secunden noch genau geschätzt werden

konnten, während eine directe Ablesung von nur $1^1/_2$ Secunden möglich war.

Es mag auffällig erscheinen, dass die Abweichung der Beobachtung von der Berechnung bei dem Plattenwinkel von 10° 1 Proc. meist bei weitem übersteigt, während sie bei fast sämmtlichen übrigen Werthen den Fehler 1 Proc. nicht erreicht. Es kann dies indessen nicht wunderbar sein, wenn man bedenkt, dass die Breite eines Streifens bei 10° Plattenwinkel und 180° Azimuth bereits über 3′ beträgt, die genaue Einstellung des Fadens bei dieser Streifenbreite also mit viel grösserer Unsicherheit erfolgen kann, zumal die Streifen bei diesem Winkelabstand nicht mehr so scharf begrenzt sind wie in anderen Stellungen. Es kommt ferner hinzu, dass bei sehr kleinem Plattenwinkel jede Unregelmässigkeit der Platten bei weitem mehr in's Gewicht fällt und dazu beiträgt, kleine Verzerrungen der Streifen eintreten zu lassen.

Betrachtet man übrigens die Vertheilung der positiven und negativen Abweichungen, so ist dieselbe eine ziemlich gleichmässige, und ergibt auch das arithmetische Mittel aller Fehler nur eine Abweichung von + 0,04 Proc.

Weniger günstig gestaltet sich das Resultat bei der zweiten Tabelle. Diese enthält die Werthe für die Lummer'schen Platten. Auf den ersten Blick fällt hier ein Ueberwiegen der negativen Fehler auf. Doch scheint mir dies von geringem Belang und zwar aus folgenden Gründen.

Schon im § 3 wurde erwähnt, dass die Lummer'schen Gläser eine grössere prismatische Abweichung zeigten als die anderen Platten. Dies wurde auch auf folgende Weise klar bestätigt.

Bei der Messung der Streifen trat zuerst bei dem Plattenwinkel von $11^1/_2{}^0$ eine recht grosse Abweichung auf, und obgleich ich durch mehrmalige Bestimmung der Anfangsstellung aus der Messung bei verschiedenen Azimuthwinkeln die etwa durch fehlerhafte Justirung der Parallelstellung entstehende Abweichung zu beseitigen versuchte, blieb dennoch ein ganz erheblicher Fehler und zwar an allen Stellen in positivem Sinne übrig. Nun legte ich die Platte am Goniometer in ihrer Fassung um, und zwar so, dass sie um 90° gegen ihre erste Lage gedreht war. Als ich nun die Streifenbreite bei dem-

selben Plattenwinkel wie vorher bestimmte, ergab sich das Resultat, dass jetzt die Abweichung eine genau entgegengesetzte war. Dies scheint mir zur Evidenz zu beweisen, dass es sich hier um eine prismatische Abweichung der Glasplatte handelt, zumal sich bei den Platten von Reinfelder und und Hertel, die auch vorher als gut planparallel erkannt waren, ein gleiches Ergebniss nicht zeigte. Bei den Lummer'schen Gläsern mag ausserdem noch hinzukommen, dass die Bestimmung des Brechungsexponenten nur mit dem Refractometer von Abbe möglich war und nicht nach der genauesten Methode der minimalen Ablenkung.

In die Tabelle sind übrigens beim Plattenwinkel $11^1/_2{}^0$ die Mittelwerthe aus den zwei Beobachtungsreihen eingesetzt, die allerdings noch eine Abweichung in demselben Sinne zeigen, aber doch so gering, dass man hieraus wohl kaum eine Abweichung von der Theorie constatiren könnte.

Noch zu erwähnen bleibt, dass beim Polarisationswinkel das Licht in der Stellung von 90° Azimuthwinkel so schwach wird, dass ein Erkennen der Interferenzstreifen nicht mehr möglich ist.

Die Resultate, welche erhalten wurden bei der Messung des Drehungswinkel, liegen in den beiden folgenden Tabellen vor.

Tabelle 5.

(Platten von R. und H.)

Plattenwinkel	Berechnete Drehungswinkel									
	v. 180° an 15°	v. 165° an 15°	v. 180° an 30°	v. 165° an 30°	v. 180° an 45°	v. 165° an 45°	v. 180° an 60°	v. 165° an 60°	v. 180° an 75°	v. 165° an 75°
10°	14,9°	—	30,1°	—	45,2°	—	60,4°	—	76,8°	—
29° 58′ 30″	—	15,0°	—	30,0°	—	45,0°	—	60,1°	—	76,4°
49° 58′ 30″	15,1°	—	30,1°	—	45,0°	—	59,8°	—	75,2°	—
69° 57′	—	15,0°	—	30,0°	—	44,9°	—	59,6°	—	74,7°
89° 55′ 30″	15,0°	—	30,0°	—	44,9°	—	59,8°	—	74,8°	—
109° 56′	—	15,0°	—	30,0°	—	45,0°	—	59,8°	—	74,3°
129° 53′ 30″	14,9°	—	30,1°	—	44.9°	—	60.0°	—	74,7°	—
Mittel:	15,0°	15,0°	30,1°	30,0°	45,0°	45,0°	60,0°	59,8°	75,4°	75,1°

Tabelle 6.

(Lummer'sche Platten.)

Platten-winkel	Berechnete Drehungswinkel von 180° an.									
	15°	22,5°	32,5°	35°	45°	52,5°	60°	67,5°	75°	82,5
11° 30′ 51″	14,9°	—	—	34,5°	—	51,9°	—	67,1°	75,0°	82,7
30° 38′	—	22,3°	—	—	44,5°	—	59,3°	—	74,7°	—
44° 30′ 30″	14,8°	—	32,4°	—	—	52,4°	—	67,5°	—	82,8
60° 8′ 0″	—	—	—	—	44,9°	—	60,1°	—	75,0°	—
80° 10′	—	—	—	—	—	—	—	67,6°	—	82,9
97° 57′ 30″	—	—	—	—	—	—	—	—	75,2°	—
113° 47′	—	—	—	—	—	—	—	67,8°	—	82,4
126° 55′ 30″	—	—	—	—	44,9°	—	60,1°	—	76,4°	—
Mittel:	14,85°	22,3°	32,4°	34,5°	44,8°	52,15°	59,8°	67,5°	75,3°	82,7

Der Drehungswinkel wurde vom Azimuthwinkel 180° bezugsweise 165° an gerechnet. Da die Streifen stets diagonal zu den Streifen der einzelnen Platten verlaufen und diese rhombische Figuren bilden, so muss der Drehungswinkel der Streifen stets gleich der Hälfte des Drehungswinkels der Platten sein. Die am Kopfe jeder Verticalcolumne bezeichneten Werthe sind die nach dieser Betrachtung sich ergebenden Drehungswinkel der Streifen. Da dieselben vom Azimuthwinkel 180° bezugsweise 165° an gerechnet sind, so entspricht also dem Drehungswinkel 75° ein Azimuthwinkel von 30° bezugsweise 15°. Man sieht auch hier wiederum, dass bei kleinen Azimuthwinkeln die grössten Abweichungen stattfinden. Da die Streifen in diesen Stellungen sehr breit sind, so ist natürlich eine genaue Coincidenz des Fadens mit einem Streifen sehr schwer zu erhalten.

Es bleibt noch übrig, die Summenstreifen einer näheren Betrachtung zu unterziehen. Wie schon oben bemerkt, war es nur bei den Platten von Reinfelder und Hertel möglich, dieselben deutlich zu erhalten, und habe ich daher nur an wenigen Punkten eine Messung vornehmen können.

Nach der Lummer'schen Theorie bilden die Summenstreifen in der symmetrischen Stellung gewisse Curven. Dreht man indessen die Platte am Goniometer um den Centralstrahl als Axe, so verschwinden allmählich die Mittelpunkte der Curven, und die Streifen verflachen sich, bis sie schliesslich im Fernrohre als gerade Linien erscheinen. In diesem Zu-

stande kann man dann mit vollem Rechte die Theorie von Hrn. Blasius auf dieselben anwenden, und die angestellten Messungen ergaben auch, wie die folgende Tabelle zeigt, eine gute Uebereinstimmung der beobachteten und berechneten Werthe.

Tabelle 7.

Platten-winkel	Azimuth	Breite eines Streifens in Bogensec.		Abweichung
		berechnet	beobachtet	
69° 57′	+ 135°	1′ 27,77″	1′ 27,37″	– 0,5%
89° 55′ 30″	+ 150°	1′ 56,6″	1′ 56,8″	+ 0,2%
109° 56′	+ 165°	3′ 54,3″	3′ 54,1″	– 0,1%
129° 53′ 30″	+ 150°	2′ 14,9″	2′ 15,4″	+ 0,4%
—	– 150°	2′ 19,1″	2′ 20,2″	+ 0,8%

In unmittelbarer Nähe der symmetrischen Stellung ist indessen die Gleichung von Hrn. Blasius nicht benutzbar, da hier die Streifen noch eine recht erhebliche Krümmung aufweisen.

Ob die Art dieser Krümmung und die Verflachung der Curven sich aus der aufgestellten Theorie ableiten lassen, wollen wir im Folgenden noch einer kurzen Erörterung unterziehen.

Führt man in Fig. 2 eine Drehung der Platte II um die Axe BE aus, so wird es sich bei der Untersuchung im wesentlichen um die Frage handeln, in welcher Richtung man nach dieser Drehung mit dem Auge beobachten muss, um wieder die Mitte der Erscheinung zu erhalten. Da diese aber in der Richtung des symmetrischen Strahles entsteht, so ist es erforderlich, dessen Verschiebung zu bestimmen. Wird die Drehung derart ausgeführt, dass die Platte von der Vorderseite betrachtet, sich in gleichem Sinne wie der Zeiger einer Uhr dreht, so findet die Drehung der Schnittkante der Platten vom Auge D (Fig. 2) aus gesehen in entgegengesetztem Sinne statt. Wenn man jetzt die Lage des symmetrischen Strahles feststellen will, so wird man sich zunächst die Einfallsebene desselben construiren müssen. Da diese aber auf der Schnittkante der Platten senkrecht steht, während sie zugleich durch das Auge des Beobachters gelegt werden muss, so wird sie,

falls die Zeichenebene horizontal liegt, nach erfolgter Drehung gegen ihre erste Lage einen gewissen Winkel nach oben bilden, dessen Scheitel im Auge D gelegen ist. Die gleiche Drehung muss demnach der symmetrische Strahl ausgeführt haben. Wir werden also jetzt das Centrum der Erscheinung höher erblicken als vorher, und, wenn wir die Curven als Ellipsen annehmen, so wird der Krümmungsmittelpunkt höher als die optische Axe des Auges beziehungsweise Fernrohrs liegen. Demgemäss werden auch die Krümmungen der Curven verlaufen. Dass dies in der That sich derart darstellt, wurde durch die Beobachtung vollständig erwiesen.

Schluss.

Die vorstehende Darstellung dürfte für die Gültigkeit der aufgestellten Formeln in ausreichender Weise den Beweis erbracht haben.

Als wesentlichstes Ergebniss der Untersuchung ist wohl hervorzuheben, dass nicht nur in einer bevorzugten Stellung der Platten die Interferenzstreifen beobachtet werden können, sondern dass dieselben in jedem beliebigen Azimuthe sichtbar sind, und dass zugleich ihre Breite in einfacher Gleichung von den Bestimmungsstücken dieser Stellung abhängig ist.

Berlin, Physikalisches Institut der Universität.

II. *Beiträge zur experimentellen Bestimmung von Ueberführungszahlen in Salzlösungen; von Willy Bein.*

Einleitung.

Unterwirft man eine leitende Lösung der Einwirkung des galvanischen Stromes, so scheiden sich an den beiden Electroden nicht allein die Ionen des gelösten Electrolyten aus, sondern es treten daselbst auch Concentrationsunterschiede auf, und zwar wird im allgemeinen die Lösung an der Kathode verdünnter, die an der Anode dagegen concentrirter. Diese wohl zuerst von Faraday bemerkten Concentrationsunterschiede erklärte Hittorf durch die verschiedene Geschwindigkeit der Ionen und benutzte dieselben, um die Werthe der relativen Ionengeschwindigkeiten zu ermitteln.

Ein den Untersuchungen von Hittorf entnommenes Beispiel möge die Bedeutung der von ihm bestimmten „Wanderungszahlen" erläutern. Der Strom zersetzte eine Lösung von Kupfersulfat [1]), welche auf 1 Teil wasserfreien Salzes 18,08 Teile Wasser enthielt. An der Kathode hatten sich 0,2520 g metallischen Kupfers abgeschieden. Der Gehalt an Kupferoxyd in der Lösung um den negativen Pol betrug 1,2895 g während ein gleiches Volumen der ursprünglichen Lösung 1,5026 g Kupferoxyd enthalten hatte. Die Lösung war also um 0,2131 g Kupferoxyd oder 0,1701 g Kupfer ärmer geworden. Um ebenso viel Kupfer war die Lösung an der Anode reicher geworden, während der Gehalt der mittleren Schicht zwischen den beiden die Electroden bespülenden Flüssigkeiten ungeändert geblieben war. Der Strom hatte also 0,0819 g Kupfer durch den unveränderten Querschnitt der Lösung von der Anode zur Kathode übergeführt. Da die Lösung vollständig neutral geblieben war, so musste eine den übergeführten 0,0819 g Cu aequivalente Menge des Anion

1) Hittorf, Pogg. Ann. 89. p. 194. 1853.

(SO_4) an der Kathode zurückgeblieben sein, während eine den 0,1701 g Cu aequivalente Menge zur Anode gelangt war.

Um für die Resultate der Analysen ein einheitliches Maass zu gewinnen, hat Hittorf vorgeschlagen, die übergeführten Mengen in Bruchtheilen der an den Electroden abgeschiedenen Ionenmengen anzugeben. Wir erhalten demnach in unserem Falle für die Ueberführungszahl des Kupfers:

$$n_{Cu} = \frac{0,0819}{0,2520} = 0,325.$$

und mithin für die Sulfurylgruppe:

$$n_{SO_4} = 1 - n_{Cu} = 0,675.$$

Es liegen verhältnissmässig wenig ausgedehnte Experimentaluntersuchungen vor, die sich mit der Festellung dieser Wanderungsgeschwindigkeiten beschäftigen. Auf die ersten Versuche von Daniell und Miller [1]) folgen die umfangreichen Arbeiten von Hittorf. [2]) Derselbe ermittelte nicht nur, in welche Ionen die Electrolyte durch den Strom zerlegt werden, sondern er stellte vor allem die verschiedenen relativen Geschwindigkeiten der Ionen durch die Concentrationsänderungen der Lösungen an den Polen für eine sehr grosse Zahl von Salzen fest. G. Wiedemann beabsichtigte bei seinen Versuchen [3]) nicht sowohl Ueberführungszahlen zu bestimmen, als vielmehr den Zusammenhang der Ionenwanderung mit anderen Vorgängen in den Lösungen festzustellen. Weiske, Kuschel, Kirmis [4]) bestimmten die Ueberführungszahlen der Ionen verschiedener Salze, mit denen sich zum Theil schon Hittorf beschäftigt hatte. Im Anschluss an die Hittorf'schen Arbeiten wären noch die Untersuchungen von Bourgoin [5]) zu nennen, welcher nach dem Vorgange des Erstgenannten die während der Electrolyse auftretenden Concentrationsänderungen benutzte, um die Art der Zerlegung der organischen Säuren

1) Daniell und Miller, Pogg. Ann. **64.** p. 18. 1845.

2) Hittorf, Pogg. Ann. **89.** p. 177. 1853; **98.** p. 1. 1856; **103.** p. 1. 1858; **106.** p. 338, 513. 1859.

3) Wiedemann, Pogg. Ann. **99.** p. 177. 1856.

4) Weiske, Pogg. Ann. **103.** p. 466. 1858; Kirmis, Wied. Ann. **4.** p. 503. 1878; Kuschel, Wied. Ann. **13.** p. 289. 1881.

5) Bourgoin, Ann. chim. et phys. (4) **14.** p. 157. 1868; **21.** p. 264. 1870; **22.** p. 361. 1871.

und ihrer Salze zu ermitteln. Lenz[1]), Löb und Nernst[2]), sowie Kistiakowsky[3]) führten in neuerer Zeit gelegentliche Bestimmungen von Ueberführungszahlen aus.

Alle diese Arbeiten liefern im grossen und ganzen eine Bestätigung der mühevollen Untersuchungen Hittorff's. Nur die Versuche von Wiedemann mit Kupfersulfat und Silbernitrat[4]), von Kirmis mit Kupfersulfat[5]), von Weiske mit Chlornatrium und Chlorbaryum[6]) scheinen eine Ausnahme zu bilden. Der zuerst genannte Forscher fand bei der Electrolyse einer Kupfersulfatlösung von 3,37 Proc. Cu zwischen Platinelectroden: $n_{Cu} = 0,181$. Wiedemann bezieht die Aenderungen der Concentration auf das gleiche Volumen, Hittorf fast ausschliesslich auf das gleiche Gewicht des Lösungsmittels. Rechnet man die Zahl um, so findet man eine geringe Abweichung von der oben angegebenen, nämlich: $n_{Cu} = 0,191$. Kirmis, der mit demselben Apparate wie Wiedemann arbeitete, fand für die Ueberführung des Cu im Kupfersulfat bei Benutzung von Pt-Electroden dieselben Werthe.

In der folgenden Tabelle sind die Werthe Wiedemann's und Kirmis den Mittelwerthen von Hittorf gegenübergestellt.

Concentration der Lösung Proc. Cu	Ueberführungszahl: n_{Cu} gefunden von		
	Wiedemann	Kirmis	Hittorf
4,9		0,225	
3,8			0,288
3,5		0,191	
3,4	0,191		
2,2		0,233	0,322
1,0		0,229	0,356

Die Abweichungen sind also sehr beträchtlich.

Wurde dagegen eine Lösung zwischen Cu-Electroden electrolysirt, so fanden beide Beobachter mit den Hittorf'schen

1) Lenz, Mém. Petersb. **30.** 1882; Beibl. p. 399. 1883.
2) Löb und Nernst, Zeitschr. Physik. Chemie. **2.** p. 948. 1888.
3) Kistiakowsky, Zeitschr. Phys. Chem. **6.** p. 105. 1890.
4) Wiedemann, Pogg. Ann. **99.** p. 189. 193. 1856.
5) Kirmis, Wied. Ann. **4.** p. 508. 1878.
6) Weiske, Pogg. Ann. **103.** p. 474. 1858.

Angaben übereinstimmende Werthe, wie es die folgende Zusammenstellung erkennen lässt:

Conc.: Proc.Cu	n_{Cu} gefunden von		
	Wiedemann	Kirmis	Hittorf
3,5		0,298	0,295
2,0	0,344	0,314	0,328
0,7		0,352	0,360

Ebenso besteht eine Abweichung der Zahlen von einander bei einem Versuche, den Wiedemann mit einer Silbernitratlösung zwischen Pt-Electroden ausführte, während bei Anwendung von Ag-Electroden eine genügende Uebereinstimmung mit Hittorf vorhanden war:

Conc.: Proc. Ag	Ueberf. n_{Ag} gefunden von		Material der Electroden
	Wiedemann	Hittorf	
3,3		0,478	Silber
2,7	0,52		Silber
1,9	0,236 [1]		Platin

Nach diesen Versuchen scheint das Material der Electroden von Einfluss auf die Ueberführungszahlen zu sein. Doch sind die Versuche nicht alle vollständig einwurfsfrei. Wiedemann gibt an, dass die Kupfersulfatlösung nach der Electrolyse zwischen Pt-Electroden auch an der Kathode stark sauer reagirte. Es hatte sich also die an der Anode frei werdende Schwefelsäure durch die Flüssigkeit hindurch bis zur Kathode verbreitet; und es wurde nicht eine Kupfersulfatlösung, sondern vielmehr ein Gemisch von Schwefelsäure und Kupfersulfat electrolysirt. Da sich nun bei der Electrolyse einer gemischten Lösung der Strom zwischen die Bestandtheile nach Maassgabe ihrer Leitfähigkeit theilt, so wird bei dem relativ grossen Widerstand des Salzes überwiegend die Säure zersetzt werden. Es muss also mehr Wasserstoff und weniger Metall an die Anode geführt werden, wie dieses auch die Differenz der Wiedemann'schen Zahlen gegen die von Hittorf lehrt. Dasselbe gilt für

1) Umgerechnet auf das gleiche Gewicht des Lösungsmittel $n_{Ag} = 0,229$.

die Versuche von Kirmis. In der Silbernitratlösung fand sich, als die Anode aus Pt bestand, an der Kathode eine bedeutende Menge Nitrit vor. Dieselbe konnte nur dadurch entstanden sein, dass sich infolge der Diffusion der Salpetersäure zur Kathode daselbst Wasserstoff neben dem Silber ausgeschieden hatte.

Die wahren Werthe der Ueberführungszahlen — und das ist ein Punkt, auf den Hittorf wiederholt aufmerksam macht — kann man nur finden, wenn die an der einen Electrode sich bildenden chemischen Verbindungen nicht bis zur anderen Electrode gelangen können, wenn also die in ihrer Concentration und Zusammensetzung veränderten Polflüssigkeiten durch eine unveränderte Schicht des Electrolyten getrennt sind. Das ist die nothwendige, aber auch hinreichende Bedingung, welche bei der Bestimmung der Ueberführungszahlen eingehalten werden muss. Die Versuche, welche von Wiedemann und Kirmis mit den Salzen von Schwermetallen unter Anwendung von Platinelectroden ausgeführt worden sind, genügen dieser Bedingung durchaus nicht.

Für die Alkalisalze besteht, wenn wir von einigen Angaben Weiske's absehen, eine befriedigende Uebereinstimmung zwischen den von verschiedenen Beobachtern gefundenen Ueberführungszahlen, gleichviel ob die betreffenden Salze zwischen polarisirbaren oder polarisationsfreien Electroden zerlegt wurden. Hittorf[1]) fand bei der Electrolyse des Kaliumchlorides zwischen Platinelectroden für eine Lösung mit einem Chlorgehalt von 9,8 resp. 7,3 Proc. Cl: $n_{Cl} = 0{,}502$ bez. 0,500. Bei Anwendung einer Anode aus Cadmium und einer Kathode aus Platin ergab sich $n_{Cl} = 0{,}516$ im Mittel. Es ist nur eine geringe Abweichung zu constatiren, welche, wie Hittorf angibt, in den Fehlern der Analyse begründet ist. Auch Weiske hat in einem Apparat, der von dem von Hittorf verwendeten ganz verschieden war, Chlorkalium electrolysirt.

Die Mittel der von ihm gefundenen, gut untereinander übereinstimmenden Zahlen sind in der folgenden kleinen Tabelle zugleich mit den Angaben Hittorfs aufgeführt.

---

1) Hittorf, Pogg. Ann. **103.** p. 39.

Proc. Gehalt der Lösung an Chlor	im Mittel gefunden n_{Cl}: von	
	Weiske	Hittorf
6,3		0,516
5,1	0,517	
2,5		0,513
2,0	0,516	
0,9	0,518	
0,5		0,506

Weiske untersuchte des weiteren Chlornatrium unter Benutzung von Pt-Electroden. Hier finden wir grosse Abweichungen von den Angaben Hittorf's.

Proc. Gehalt der Lösung an Chlor	gefunden n_{Cl} von	
	Weiske	Hittorf
5,4	0,683	0,640
1,7	0,688	0,631
0,5	0,680	0,627

Für Chlornatrium liegt auch ein Versuch von Wiedemann[1]) vor, welcher $n_{Cl} = 0,622$ ergibt für eine Lösung von 2,878 Proc. Cl. Nimmt man zur Controlle der Analysen die Summe der Lösungen um die beiden Pole in ihrem gesammten Chlorgehalt, so ergibt sich mit grosser Uebereinstimmung derselbe gleich 2,870 Proc.[2])

Weiske's Versuche mit Chlorcalcium zeigen wiederum mit den Hittorf'schen trotz der verschiedenen Anordnung Uebereinstimmung.

Proc. Gehalt Cl	n_{Cl} gefunden von	
	Weiske	Hittorf
5,6	0,689	0,693
2,3	0,686	0,682
0,75	0,692	0,680

1) Wiedemann, Pogg. Ann. **99**. p. 195. Nach dem gleichen Gewicht des Lösungsmittels berechnet, ergibt sich $n_{Cl} = 0,583$.

2) Die oben angeführten Versuche Wiedemann's mit $CuSO_4$ und $AgNO_3$ sind nicht so genau. In einem Versuche wurde statt 3,367 Proc. 3,395 Proc. Cu gefunden, d. h. 0,06 g Cu zuviel. Das angehäufte Cu betrug 0,232 g, das weggeführte 0,293 g, welche Zahlen hätten gleich sein müssen.

Die für Baryumchlorid gefundenen Zahlen entfernen sich dagegen weit von den Angaben Hittorf's, und zwar im entgegengesetzten Sinne, als die für Chlornatrium, sodass wohl eine gemeinsame Fehlerquelle ausgeschlossen erscheint.

Proc. Gehalt Cl	n_{Cl} gefunden von	
	Weiske	Hittorf
2,7	0,531	0,633
1,5	0,528	0,623
0,2	0,532	0,612

Für Chlorstrontium liegen analoge Werthe von Hittorf nicht vor.

Die Abweichungen von den Hittorf'scher Untersuchungen beschränken sich also, wenn wir absehen von den Versuchen Wiedemann's und Kirmis, die wegen der stattgehabten Mischung der Polflüssigkeiten nicht zu einem Resultate führen konnten, nur auf die Zahlen Weiske's. Im Hinblick auf den Mangel an einwurfsfreien Versuchen mit Schwermetallsalzen bei Anwendung von Pt-Electroden schien es wünschenswerth, den Einfluss, welchen die Electroden auf die Ueberführungszahlen etwa ausüben, festzustellen. Im Anschluss daran veranlasste mich Hr. Prof. Kundt auch der Frage näher zu treten, ob bei der Bestimmung der Ueberführungszahlen die trennende Membran oder die Temperatur einen in betracht kommenden Einfluss hätte. Der Einfluss der Membranen ist noch kaum irgendwo untersucht worden. Ein Versuch Hittorf's[1]), der einzige, welcher mit einem Schwermetallsalz unter Anwendung von Membranen aus Rinderdarm ausgeführt wurde, ergab

für eine 45 procent. Chlorcadmiumlösung $n_{Cl} = 1{,}014$;

ohne Einschaltung einer Membran wurde $n_{Cl} = \begin{cases} 1{,}015 \\ 1{,}016 \end{cases}$

gefunden.

Ebenso hat man nur geringe Anhaltspunkte für die Beurtheilung der Veränderlichkeit der Ueberführungszahlen mit der Temperatur. Hittorf setzte den Apparat, in welchem er die Electrolyse des Kupfersulfates vornahm, verschiedenen Zimmertemperaturen zwischen 4⁰ und 21⁰ aus, ohne Ab-

1) Hittorf, Pogg. Ann. **106.** p. 547.

weichungen seiner Zahlen von einander constatiren zu können. Kirmis versuchte mit dem Wiedemann'schen Apparate bei 0° zu arbeiten, jedoch ohne Erfolg. Nur Nernst [1]) vermochte geringe Differenzen festzustellen, als er seinen Apparat den Temperaturen 0° einerseits und etwa 26° andererseits aussetzte. Es ergab sich für:

Substanz	Ueberf. des Anion	Temperatur
salpetersaures Silber	0,538	0°
„ „	0,524	26°
pseudocumolsulfons.	0,273	0°
„ „ Silber	0,294	27°

Bei dithionsaurem Silber war kein Unterschied vorhanden.

Beschreibung der Versuchsanordnung.

A. Die benutzten Apparate.

Zur Bestimmung der Wanderungsgeschwindigkeiten der Ionen kann man sich zweier Arten von Apparaten bedienen: Entweder die Lösung wird durch Diaphragmen in mehrere Teile zerlegt, oder man giebt dem Apparat eine Form, die auch ohne Benutzung von Diaphragmen eine Vermischung der verschieden concentrirten Schichten verhindert. Beide Formen von Apparaten wurden benutzt. Die erstere war nach dem Vorbild des Hittorf'schen Apparates [2]) construirt, um den Einfluss des Materials der Electroden, sowie der Membranen untersuchen zu können. Die zweite nähert sich der Anordnung, welche Nernst [3]) angegeben hat. Der letztere Apparat wurde besonders für Versuche bei höherer Temperatur verwendet.

Apparat I mit Membranen.

Derselbe bestand aus 4 aufeinander gesetzten Gläschen, von denen 3 das Aussehen der bekannten, von Hittorf benützten [2]) hatten. Das oberste von 80 ccm Inhalt enthielt die Kathode aus Platin. Dieselbe hatte die Form eines Napfes, in dessen Rand mehrere Löcher gebohrt waren (Fig. 1). Durch

1) Nernst, Z. Phys. Chemie. **2**. p. 956.
2) Pogg. Ann. **98**. Fig. 3, Tfl. I.
3) Z. Phys. Ch. **6**. p. 105.

dieselben gingen miteinander verwickelte Drähte, welche den Contact mit der Flüssigkeit und der Stromquelle herstellten Das zweite Glas hatte einen Inhalt von etwa 120, das dritte von etwa 60 ccm. Das unterste Gläschen (Inhalt ca. 70 ccm),

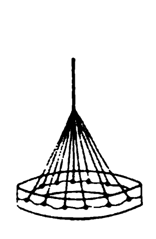


Fig. 1.

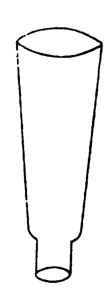


Fig. 2.

in welchem sich die Anode befand, wurde in 2 Formen benutzt. Für den Fall, dass sich keine Gase an den Electroden entwickelten, erhielt das Gläschen die Gestalt, wie sie Fig. 2 zeigt. Die untere Oeffnung wurde mittelst eines Gummistopfen geschlossen, durch dessen Bohrung die in eine Glasröhre mit Hilfe von Siegellack eingekittete Electrode eingeführt wurde.

Dieses Glas kam seltener zur Anwendung, als das zweite (Fig. 3), welches so construirt war [1]), dass bei Verwendung von Pt-Electroden die sich bildenden Gase (O oder Cl) bequem entweichen konnten, ohne die Flüssigkeit durcheinander zu wirbeln. Die Oeffnung *D* des T-Rohres liess dieselben ungehindert

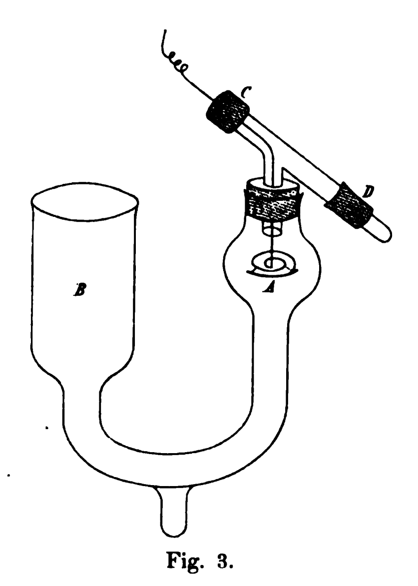


Fig. 3.

1) Vgl. **Hittorf's** Versuch der Electrolyse des K Cl zwischen Pt-Electroden. Pogg. Ann. 103. p. 34.

passiren. Entwickelten sich keine Gase, so wurde *D* verschlossen. Die andere Oeffnung *C* ist etwas erweitert; durch einen kleinen versiegelten Kork geht die Electrode luftdicht hindurch. So konnte ohne Schwierigkeit sowohl eine Platin-, als auch eine andere Metallelectrode eingesetzt werden. Die bei der Electrolyse entstehenden specifisch leichteren Säuren gelangten nur langsam aus der sackförmigen Erweiterung des Schenkels *A*, in welchen die Electrode hineinragt, nach dem Schenkel *B*. Einer Vermischung durch die übrigen Gläschen hindurch bis zur Kathode ist dadurch nach Möglichkeit vorgebeugt. Bei einigen Versuchen wurde auch noch in den Schenkel *B* ein gut passender, mit einem Diaphragma versehener Glasring eingelegt. Es war dafür Sorge getragen dass der Apparat während der Versuche keinerlei Erschütterungen erlitt. Die Gläschen wurden gewöhnlich aus später zu erwähnenden Gründen [1]) nicht, wie es Hittorf that, durch Membranen aus Rinderdarm, sondern durch 2 mm dicke Thonplatten verschlossen.

Apparat II ohne Membranen.

Keiner der bisher bei grösseren Versuchsreihen benutzten Apparate eignet sich zur Bestimmung der Ueberführungszahlen bei höherer Temperatur, vor Allem in der Nähe des Siede-

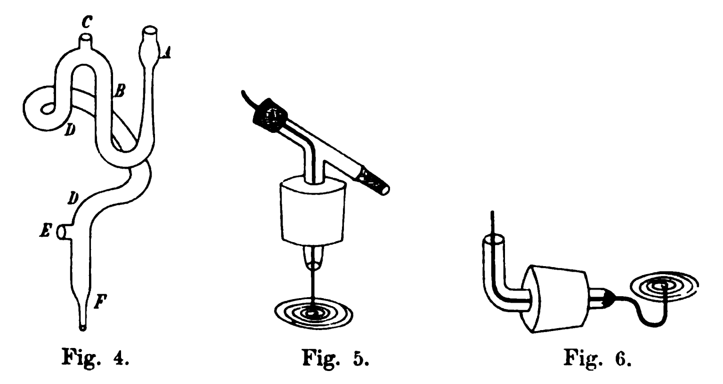


Fig. 4. Fig. 5. Fig. 6.

punktes des Wassers. Brauchbar erwies sich nur eine Form ohne Membranen, die gestattete, die Lösungen noch heiss in

1) Vgl. Versuche über den Einfluss der Membranen p. 53.

mehrere Portionen zu trennen. Versuche mit dem Apparat von Nernst und Löb ergaben unter den vorhandenen Versuchsbedingungen schon bei gewöhnlicher Temperatur keine befriedigenden Resultate.

Die Figuren 4—7 geben eine Ansicht des für alle Salze (Schwermetall- und Alkalimetallsalze) und bei jeder Temperatur brauchbaren Apparates. Fig. 4 stellt den aus Glas verfertigten Hauptheil des Apparates dar, Fig. 5 die Kathode, Fig. 6 die Anode, Fig. 7 den zusammengesetzten Apparat, der in eine mit Wasser angefüllte Glocke eingesetzt ist.

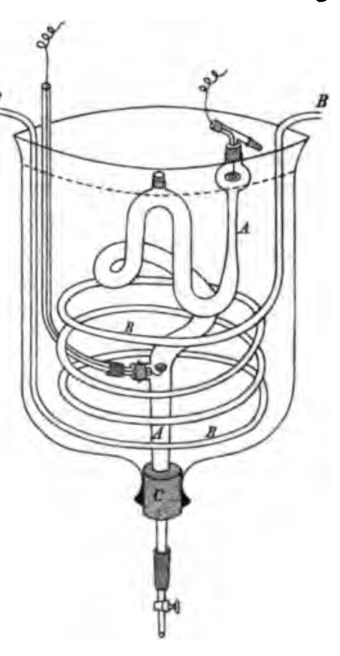


Fig. 7.

Das Glasrohr (Fig. 4) hat die Form einer steil ansteigenden Spirale, die keine volle Windung macht und an welche sich bei *C* das U-Rohr (*B A*) anschliesst. Dasselbe ist bestimmt zur Aufnahme der Kathodenflüssigkeit. Die Electrode (Fig. 5) reicht etwa bis in die Mitte der mit Flüssigkeit ganz angefüllten Kugel *A* (Fig. 4). Entwickeln sich Gase, so treten dieselben durch das offene Ende des T-Rohres aus. Dasselbe muss ziemlich weit sein, damit sich nicht bei der hohen Temperatur, welcher der Apparat ausgesetzt wird, Wasserbläschen ansammeln, die den Gasen den Ausweg versperren, da sonst die Flüssigkeit im U-Rohr durch die Oeffnung *C* (Fig. 4) herausgepresst werden kann. In *C* befindet sich während der Versuche ein Gummistopfen mit enger Bohrung. Der etwaige Fehler in Folge der abdunstenden Flüssigkeit durch die eine Oeffnung des T-Ansatzes ist, wie einige Versuche lehrten, unbedeutend: vorgeschaltete Chlorcalciumröhren erfuhren nur geringfügige Gewichtsvermehrungen. Grössere Wasserblasen, die sich etwa in dem oberen Teil des T-Rohres ansammeln,

werden durch die schräge Lage desselben gezwungen, wieder in den Apparat zurückzutropfen.

In den Ansatz *E* wird ein gut schliessender Stopfen eingedreht durch welchen ein Glasrohr mit einem eingeschmolzenen $^1/_2$—1 mm starken Pt-Draht geführt wird (Fig. 6). An das eine Ende des letzteren wird eine Spirale von sehr biegsamen Cadmiumdraht oder irgend einem anderen Metall, welches als Anode[1]) dienen soll, durch mehrfache Verwickelungen so befestigt, dass sich der Contact auch bei höherer Temperatur nicht lockert. Mit dem anderen Ende wird ebenfalls durch Umwickelungen der den Strom zuleitende Kupferdraht verbunden. Ueber denselben wird behufs Isolirung von dem die Glocke erfüllenden Wasser (Fig. 7) ein gebogenes Glasrohr geschoben. Der die Anode führende Gummistopfen wird durch Metalldrähte fest in den Ansatz hineingedrückt, so dass auch bei höherer Temperatur die Flüssigkeiten innerhalb und ausserhalb des Apparates vollkommen voneinander getrennt sind.

Ueber die am Ende des Spiralrohres befindliche Verjüngung *F* (Fig. 4) wird ein den Hals der Glocke verschliessender Stopfen geschoben. Auf das herausragende Ende wird mittelst eines Gummischlauches der mit etwas Fett eingeriebene Abflusshahn befestigt.

Die *Füllung* des Apparates mit den ausgekochten Lösungen[2]) findet von unten aus einer grösseren Aufbewahrungsflasche statt, welche die Form einer Spritzflasche besass, deren Ausflussrohr aber heberartig nach unten gebogen war. Durch Schliessen eines Quetschhahnes wurde das Auslaufen der Flüssigkeit nach dem Anblasen des Hebers verhindert. Wird

1) In dem am häufigsten benutzten Apparate von etwa 85 ccm Inhalt sind die Electroden etwa 37 cm voneinander entfernt.

2) Bei den Versuchen mit Kupfersulfat über den Einfluss des Electrodenmaterials auf die Ueberführung wurde reines kryst. Kupfersulfat benutzt, welches zweimal aus siedender concentrirter Lösung durch schnelles Abkühlen umkrystallisirt wurde. Das Salz fiel in ganz kleinen Krystallen aus. Bei einem anderen Teile der Versuche wurde krystallisirtes Kupfersulfat ohne weiteres Umkrystallisiren verwendet. $AgNO_3$, KCl, NaCl, $CdCl_2$, CdJ_2, wurden in reinstem Zustande von Kahlbaum bezogen. Chlorcalium wurde in zwei Sorten untersucht: als wasserfreies Salz und als krystallisirtes ($CaCl_2 + 6H_2O$).

der letztere mit dem Abflusshahn des Apparates verbunden und der Quetschhahn geöffnet, so steigt die Flüssigkeit alsbald in das Glasrohr des Apparates.

Nach der Füllung desselben wird in die Glocke eine Messingschlange *B* (Fig. 7) mit mehreren Windungen eingesezt. Durch dieselbe kann nach Belieben kaltes Wasser oder Dampf von Wasser resp. Alkohol strömen. Soll dem Apparat eine *constante* hohe *Temperatur* in der Nähe des Siedepunktes des Wassers erteilt werden, so wird in einem 3 l Kolben Wasser durch einen 4-Brenner in starkem Sieden längere Zeit erhalten, sodass der Dampf erst die unteren, dann die oberen Windungen der Schlange passirt. Dann wird erst die Glocke mit fast siedendem Wasser gefüllt, bis nur noch ein kleiner Theil des Rohres an der Oeffnung *C* herausragt. Zur Verhinderung der Verdunstung und des Wärmeverlustes durch Strahlung wird auf die Oberfläche des Wassers etwas geschmolzenes Paraffin gegossen. Es gelingt so schon nach einer halben Stunde das Temperaturgleichgewicht bei einer Temperatur von 95—97° herzustellen, welche nur noch um Bruchtheile eines Grades ohne Anwendung eines mechanischen Rührwerkes schwankt. Der Temperaturunterschied unterhalb der Paraffinschicht und in der Nähe des Bodens der Glocke beträgt höchstens 1°. Doch hat selbst eine grössere Zunahme der Temperatur[1]) keinen Einfluss auf die Vermischung der Polflüssigkeiten. Verwendet man Alkoholdampf (aus 90 procentigen Alkohol entwickelt) zum Erhitzen, so wird nur eine Temperatur von etwa 75° erzielt.

Auch bei den Versuchen bei Zimmertemperatur musste der Apparat gekühlt werden. Da die Stromintensität, um die Versuche nicht zu lange andauern zu lassen, nicht so klein, wie bei Nernst (etwa $^1/_{50}$—$^1/_{100}$ Amp.) gewählt weıden durfte, so konnten durch den grossen Widerstand des Apparates (bis zu 5000 Ohm) an den verengten Stellen leicht starke Temperaturerhöhungen eintreten. Um dieselben zu beseitigen, wird die Glocke mit Wasserleitungswasser gefüllt und ein Strom desselben durchfliesst erst die oberen, dann die unteren Windungen der Messingschlange.

1) **Absichtlich wurde dieselbe um 20° während eines Versuches (Vers. I mit $Ag\,NO_3$ S. 65) erhöht.**

Als *Stromquelle* dienten Batterien von 8—30 Leclanché-Elementen. Grössere Spannungen resp. Stromstärken liessen sich erhalten, indem man den Strom der Anschlussstelle des Laboratoriums an die Kabel der Berliner Electricitätswerke entnahm. Dieser Maschinenstrom war von sehr constanter Spanung (= 108 Volt)[1]).

Durch die Anwendung des U-Rohres *AB* (Fig. 4) war dem Fehler vorgebeugt, welchen das schnelle Wachsthum der *Dendriten* bewirken konnte, in welcher Form sich die Metalle Pb, Cd, Ag in den verdünnten Lösungen auf die Kathode niederschlugen. Benutzte man die von Nernst construirten Apparate, so hatten sich nach wenigen Stunden, sobald mehr als 80 mg Silber im Voltameter abgeschieden waren, durch das Wachsen der Metallbäume die Electroden um $^1/_3$ ihrer Entfernung genähert und man konnte keine Theilung der Lösung bewirken, ohne dass nicht schon die mittelsten Schichten eine kleine Veränderung gezeigt hätten. In dem U-Rohr vermögen die Metallbäume, die nach Kohlrausch[2]) aus Stäbchen von etwa 0,01 mm Durchmesser bestehen, wegen ihrer Schwere von selbst herabzufallen. Dadurch tritt keine Erschütterung der gesammten Flüssigkeit ein. Vor Allem bei höherer Temperatur fallen die Metalltheilchen alle 10—20 Secunden ab und ihr Gewicht beträgt nur Bruchteile eines mg. Ja man kann sogar durch Hin- und Herdrehen der Kathode während des Versuches eine Trennung etwa zu weit in die Flüssigkeit hineinwachsender Dendriten von der Electrode herbeiführen, ohne durch diesen Eingriff störende Strömungen in der Lösung hervorzurufen. Versuche, das Ansetzen der Metallbäume zu unterdrücken, gelangen nicht, Schwierigkeiten, welche Lenz zwangen als Kathode bei der Electrolyse von Jodcadmium Quecksilber zu nehmen, damit sich Cadmiumamalgam bilden konnte. Indem man aber den S. 37 (Fig. 1) beschriebenen Pt-Napf mit glattem Boden zur Kathode verwendet, kann man es erreichen, dass die Metalle um den Rand in Form eines Kranzes herumwachsen und nicht sogleich an irgend einer

1) Bei seiner Anwendung steigerte sich durch den grossen Widerstand in dem Apparat I, welchen die Anwendung der Thonplatten verursachte, die Temperatur während eines Versuches von 20° auf 40°.

2) Wied. Ann. 26. p. 212.

Unebenheit in langen Fasern anschiessen. Der Silberbaum lässt sich, wenn man eine ebene Spirale aus blanken, dicken Silberdraht, senkrecht gegen die Stromlinien gestellt, benutzt, auch längere Zeit (bei einem Versuch 210 Minuten lang) zurückhalten.

Um den Apparat gegen *Störungen von aussen* durch Erschütterungen zu schützen, wird die von einigen Lagen Filz umgebene Glocke auf einen Dreifuss gesetzt, der seinerseits auf einem Wandconsol steht. Um den oberen Theil der Glocke gehen Schnüre, mit Hülfe deren dieselbe an ein auf jenem Consol ruhendes Stativ so gehängt werden kann, dass die Schnüre gespannt und gleichzeitig die Glocke auf dem Filz fest aufliegt.

Controlle dafür, dass keine Vermischung der verschieden concentrirten Schichten eingetreten ist: Sobald der Strom eine grössere Menge Salz zersetzt hat, zeigt sich die concentrirtere Lösung durch ihr grösseres Lichtbrechungsvermögen scharf von den mittleren Schichten getrennt. Auch kann man selbst bei schwachen Strömen das Heruntersinken der dichteren Schichten als Schlieren in der Flüssigkeit beobachten. Ist das Anion gefärbt, wie Jod, so lässt sich ein Maassstab für die Vermischung an der eintretenden Färbung der Lösung finden, wenn Jod frei werden kann. Bei Versuchen in höherer Temperatur gibt die Wolke von Cadmiumhydroxyd, welche über der Anode lagert, den Maassstab ab; dieselbe bildet sich wahrscheinlich dadurch, dass die stark erhitzte Salzlösung die Cadmiumanode etwas angreift.[1]) Ist der Versuch gut verlaufen, so darf sich nach dem Ablassen der einzelnen Portionen in den mittleren Schichten kein Niederschlag zeigen. Am sichersten aber zur Controlle eingetretener Mischung erwies sich die Methode, welche Nernst[2]) benutzt hatte, um die Wägung der kleinen Menge des im Voltameter ausgeschiedenen Silber sprüfen zu können, indem er von einem in dem Stromkreis eingeschalteten Widerstandskasten eine Abzweigung mit Galvanometer und einem Clarkelement als Etalon herstellte. Da

---

1) Diese Erscheinung trat auch bei Zimmertemperatur ein, wenn eine zu kleine Cadmiumspirale verwendet wurde.

2) Z. Phys. Ch. 2. p. 952. F. Kohlrausch, Prakt. Physik 6. Aufl. p. 254.

man die Aenderung der Stromintensität im Hauptkreise, welche bei dem grossen Widerstande der Apparate fast nur abhängt von den Vorgängen in denselben, durch diese Methode in jedem Momente bestimmen kann, so lässt sich durch die Grösse der Aenderung mit der Zeit schätzen, wie weit die an den Polen entstehenden Substanzen mit ihrer von der Salzlösung verschiedenen Leitfähigkeit sich in die Flüssigkeit verbreitet haben.

B. Bestimmung der durch den Strom übergeführten Substanzmenge.

Theilung der Flüssigkeiten bei Anwendung des Apparates ohne Membranen: Die Flüssigkeitssäule wird in 4 Theile zerlegt und jeder einzeln analysirt, wie es auch Nernst anfangs that, während sich Hittorf bei seinen umfangreichen Untersuchungen darauf beschränkte, nur eine Polflüssigkeit zu analysiren. 3 Theile der Flüssigkeit ($^2/_3$ der gesammten Menge) lässt man durch den 1 mm weiten Glashahn (Fig. 7) in darunter gestellte Wägegläschen abfliessen. Zuerst wird die concentrirte Schicht, welche die Anode bespült hatte, sodann ohne den Hahn zu schliessen, die beiden mittleren Schichten welche zusammen etwa $^1/_3$ der Flüssigkeitsmasse ausmachen, aufgefangen. Die letzteren müssen unveränderten Gehalt zeigen. Da vor dem Abfliessen das T-Rohr der Kathode durch einen Glasstöpsel verschlossen wird, während die Oeffnung *C* offen bleibt (Fig. 4), so theilt sich die Flüssigkeit an der oberen Kuppe des U-Rohres (*B A*), und in dem Apparat bleibt die alkalische oder sonst wie veränderte Kathodenlösung[1]) zurück, ohne in Berührung mit den anderen Schichten zu kommen. Ist der Apparat auf höhere Temperatur erhitzt, so kann man die Lösung ruhig sich abkühlen lassen, dann durch Neigung der Glocke die Flüssigkeit aus dem U-Rohr in das Spiralrohr bringen, abfliessen lassen und gesondert auffangen. Natürlich muss auch das Gewicht des kleinen im Apparat nun noch zurückgebliebenen Flüssigkeitsrestes (etwa 1 g), welcher das gesammte in das T-Rohr und die Stopfen hineindestillirte

1) In den Versuchsresultaten ist dieselbe mit IV (III) bezeichnet, die Anodenlösung mit I, die mittleren Schichten mit II u. III (II).

Wasser enthält, ermittelt werden. Es wird der Hahn mit dem Gummischlauch von *F* (Fig. 4, 7) mit Vorsicht abgezogen, der Apparat aus der Glocke herausgenommen, der Hahn wieder angebracht und der Apparat, nachdem der kupferne Zuleitungsdraht, die Glasröhre und Schnüre entfernt sind, durch Benzol von dem ihm anhängenden Paraffin gereinigt, getrocknet und gewogen. Da auch vor dem Versuch eine Wägung des Apparates vorgenommen war, so ist die zurückgebliebene Menge aus der Differenz der Gewichte gegeben.

Wägung der Lösungen: Bei Bestimmung des Gewichtes der zu untersuchenden Menge Flüssigkeit war nur eine Genauigkeit von mehreren mg erforderlich. Die Lösungen wurden in Wägegläschen aufgefangen, welche mit eingeschliffenen und etwas eingefetteten Stöpseln versehen waren. Bei den Versuchen in höherer Temperatur wurde wegen der stark erhitzt in die Gefässe einfliessenden Lösungen das Wägeglas so schnell wie möglich geschlossen und durch Einsetzen in Aether gekühlt.

Titrirung der Lösungen: Die Analysen wurden bei Silbernitrat-, Chlorid- resp. Jodidlösungen nach der Volhard'schen Methode[1]) ausgeführt. Aus den Lösungen der Chloride (Jodide) wurde nach Ansäuerung mit reiner Salpetersäure mit einem geringen Ueberschuss einer $^1/_{20}$ oder $^1/_{50}$ normalen Silbernitratlösung das Chlor (Jod) als Chlor-(Jod-)silber gefällt. Nachdem der Niederschlag sich im Dunkeln abgesetzt hatte, filtrirte man mittelst einer Wasserstrahlpumpe durch mehrere Lagen Filtrirpapier, welche auf eine durchlöcherte Porzellanplatte aufgelegt waren.[2]) Der im Filtrat enthaltene Ueberschuss von Silbernitrat wurde mittelst einer Rhodanammoniumlösung von bekanntem Gehalt zurücktitrirt. Der Farbenumschlag wurde mehrmals, zuletzt immer am folgenden Tage beobachtet, nachdem die Bechergläser an einer dunklen Stelle des Zimmers gestanden, bis sich das Rhodansilber abgesetzt hatte. Die Bestimmungen lieferten für alkoholische Lösungen ebenso genaue Resultate, wie für wässrige.

---

1) Z. analyt. Chemie 17, p. 482. Lieb. Ann. 190, p. 1.

2) Bei jeder folgenden Analyse wurde immer dasselbe im Dunkeln aufbewahrte Filter benutzt und daher zuletzt durch eine dicke Schicht Chlorsilber filtrirt, welche selbst eben gefälltes Chlorsilber vollständig zurückhielt; vgl. Stas, Atomgewichtsbestimmungen.

Büretten: Auf die Behandlung und das Ablassen der calibrirten Büretten wurde die grösste Sorgfalt verwendet. Die Büretten waren in $^1/_{10}$ ccm getheilt und fassten 100 ccm. Da dieselben öfters mit einem Gemisch concentrirter Schwefel- und Salpetersäure, vielfachem Nachspülen mit Wasser und Alkohol, und Trocknen durch einen heissen Luftstrom gereinigt wurden, so war die Tropfenbildung an den Wandungen beim Abfliessen vermieden, so dass der Inhalt der Büretten sich nicht mit der Zeit änderte. Zur Controlle wurde von Zeit zu Zeit das Gewicht von etwa 100 ccm ermittelt.

Kupferbestimmung: Das Kupfer in Kupfersulfatlösungen wurde auf electrolytischem Wege bestimmt. Es setzte sich bei Anwendung einer Stromstärke von höchstens $^1/_{20}$ Amp. in schön roter, metallisch glänzender Form an die Wandungen der Platingefässe[1]) an. Nach vollständiger Ausfällung des Cu wurde durch Auswaschen während des Stromdurchganges, Nachspülen mit absolutem Alkohol und sofortiges Trocknen in einem auf 80° erhitzten Trockenschrank die Bildung von Flecken oxydirten Kupfers vermieden.

C. Bestimmung der durch den Strom ausgeschiedenen Substanzmenge.

Die Bestimmung des der zersetzten Menge äquivalenten Gewichtes metallischen Silbers im Silbervoltameter musste wegen seiner geringen Menge mit grosser Genauigkeit erfolgen. Es wurden daher die Unterabtheilungen eines mg nach der Schwingungsmethode[2]) bestimmt. Der mittlere Fehler einer Wägung durfte nicht mehr als $^1/_{30}$ mg betragen. Dass für die Fehler der einzelnen Gewichtsstücke eine Correctionstabelle aufgestellt war, braucht kaum hervorgehoben zu werden. Der absolute Fehler des 50 g-Stückes war ermittelt worden durch Vergleich mit einem Gewicht der kaiserlichen Normalaichungscommission.

1) Die genauesten Resultate giebt ein Platinconus, der an der Seite mehrfach aufgeschlitzt ist, wie ihn Luckow für die Mannsfelder Hütten beschrieben hat.

2) Auch bei der Lösung des Cu, sowie bei Feststellung des Titers der Normallösungen durch abgewogene Mengen reinen Silbers oder erhitzten NaCl wurde dies Verfahren eingeschlagen. F. Kohlrausch, pr. Physik (6) S. 23.

Das Silber scheidet sich bei geringer Stromstärke und bei Zusatz von etwas Silberacetat[1]) zu der 15—20 proc. Silbernitratlösung cohärent ab. Zum Schutz vor von der Anode herabfallenden Silber- oder Silbersuperoxydtheilchen war ein Glasnäpfchen mit 2 Stielen in den Tiegel eingehängt. Das Silber wurde durch Dekantation mittelst heissen Wassers gewaschen.[2])

Es lässt sich das Gewicht des niedergeschlagenen Silbers auch berechnen, wenn man mit Nernst[3]) ein Clarkelement im Nebenschluss in den Stromkreis einschaltet und das Stromintegral durch die Ausschläge des Galvanometers und die im Abzweigungsrheostaten eingeschalteten Widerstände misst. Das Clarkelement wurde nach den Vorschriften[4]) von Wright und Thompson hergestellt.

D. Berechnung der Ueberführungszahl.

Die Versuche wurden in der von Hittorf angegebenen Weise berechnet in Bezug auf das gleiche Gewicht und nicht auf das gleiche Volumen Lösungsmittel vor und nach der Electrolyse; was schon aus äusserlichen Gründen bequemer ist, da die Bestimmung des specifischen Gewichtes unnöthig ist. Zwar haben Wiedemann, Weiske, Lenz immer mit dem gleichen Volumen des Lösungsmittels gerechnet. Doch ist nach den Ausführungen Hittorfs[5]) dies Verfahren irrationell, weil ja die Menge des Lösungsmittels in dem constanten Volumen durch den Transport der Jonen und die metallische Ausscheidung an den Polen geändert wird. Der Fehler übersteigt für verdünnte Lösungen, sobald keine anderen Substanzen durch die Electrolyse in Lösung gelangen, nicht die Fehler der Analyse.

Sei A das Gewicht der Portion I oder IV (vgl. S. 44—45), B das Gewicht des beispielsweise durch Titration gefundenen,

1) Lord Ragleigh. Phil. Transact. 1882, 2. p. 428.

2) Vgl. Köpsel, Wied. Ann. 26. p. 476.

3) Vgl. p. 43.

4) Wright u. Thompson, Phil. Mag. (5) 16. p. 25. cf. Bericht der Commission des „Board of trade“: Brit. Assoc. 1891; lum. électr. 41. p. 556, 616.

5) Pogg. Ann. 98. p. 5.

darin enthaltenen Chlores; $1/v$ die Zahl, welche den Gehalt an Chlor in dem in Lösung befindlichen festen, wasserfreien Salz angiebt, P der procentige Gehalt der Lösung vor der Electrolyse: so ergiebt sich das Gewicht des vor der Electrolyse in dem gleichen Gewicht Flüssigkeit (A) enthaltenen Chlores:

$$D = (A - Bv) \frac{P}{100 - Pv}.$$

In den folgenden Tabellen bedeutet:

Spalte I: Die Nummer des Versuches.

„ II: Die mittlere Temperatur, welche während des Versuches im Apt. vorhanden war.

„ III: Die Spannung (resp. Stromstärke), welche an den Electroden herrschte.

„ IV: Die Zeitdauer der Electrolyse in Minuten.

„ V: Die g Lösung, welche analysirt wurden (= A der Formel).

„ VI: Den Gehalt an Cu, Cl.., in g (= B der Formel), indem für die Versuche *zwischen Pt-Electroden* das Metall zugerechnet wurde, welches nach dem electrochemischen Aequivalent hätte in Lösung gehen müssen, wenn die Electrode aus dem Metall des in Lösung befindlichen Salzes beständen hätte.[1]

„ VIa: Den Procentgehalt an Cu, Cl... (derselbe fehlt in einigen Tabellen).

„ VII: Den Gehalt an Cu, Cl... in g, welcher in der gleichen Menge Wasser vor der Electrolyse gelöst war (= D der Formel).

„ VIII: Die Differenz: $B - D$, die Aenderung der Concentration durch die Ueberführung.

„ IX: Das durch den Strom abgeschiedene Cu, Cl... (äquivalent dem Silber im Voltameter).

„ X: Die hieraus folgende Ueberführungszahl des Cu, Cl...: n_{Cu}, n_{Cl}.

Berechnet man D auch für die Portionen II und III, so sollte die Differenz: $B - D$ (Spalte VIII) = Null sein. Die

1) Entwickelte Gase: H, O wurden immer aus dem Aequivalent des Silbers im Voltameter berechnet und zu dem gefundenen Gewicht der Lösung addirt.

Grössenordnung der Abweichungen ist ein Maass der Mischung der mittleren Schichten und des Vertrauens, das man den Versuchsresultaten schenken kann. Zur Berechnung von „n" nimmt man aus den für die Kathode und Anode ermittelten absoluten Differenzen ($B - D$) das Mittel, indem je nach dem Vorzeichen die Differenzen für die II. und III. Lösung zu den für die I. oder IV. Lösung gefundenen Werthen addirt werden. Die erhaltene Zahl dividirt man dann durch das Gewicht der niedergeschlagenen Cl, Cu... Menge (Spalte IX).

Controllirung der Versuchsdaten durch einander: Die Ergebnisse der directen Analysen der ursprünglichen Flüssigkeit finden sich angegeben unter der Rubrik: Analyse. Diese Zahlen müssen innerhalb der Fehlergrenzen identisch sein mit denen, welche sich ergeben, wenn man den gesammten Gehalt z. B. an Chlor der 4 analysirten Portionen addirt und den Procentgehalt daraus ermittelt ($= P$). Auch die mittleren Schichten müssen in dem Maasse, wie sie unverändert geblieben sind, einen P nahe kommenden Werth ergeben. Da der Werth D für alle Lösungen berechnet wird, so muss auch die Summe der $D =$ der Summe der B in gr Chlor sein, weil ja kein Chlor verschwunden sein kann und sich durch den Versuch nur die Vertheilung des Gehaltes geändert hat.

Genauigkeitsgrenze in der Bestimmung der „n": Die Zahlen, die man für die Ueberführung gewinnt, zeigen, wenn man mit Vorsicht arbeitet, bei sehr verdünnten Lösungen und sehr geringen Mengen abgeschiedenen Silbers (nicht über 0,1 gr) eine Uebereinstimmung von etwa 1—2 Einheiten der zweiten Decimale. Auch Hittorf konnte bei den Versuchen mit Chlorkalium, welche er als Normale hinstellte[1]), nicht mehr erreichen, trotzdem zum Theil bedeutende Quantitäten (1, ja fast 2 gr) Silber abgeschieden wurden.

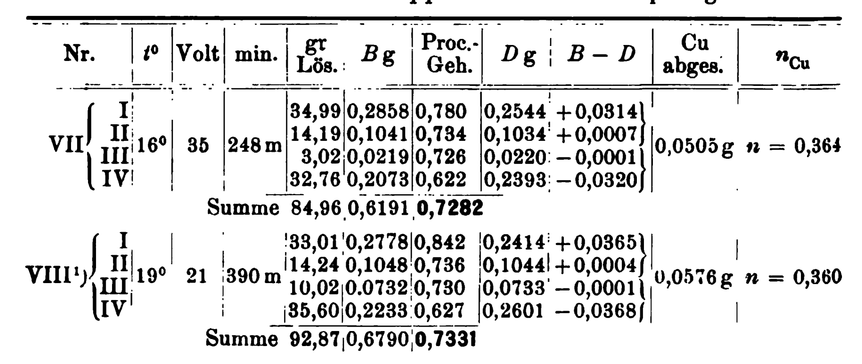
1) Hittorf, Pogg. Ann. **103.** p. 34; fernere Versuche: siehe Pogg. Ann. **103.** p. 39 (Kathodenlösung untersucht); Pogg. Ann. **98.** p. 27; **103.** p. 34, 35 (Anodenlösung untersucht).

Versuchs-Ergebnisse.

I. Theil: Versuche über den Einfluss des Materials der Electroden mit $Cu\,SO_4$.

A.: Versuche im Apparat I: mit Thonplatten.

Nr.	t^0	Volt	min.	g. Lös.	B g	D g	$B - D$	Cu abges.	Überf. n_{Cu}
a) Versuche mit Anode aus Cu.									
I	21°	35	140 m	59,64	0,4748	0,4337	0,0411 g	0,0629 g	n = 0,347
II	20°	21	255 m	65,87	0,5136	0,4792	0,0344 „	0,0553 „	= 0,378
b) Versuche mit Anode aus Pt									
III	23°	10	455 m	60,92	0,4786	0,4432	0,0354 g	0,0552 g	0,358
IV	20°	30	150 „	61,91	0,4804	0,4505	0,0299 „	0,0446 „	0,331
V	23°	42	100 „	64,19	0,5003	0,4670	0,0333 „	0,0509 „	n = 0,345
VI	30°	108	51 „	57,74	0,5571	0,4195	+0,0609 „	0,0954 „	0,360
Gläschen IV.			51 „	58,12	0,3635	0,4245	−0,0610 „		



B. Controllversuche im Apparat II: ohne Diaphragmen.

Nr.		t^0	Volt	min.	gr Lös.	B g	Proc.-Geh.	D g	$B - D$	Cu abges.	n_{Cu}
VII	I	16°	35	248 m	34,99	0,2858	0,780	0,2544	+0,0314	0,0505 g	n = 0,364
	II				14,19	0,1041	0,734	0,1034	+0,0007		
	III				3,02	0,0219	0,726	0,0220	−0,0001		
	IV				32,76	0,2073	0,622	0,2393	−0,0320		
				Summe	84,96	0,6191	**0,7282**				
VIII[1]	I	19°	21	390 m	33,01	0,2778	0,842	0,2414	+0,0365	0,0576 g	n = 0,360
	II				14,24	0,1048	0,736	0,1044	+0,0004		
	III				10,02	0.0732	0,730	0,0733	−0,0001		
	IV				35,60	0,2233	0,627	0,2601	−0,0368		
				Summe	92,87	0,6790	**0,7331**				

In den Versuchen I, III, VI war ein Glasring mit Membran in den Schenkel B des U-Rohres (Fig. 3) hineingelegt.

In Versuch VI wurde auch das oberste Gläschen (Nr. IV), welches die Kathode enthielt, untersucht auf den Gehalt an Cu. Die Differenz $B - D$ ist hier negativ und ebenso gross, wie die des untersten Gläschens, ein Beweis dafür, dass keine Vermischung stattgefunden hat.

1) Für alle Versuche wurde dieselbe Lösung benutzt mit Ausnahme des Versuchs VIII.

Die Analysen der ursprünglichen Substanz ergaben:

Analysirt g	g Cu gefunden	also Proc.-Cu in Lösung
67,305	0,48989	0,7279
57,958	0,42190	0,7280
59,719	0,43462	0,7285
52,201	0,37930	0,7266

Die Analysen des Inhalts des zweiten Gläschens (des unmittelbar auf dem U-Rohr, Fig. 3, sitzenden: Apparat I), der unverändert geblieben sein musste, ergaben:

Analysirt g	gefunden Cu	Proc.-Gehalt Cu
51,110	0,37138	0,7268
50,185	0,36562	0,7285
55,368	0,40179	0,7254
58,737	0,42789	0,7285
56,313	0,40576	0,7255
76,960	0,55706	0,7238

Die geringen Abweichungen von den obigen Zahlen rühren von den Störungen her, welche der wechselnde Gehalt der Thonplatten an Lösung verursachte. Dieselben saugen nämlich eine gewisse Menge Flüssigkeit (ungefähr 0,2 g) in ihre Poren auf.[1]) Diesen Uebelstand suchte man dadurch zu umgehen, dass die Gläschen, nachdem ihr Inhalt sorgfältig behufs der Analyse in ein Becherglas entleert war, mit Säure ausgewaschen, und mit destillirtem Wasser ausgekocht wurden. Für jeden Versuch mussten daher die Thonplatten von neuem mit Siegellack eingekittet werden.

Zur Berechnung der Versuche wurde als Procentgehalt der Lösung im Mittel $P = 0,728$ angenommen.

Die Untersuchung wurde mit Kupfersulfat am eingehendsten vorgenommen, weil sich mit demselben am bequemsten und genauesten arbeiten lässt. Ausserdem sind im Sinne Hittorfs Versuche mit Kupfersulfat zwischen Pt-Electroden am entscheidensten für den Hauptsatz Hittorfs, dass es bei

1) Wegen dieses (?) schwer zu eliminirenden Fehlers hat Hittorf die Thonplatten nur höchst selten zur Trennung der Lösungen in seinen Gläschen verwendet, z. B. bei der Electrolyse des KNO_3 oder des KCN, Kuschel benutzte die Thonplatten, welche ja ausserdem einen grossen Widerstand besitzen, nur bei Untersuchung der Alkalihydrate.

der Bestimmung der Ueberführungszahlen nicht auf die Vorgänge an den Polen, sondern nur darauf ankommt, dass die Mittelschichten der Lösung unverändert bleiben.[1]) Hittorf räumt ein[2]), dass für seinen Grundsatz die experimentellen Belege nicht vollgiltig beweisend sind. Er hatte aber geglaubt, weil sein Satz sich logisch ohne weiteres aus der Faraday'schen Auffassung der Electrolyse[3]) und seiner Deutung der Ueberführung[1]) ergibt, auf einen directen Beweis verzichten zu können.

Bei der Electrolyse des Kupfersulfates zwischen Pt-Electroden treten starke Polarisationserscheinungen auf, während sich bei der Electrolyse zwischen Cu-Electroden fast jede Spur von Polarisation vermeiden lässt. Electrolysirt man Lösungen von Alkalimetallsalzen, so tritt in Folge der secundären Wasserzersetzung stets an der Kathode Wasserstoffpolarisation auf, mag man nun die entstehenden Alkalihydrate mit Salzsäure neutralisiren oder nicht.

Die Zahlen für die Ueberführung schwanken, gleichgiltig ob Pt- oder Cu-Electroden, ob hoch oder niedrig gespannte Ströme in Anwendung kamen, in den Versuchen I—VI sämmtlich um einen Mittelwerth, welcher dem der Versuche VII und VIII sehr nahe kommt. Dieser Werth ist innerhalb der Fehlergrenzen identisch mit denen, welche die anderen Beobachter finden, wie die folgende Zusammenstellung zeigt:

Proc.-Gehalt d. Lösung an Kupfer	n_{Cu} gefunden von		
	Hittorf	Kirmis	Bein
1,0	0,356	0,345	
0,7			0,353 (Apparat I) 0,362 („ II)
0,5	0,349	0,359	
0,3	0,362		

1) Vgl. p. 52.

2) Hittorf, Pogg. Ann. **103.** p. 31.

3) Faraday, Exp. Researches § 556: Die Pole sind blos die Oberfläche oder die Thüren, durch welche die Electricität zu der zersetzt werdenden Substanz ein- oder austritt. Sie begrenzen die Ausdehnung jener Substanz in dem Laufe des electrischen Stromes, sind die Enden derselben in dieser Richtung und deshalb gehen die Elemente bis dahin und nicht weiter."

Welches also auch immer die Spannung an den Electroden sei und wie auch immer die Versuchsanordnung gewählt sein möge: man findet, wenn die mittleren Schichten unverändert bleiben, dieselben Ueberführungszahlen.

Weitere Bestätigungen für diesen Satz liefern Versuche, die mit anderen Metallsalzen angestellt wurden: mit $CdCl_2$, CdJ_2, und auch mit $CaCl_2$. Dieselben werden zusammen mit den übrigen Versuchen in dem III. Theil der Versuchsergebnisse besprochen werden.

II. Theil. Versuche über den Einfluss der Membranen.

Die eben angeführten Versuche mit Kupfersulfatlösungen, in denen Thonplatten zur Trennung der verschiedenen Theile der Lösung verwendet wurden, zeigen vollkommene Uebereinstimmung mit denen, welche ohne Membranen ausgeführt sind. In der folgenden Tabelle sind die Resultate derjenigen Versuche niedergelegt, welche angestellt worden sind in Gläschen (Apt I), deren Boden durch Häute aus feiner Fischblase verschlossen wurde.

Nr.	t^0	Volt	min.	g Lös.	*B* g	*D* g	*B*—*D*	Cu abges.	n_{Cu}
				a) Versuche mit Anode aus Cu.					
I	16°	21	210 m	59,33	0,4931	0,4500	0,0431 g	0,0546 g	0,212
II	17°	10	140 „	68,89	0,5664	0,5227	0,0437 „	0,0558 „	0,216
III	19°	21	230 „	69,27	0,6705	0,5271	0,1434 „	0,1757 „	*n* =
	(Gläschen II)			60,61	0,4625	0,4605	0,0020 „		0,173
IV	22°	5	110 „	67,81	0,5536	0,5146	0,0390 „	0,0515 „	0,225
V	22°	21	115 „	70,52	0,5892	0,5157	0,0747 „	0,0920 „	0,201
				b) Versuche mit Anode aus Pt.					
VI	19°	21	285 m	58,30	0,5126	0,4425	0,0701 g	0,0840 g	0,166
VII	20°	21	167 „	62,41	0,5106	0,4740	0,0367 „	0,0463 „	*n* = 0,209
VIII	24°	21	178 „	60,35	0,4751	0,4340	0,0411 „	0,0541 „	0,240

Bemerkungen zu Versuch I, VI—VIII: In den Schenkel *B* des U-Rohres war ein Glasring eingelegt, gut passend und mit Membran versehen.

In Versuch II, III, V war statt des U-Rohres das Fig. 2 gegebene Gläschen verwendet ohne Glasring.

In Versuch IV war das Gläschen (Fig. 2) mit eingelegtem Glasring für die Anodenlösung verwendet.

Mehrere Lösungen wurden der Electrolyse unterworfen. Lösung III war dieselbe, wie die des Versuches VIII (Theil I).

Die Analysen ursprünglicher Substanz ergaben:

Lös.	Analysirt g	g Cu gefunden	also Proc.-Cu in Lösung	bei Versuch
I	25,824	0,19583	0,7595 Proc.	Vers. I—IV, VI, VII
I	57,127	0,43487	0,7612 „	
II	71,557	0,51557	0,7205 „	Vers. VIII.
III			0,7353 [1]), 0,7331 [2]) Proc.	Vers. V

Die Analysen des zweiten Gläschens ergaben:

Lös.	Analysirt g	g Cu gefunden	also Proc.-Cu in Lösung	bei Versuch
I	60,618	0,46041	0,7595 Proc.	Vers. I
I	60,226	0,45760	0,7598 „	„ II
I	60,605	0,46244	0,7629 „	„ III
I	52,704	0,39845	0,7603 „	„ IV
I	53,567	0,40700	0,7598 „	„ VI
I	49,684	0,37335	0,7612 „	„ VII
I	60,295	0,45813	0,7600 [3]) „	
II	52,613	0,37903	0,7206 „	„ VIII
III	51,448	0,37720	0,7332 „	„ V

Die Versuche sind berechnet worden für Lösung:

I. mit $P = 0{,}7600$ Proc.
II. „ $P = 0{,}7205$ „
III. „ $P = 0{,}7332$ „

Nirgends kann man eine Vermischung der sauren Lösung des U-Rohres mit der Lösung des zweiten Gläschens bemerken. Dagegen ist bei dem Versuch III, in welchem fast 0,2 g Cu. durch den Strom abgeschieden worden ist, eine, wenn auch kleine Veränderung des Inhaltes des zweiten Gläschens (+ 2 mg Cu) eingetreten, wenngleich Kupfer als Anode benutzt wurde. Der Proc.-Gehalt beträgt 0,7629 statt 0,7600 Proc.

Vergleicht man die Resultate mit einander, so sieht man wiederum, dass die Anordnung der Versuche keinen Unterschied in den Ueberführungszahlen hervorruft. Wohl aber weichen die Zahlen sehr bedeutend ab von denen, welche unter Anwendung der Thonplatten gewonnen waren; statt $n_{Cu} = 0{,}36$ findet man $n_{Cu} = 0{,}21$ im Mittel. Der Grund ist

1) Berechnet aus dem Gewicht des in einem 1 l-Kolben aufgelösten corrigirten Gewichtes kryst. $CuSO_4$.

2) Dieser Werth ergibt sich Theil I, Vers. VIII.

3) Nicht berücksichtigter Versuch: Analyse des Inhaltes des U-Rohres missglückt.

vielleicht darin zu suchen, dass sich die Membran durch das Kupfersulfat chemisch verändert, wie es ihre grüne Farbe erkennen lässt.[1])

Dass eine Einwirkung von Metallsalzen auf Membranen thierischen und pflanzlichen Ursprunges stattfindet, ist bekannt.

III. Theil. Versuche über den Einfluss der Temperatur.

A. Versuche bei niedriger Temperatur.

I. Chlorkalium.

Nr.	t^0	Volt	min	g Lös.	B	Proc.-Geh.	D	$B - D$	Cl abges.	n_{Cl}
I	18°	7	182	67,76	0,2839	0,419	0,2531	0,0308 g	0,0618 g	0,499
II	19°	7	125	65,09	0,2699	0,415	0,2433	0,0266 „	0,0541 „	0,492

Die Versuche wurden im Apparat I ausgeführt, die Gläschen waren durch Fischblasenmembranen geschlossen. In Versuch I war die Kathodenlösung alkalisch, in Versuch II sauer (verdünnte HCl-Lösung).

Analysen:

ermittelt durch:	Proc.-Cl erhalten:
Die in 1 l gelöste KCl-Menge in fester trockener Form	0,3745 Proc.
Die Analyse ursprünglicher Lösung.	0,3741 „
„ „ des zweiten Hittorf'schen Gläschens.	0,3738 „ 0,3739 „

Hittorf fand $n_{Cl} = 0,506$. Es ist also genügende Uebereinstimmung vorhanden.

II. Kupfersulfat.

Die Resultate sind schon S. 50 angeführt worden, dieselben sind auch hier mit Hittorf übereinstimmend.

1) Die Poren setzen den schweren Metallionen einen grösseren Widerstand (?) als im unveränderten Zustand entgegen, sodass nur eine kleinere Zahl die Membran passiren kann. Die Eigenschaft der Membran nähert sich der einer „halbdurchlässigen“ Membran.

III. Silbernitrat.

Nr.		t^0	Volt	min.	g-Lös.	B g	Proc.-Gehalt	D g	$B - D$	Ag abgesch.	n
I	I	13°	5	129	19,010	0,3824	2,012	0,3506	+0,0318 g	0,0607 g	0.
	II				12,485	0,2310	1,850	0,2308	+0,0002 „		
	III				7,701	0,1418	1,841	0,1424	−0,0006 „		
	IV				15,206	0,2506	1,648	0,2821	−0,0314 „		
				Summe	54,402	1,0059	**1,849**				
II	I	15°	3	300	18,192	0,3588	1,972	0,3357	+0,0231 g	0,0455 g	0,
	II				9,034	0,1679	1,858	0,1670	+0,0009 „		
	III				9,592	0,1765	1,841	0,1774	−0,0009 „		
	IV				18,142	0,3129	1,725	0,3361	−0,0232 „		
				Summe	54,960	1,0161	**1,849**				
III	I	14°	5	161	18,387	0,3794	2,063	0,3396	+0,0398 g	0,0768 g	0,
	II				12,825	0,2378	1,854	0,2377	+0,0001 „		
	III				8,109	0,1499	1,849	0,1503	−0,0004 „		
	IV				14,870	0,2371	1,594	0,2767	−0,0396 „		
				Summe	54,190	1,0042	**1,853**				

Bei diesen Versuchen wurde der von Kistiakowsky (Z. Phys. Ch. 6,105) benutzte Apparat angewendet.

Die Analysen ergeben:

analysirt ca. 24 g	gefunden Proc. Ag	1,852
„ „ 20 „	„ „ „	1,849
„ „ 16 „	„ „ „	1,851

Die Uebereinstimmung mit anderen Beobachtern ist eine gute:

Beobachter	gefunden n_{Ag}
Hittorf	0,474
Kistiakowsky	0,469
Nernst (bei 26°)	0,472 (1,1 %₀ Ag
Bein	0,475

IV. Chlornatrium.[1]

Nr.		t^0	Amp.	min.	g-Lös.	B g	Proc. Gehalt	D g	$B - D$	Cl abgesch.	n_{Cl}
I	I	7°	0,012	235	29,831	0,3104	1,042	0,2739	+0,0365 g	0,0610 g	$n = 0$
	II				18,140	0,1214	0,923	0,1209	+0,0005 „		
	III				11,900	0,1098	0,923	0,1095	+0,0003 „		
	IV				31,081	0,2493	0,800	0,2866	−0,0373 „		
				Summe	85,952	0,7909	**0,9201**				

1) Als wahres Gewicht (A: Formel p. 48) konnte für die Anoden- resp. Kathodenlösung nicht das gefundene Gewicht der Lösung betrachtet

Nr.		t^0	Amp.	min.	g-Lös.	B g	Proc. Gehalt	D g	$B - D$	Cl abgesch.	n_{Cl}
II	I	8°	0,012	240	30,802	0,3202	1,039	0,2832	+0,0370 g	0,0625 g	$n = 0,605$
	II				14,758	0,1365	0,925	0,1359	+0,0006 „		
	III				11,943	0,1103	0,924	0,1100	+0,0003 „		
	IV				29,539	0,2348	0,793	0,2727	−0,0379 „		
				Summe	87,042	0,8018	**0,9211**				

Die Analysen ursprünglicher Lösung ergaben:

analysirt ca. 27 g: 0,9216 Proc.
„ „ 25 „ 0,9208 „

Hittorf fand:

für eine 0,6 Proc. Cl haltige Lösung $n_{Cl} = 0,628$,
„ „ 0,2 „ „ „ „ $n_{Cl} = 0,622$; 613,
nach Abscheidung von 0,36 g Ag im Voltameter
„ „ „ 0,5 resp. 0,46 „ „

Die analysirte Flüssigkeit um die Anode wog im ersten Versuch 33 g, in den beiden anderen 210 g.

Mit Hittorf ist also Uebereinstimmung vorhanden, dagegen nicht mit Weiske. Denn dieser Forscher fand $n_{Cl} = 0,683$ (vgl. p. 34).

V. Chlorbaryum.

Nr.		t^0	Amp.	min.	g-Lös.	B g	Proc. Gehalt	D g	$B - D$ g	Cl abgesch.	n_{Cl}
I	I	12°	0,016	251	30,856	0,3051	0,989	0,2594	+0,0457 g	0,0817 g	0,578
	II				13,846	0,1172	0,847	0,1169	+0,0003 „		
	III				12,725	0,1087	0,854	0,1074	+0,0013 „		
	IV				27,936	0,1899	0,680	0,2371	−0,0472 „		
				Summe	85,363	0,7209	**0,8445**				
II	I	12°	0,012	210	31,890	0,2977	0,934	0,2682	+0,0296 g	0,0532 g	0,582
	II				15,164	0,1285	0,848	0,1279	+0,0007 „		
	III				7,054	0,0602	0,853	0,0595	+0,0007 „		
	IV				33,418	0,2516	0,753	0,2826	−0,0310 „		
				Summe	87,526	0,7380	**0,8432**				

---

werden. Bei der Anodenlösung wurde erst das in Lösung gegangene Cd abgezogen, während die äquivalente Menge Na addirt wurde, welche hätte in Lösung gehen müssen, wenn die Anode aus Na bestanden hätte. Zu der Kathodenlösung wurde das Gewicht des entwichenen H addirt, während das Gewicht des noch in Lösung befindlichen Na abgezogen wurde, welches sich primär an der Kathode abschied. Eine ähnliche Berechnungsweise für Spalte V gilt für sämmtliche Versuche mit Alkalimetallsalzen.

Analysen ergaben:

0,8446 Proc. Cl.
0,8438 „ „

Hittorf fand:

Proc. Cl	n_{Cl}	abgeschied. Silber	analysirte Flüssigk. in g
3,6	0,642	1,66 g	35
0,4	0,616	0,43 „	60
0,3	0,610	0,43 „	212

Weiske fand dagegen $n_{Cl} = 0,535$.

Die gefundenen Zahlen sind also den Hittorf'schen näher als den Weiske'schen.

VI. Jodcadmium.

Nr.		t^0	Volt	min.	g-Lös.	B g	Proc. Gehalt	D g	$B - D$ g	J abgesch.	n
I	I	21°	108	77 m	54,49	0,4429	0,813	0,3695	+0,0734 g	0,1237 g	0,
	II				75,92	0,5179	0,681	0,5157	+0,0022 „		
	III				130,78	0,8923	0,682	0,8884	+0,0039 „		
	IV				60,09	0,3295	0,548	0,4090	−0,0795 „		
				Summe	321,28	2,1826	**0,6787**				
II	I	19°	108	120 m	34,71	0,2958	0,852	0,2354	+0,0604 g	0,0959 g	0,
	II u. III				19,84	0,1336	0,673	0,1349	−0,0013 „		
	IV				33,01	0,1660	0,503	0,2251	−0,0591 „		
				Summe	87,56	0,5954	**0,6794**				
III	II	20°	108	61 m	76,19	0,5188	**0,6803**	0,5188		0,0773 g	0,
	IV				61,84	0,3691	0,596	0,4216	−0,0525 g		

Analysen ergaben bei etwa 40 g Flüssigkeitsmenge:

0,6828 Proc. J; 0,6800 Proc. J; 0,6801 Proc. J; 0,6785 Proc. J.

Versuch I wurde in dem Apparat I unter Benutzung von Thonplatten zum Verschluss der Gläschen ausgeführt. Die Electroden waren aus Cadmium. Sämmtliche Lösungen wurden analysirt. Das unterste Gläschen ist mit I, das oberste mit IV bezeichnet.

„ II wurde in dem Apparat II zwischen Cadmiumelectroden ausgeführt.

„ III wurde in dem Apparat I zwischen Platinelectroden ausgeführt unter Anwendung von Thonplatten. Gläschen I war das Fig. 3 beschriebene. Die

Lösung im untersten Gläschen I wurde nicht untersucht, da sich Jod in festem Zustande abgeschieden hatte. Nur die Analyse des Inhaltes des obersten (IV) Gläschens diente zur Berechnung der Ueberführungszahl.

Es ergibt sich wiederum der Hittorf'sche Hauptsatz bestätigt, dass die Ueberführung durch die Anordnung der Versuche nicht beeinflusst wird.

Die Fehlergrenzen für n_J sind sehr gross, weil sehr viel Salz als blosser Ballast vorhanden war, das nicht vom electrischen Strom zersetzt wurde.

Hittorf fand für:

Proc. J	n_J
3,3	0,931
0,8	0,642
0,4	0,613

Die Uebereinstimmung dieser Zahlen mit den oben gefundenen ist also eine gute.

VII. Chlorcadmium.

Nr.	t^0	Amp. resp. Volt	min.	g-Lös.	*B* g	Proc. Gehalt	*D* g	*B* − *D* g	Cl abgesch.	n_{Cl}
				a) Versuche im Apparat II ohne Diaphragmen.						
I I	8°	0,009 Amp.	253	32,298	0,3049	0,944	0,2792	+0,0257 g	0,0465 g	0,566
I II				14,218	0,1238	0,871	0,1231	+0,0007 „		
I III				10,878	0,0936	0,860	0,0943	−0,0007 „		
I IV				27,457	0,2128	0,750	0,2384	−0,0256 „		
				Summe 84,851	0,7351	**0,8663**				
II I	8°	0,009 Amp.	292	32,634	0,3131	0,959	0,2820	+0,0311 g	0,0556 g	0,569
II II				12,965	0,1129	0,870	0,1123	+0,0006 „		
II III				11,668	0,1004	0,861	0,1011	−0,0007 „		
II IV				28,258	0,2145	0,700	0,2455	−0,0310 „		
				Summe 85,525	0,7409	**0,8662**				
				b) Versuche im Apparat I mit Thonplatten.						
III	21°	21 V.	180	64,83	0,4670	0,720	0,4373	+0,0297 g	0,0564 g	0,527
IV	21°	21 „	182	59,91	0,4043	0,675	0,3749	+0,0294 „	0,0518 „	0,568
V	21°	21 „	150	65,62	0,4690	0,715	0,4101	+0,0589 „	0,1094 „	0,539
VI	21°	21 „	210	50,19	0,2829	0,565	0,3149	−0,0320 „	0,0583 „	0,549

In Versuch III und IV wurde als unterstes Gläschen das U-Rohr (Fig. 3) ohne eingelegten Ring verwendet.

„ „ V wurde als unterstes Gläschen das Fig. 2 dargestellte verwendet.

„ „ VI, dem einzigen, in welchem die Electrolyse zwischen Platinelectroden stattfand, fand das U-Rohr (Fig. 3) mit eingelegtem Ring Anwendung. Derselbe konnte aber doch bei dem lang ausgedehnten Versuch eine geringe Aenderung des Gehaltes des zweiten Gläschens wegen der starken Diffusion des freigewordenen Chlores nicht verhindern. Eine Bestimmung des Chlorgehaltes in dem untersten Gläschen scheiterte daran, dass ein Theil des entstandenen Chlores gasförmig entwich. Es wurde daher die Ueberführungszahl aus dem Gehalt des obersten Gläschens berechnet.

Analyse:

Nr. der Lösung	Proc. Gehalt an Cl gef. durch Analyse	
	der ursprünglichen Lösung	des Inhaltes des zweiten Gläschens
I	0,8705 Proc.	—
II	0,6766 „	0,6768 Proc.
	0,6759 „	
III	0,6281 „	0,6265 „
	0,6265 „	0,6262 „
	0,6270 „	0,6310 „
	0,6271 „	

In allen Fällen wurden 50 bis 70 g analysirt.

Lös. I war die Lösung, welche bei den Versuchen I, II electrolysirt wurde.
„ II „ „ „ „ „ „ „ III „ „
„ III „ „ „ „ „ „ „ IV—VI „ „

Die Ueberführungszahlen, welche miteinander gute Uebereinstimmung trotz der verschiedenen Anordnung der Versuche[1]) zeigen, weichen von denen Hittorf's sehr weit ab.

1) Versuch VI wurde mit Pt-Electroden ausgeführt.

Derselbe fand:

Proc. Gehalt Cl	n_{Cl}	Silber im Voltameter abgesetzt	n_{Cl} ber. durch Analyse von
6,0	0,744	1,02 g	11 g-Lösung
0,4	0,725	0,59 „	220 „
0,2	0,708	0,53 „	220 „

Die obigen Versuche ergeben aber im Mittel für 0,9 Proc. Cl $n_{Cl} = 0{,}567$, 0,6 Proc. Cl $n_{Cl} = 0{,}546$. Der Grund der Abweichungen könnte vielleicht in der Beschaffenheit des verwendeten Salzes liegen. Hittorf macht über die Herstellung der Lösungen keine näheren Angaben.

Die Ueberführungszahl der Jonen eines Salzes lässt sich aber berechnen, wie Kohlrausch zuerst gezeigt hat, wenn man das moleculare Leitvermögen und die Wanderungsgeschwindigkeit eines Jons bei unendlicher Verdünnung der Lösung kennt.

Seien u, v die Beweglichkeitszahlen des Kations resp. Anions, μ_∞ das moleculare Leitvermögen, n die Ueberführungszahl des Anions, so bestehen zwischen diesen Grössen folgende Beziehungen. Es ist:

$$1.\quad \mu_\infty = u + v$$

$$2.\quad n = \frac{v}{u + v} = \frac{v}{\mu_\infty}$$

Da nun von Wershoven[1]) die molecularen Leitvermögen der Cadmiumsalze für sehr grosse Verdünnungen der Lösungen bestimmt worden sind, ferner aber durch die Kohlrausch'schen Untersuchungen die Beweglichkeitszahl v für das Chlorion sich mit Hülfe der Ueberführungszahlen der Chloride hat feststellen lassen, so kann man die Ueberführungszahl des Chlores im Chlorcadmium vermöge der zweiten Gleichung berechnen. Auf diesem Wege ergibt sich $n_{Cl} = 0{,}552$.

Die Zahlen gelten zwar für sehr verdünnte Lösungen, doch ist die Aenderung der Ueberführungszahlen mit der Concentration nicht so bedeutend, dass sich für eine etwas concentrirtere Lösung (0,2 Proc. Cl enthaltend) schon (bei Hittorf) ein Werth $n_{Cl} = 0{,}708$ ergeben könnte, während dieser Werth bei extremen Verdünnungen 0,552 betragen sollte.

1) Wershoven, Z. Phys. Ch. 5. p. 517—522. 1890.

Die Hittorf'schen Untersuchungen stehen mit den Angaben Wershovens[1]) also nicht im Einklange. Die letzteren werden aber durch die oben mitgetheilten Werthe der Ueberführung (im Mittel für eine 0,7 Proc.-Lösung $n_{Cl} = 0,55$) bestätigt. Ein Versehen Hittorf's erscheint daher nicht ausser dem Bereiche der Möglichkeit zu liegen.

VIII. Chlorcalcium.

Nr.	t^0	Volt resp. Amp.	min.	g-Lös.	B g	Proc. Gehalt	D g	$B - D$ g	Cl abgesch.	n_{Cl}
				a) Versuche im Apparat I (mit Fischblasenmembranen als Verschluss der Gläschen).						
I	14°	7 V.	180	63,93	0,3223	0,504	0,2910	+0,0312 g	0,0526 g	0,594
II	16°	21 „	50	62,38	0,3330	0,534	0,2838	+0,0492 „	0,0801 „	0,614
III	16°	7 „	170	62,84	0,3185	0,507	0,2860	+0,0325 „	0,0546 „	0,603
IV	16°	21 „	31	65,06	0,3402	0,523	0,3084	+0,0318 „	0,0513 „	0,620
V	16°	16 „	120	65,13	0,4172	0,641	0,3081	+0,1091 „	0,1740 „	0,626
VI	16°	21 „	128	63,49	0,4009	0,631	0,3004	+0,1005 „	0,1666 „	0,603
				b) Versuche im Apparat II ohne Membranen.						
VII I	9°	0,010 Amp.	260	29,224	0,2817	0,964	0,2484	+0,0333 g	0,0556 g	0,604
VII II				13,221	0,1127	0,853	0,1126	+0,0001 „		
VII III				12,268	0,1046	0,853	0,1045	+0,0001 „		
VII IV				29,911	0,2216	0,741	0,2551	−0,0335 „		
			Summe	84,624	0,7206	**0,8515**				
VIII I	9°	0,011 Amp.	225	33,556	0,3158	0,941	0,2853	+0,0305 g	0,0529 g	0,600
VIII II				7,340	0,0633	0,862	0,0625	+0,0008 „		
VIII III				15,133	0,1292	0,854	0,1288	+0,0004 „		
VIII IV				27,222	[2])					
IX I	20°	0,011 Amp.	210	33,07	0,2860	0,865	0,2558	+0,0302 g	0,0512 g	0,605
IX II				12,44	0,0968	0,778	0,0963	+0,0005 „		
IX III				14,72	0,1143	0,776	0,1140	+0,0003 „		
IX IV				29,63	0,1989	0,671	0,2298	−0,0309 „		
			Summe	89,86	0,6960	**0,7745**				

Die Electrolysen wurden immer unter Anwendung einer Cadmiumanode und einer Platinkathode vorgenommen. Als

1) Auch für $Cd J_2$ finden Hittorf und Wershoven verschiedene Zahlen, die aber nicht so weit von einander entfernt sind, nämlich 0,640 (H) und 0,557 (W) für n_J. Meine Zahlen ergeben (vgl. p. 58) denselben Werth, wie die Hittorf's.

2) Die Analyse der vierten Portion verunglückte. Der Versuch wurde mit $P = 0,8514$ Proc. als ursprünglichen Gehalt berechnet.

unterstes Gläschen für die Versuche im Apparat I wurde das Fig. 2 beschriebene mit eingelegtem Glasringe benutzt.

Die Lösung im obersten Gläschen war im Versuch I, III, VI basisch durch das entstandene Calciumhydroxyd, in II, IV, V sauer, da die Kathode mit verdünnter Salzsäure umgeben war.

In den Versuchen im Apparat II reagirte die Lösung um die Kathode alkalisch.

Die Lösungen der ersten acht Versuche waren durch Auflösen von gepulverten, wasserfreien Chlorcalcium, die Lösungen des neunten aus Calc. chlor. kryst. puriss. hergestellt.

Analysen:

Nr. der Lösung	Proc. Cl gefunden durch Analyse	
	der ursprünglichen Lösung	des Inhaltes des zweiten Gläschens
I	0,4568 Proc.	0,4558 Proc.[1]
	0,4547 "	—
	0,4567 "	—
	0,4556 "	—
II	0,4741 "	0,4743 "
	0,4752 "	0,4744 "
	—	0,4745 "
III	0,8514 "	—
	0,8526 "	—
	0,8509 " [2]	—
	0,8517 " [2]	—
	0,8512 " [2]	—
IV	0,7775 "	—
	0,7768 "	—

Es wurden 20 bis 80 g analysirt.

Lösung I wurde in den Versuchen I—III untersucht.
" II " " " " IV—VI "
" III " " " " VII,VIII "
" IV " " " " IX "

1) Bei Versuch I und II wurde die Lösung des zweiten Gläschens nicht untersucht.

2) Vgl. Versuche bei höherer Temperatur, p. 66—68.

Die Resultate der Versuche ergeben:

Mit saurer Kathodenlös.	Mit basischer Kathodenlös.
Vers. II, „ IV, „ V n_{Cl} = 0,614, 0,620, 0,626	Vers. I, „ III, „ VI n_{Cl} = 0,594, 0,603, 0,605
	„ VII, „ VIII, „ IX n_{Cl} = 0,604, 0,600, 0,605

In diesem Falle bei einem Salz eines Erdalkalimetalles bedingt also die Anwendung der Membran keinen Unterschied der Ueberführungszahlen. Das Mittel der letzten Reihe weicht von dem der ersten um $1^1/_2$ Einheiten etwa der zweiten Decimale ab, also um eine über die Fehlergrenze kaum hinausgehende Grösse, so dass hier die Anordnung der Versuche von geringem Einfluss wäre.

Auf diese Abweichung ist aber um so weniger Werth zu zu legen, als dieselbe von Hittorf's und auch von Weiske's Zahlen, der in diesem Falle dieselben Zahlen, wie Hittorf erhielt (vgl. p. 34) eine weit beträchtlichere ist. Diese Differenz kann weder auf der Anordnung der Versuche, die ja auch bei Weiske und Hittorf grundverschieden ist, noch auf der Reinheit der angewandten Lösungen beruhen, da in den obigen Versuchen 2 Sorten Salz, von verschiedenen Fabriken bezogen in Anwendung kamen.

Proc. Gehalt	Ueberführungszahl n_{Cl} gefunden von		
	Hittorf	Weiske	Bein
2,8	0,683 [1])	—	—
2,3	—	0,686	—
0,8	—	—	0,603
0,75	—	0,692	—
0,45	0,673 [1])	—	0,610
0,2	0,683 [1])	—	—

Ein Grund für diese Differenzen konnte nicht entdeckt werden.

1) Auch Hittorf führte seine Versuche unter veränderten Versuchsbedingungen aus. Für
Vers. I. Ag. niederg. 0,45 g im Volt. Inh. d. Gläs., w. z. Ber. d. n_{Cl} diente: 32 g
„ II. Ag. „ 1,17 „ „ „ „ „ „ „ „ 214 „
„ III. Ag. „ 0,24 „ „ „ „ „ „ „ „ 59 „

B. Versuche bei höherer Temperatur.

I. Silbernitrat.

Nr.	t^0	Amp.	min.	g-Lös.	B g	Proc. Gehalt	D g	$B-D$ g	Ag niedergeschl.	n_{Ag}
I	65°—87°: Mittel 79°	0,07	130	15,787	0,1285	0,814	0,0984	+0,0301 g	0,0583 g	0,484
II				4,151	0,0255	0,614	0,0259	−0,0004 „		
III				9.020	0,0554	0,614	0,0564	−0,0010 „		
IV				22,299	0,1110	0,498	0,1397	−0,0287 „		
			Summe	51,257	0,3204	**0,6251**				
I	97°	0,003	126	8,354	0,0614	0,735	0,0519	+0,0095 g	0,0219 g	0,493
II				9,096	0,0583	0,641	0,0567	+0 0016 „		
III				[1]	—	—	—	—		
IV				25,801	0,1497	0.580	0,1608	−0,0111 „		
			Summe	43,251	0,2694	**0,6228**				
I	96°	0,008	100	17,319	0,1345	0,776	0,1074	+0,0271 g	0,0524 g	0,482
II				8,909	0,0528	0,592	0,0554	−0,0026 „		
III				7,933	0,0429	0,542	0,0493	−0,0064 „		
IV				17,157	0,0886	0,516	0,1067	−0,0171 „		
			Summe	51,318	0,3188	**0,6214**				
I	89°	0,006	126	17,101	0,1175	0,687	0,0901	+0,0274 g	0,0542 g	0,495
II				11,346	0,0556	0,490	0,0600	−0,0044 „		
III				12,147	0,0523	0,429	0,0643	−0,0120 „		
IV				10,015	0,0420	0,420	0,0530	−0,0110 „		
			Summe	50,609	0,2674	**0,5285**				
I	95°	0,007	100	19,618	0,1270	0,647	0,1035	+0,0235 g	0,0467 g	0,493
II				9,025	0,0472	0,523	0,0478	−0,0006 „		
III				6,629	0,0338	0,511	0,0350	−0,0012 „		
IV				23,094	0,1006	0,435	0,1223	−0,0217 „		
			Summe	58,366	0,3086	**0,5288**				
I	75°	0,005	180	30,59	0,2440	0,7977	0,2111	+0,0329 g	0,0649 g	0,482
II, III				27,38	0,1899	0,6936	0,1892	+0,0007 „		
IV				30,35	0,1764	0,5813	0,2101	−0,0387 „		
			Summe	88,32	0,6103	**0,6910**				

Die Versuche I—V wurden in dem in der Arbeit von Kistiakowsky (vgl. p. 56) beschriebenen Apparat ausgeführt. Bei einzelnen Versuchen war eine Vermischung der verschieden concentrirten Schichten mit einander nicht gänzlich vermieden. Versuch VI wurde in dem Apparat II angestellt, die Erhitzung der Lösung geschah durch Alkoholdampf.

1) Es fehlt nur die Analyse der mittelsten Schicht III. Dieselbe muss aber unveränderten Gehalt gezeigt haben, da der Proc.-Gehalt der Summe mit dem der übrigen Versuche übereinstimmt. Der Versuch ist daher trotzdem berechenbar.

Analysen:

Nr. der Lösung	Verwendet in Versuch	Proc. Ag
I	I, II, III	0,6238 Proc. 0,6221 „ 0,6214 „
II	IV, V	0,5257 „ 0,5255 „
III	VI	0,6941 „

Dauerten die Versuche sehr lange bei einer der Siedetemperatur des Wassers nahe kommenden Temperatur, so zersetzte sich das Silbernitrat in Spuren, indem sich auf die Glaswandungen der Apparate eine braun durchsichtige, im auffallenden Licht die Farben dünner Blättchen zeigende Schicht absetzte.

Nr.		t^0	Amp.	min.	g-Lös.	B g	Proc. Gehalt	D g	$B - D$ g	Cl abgesch.	n
					II. Chlorbaryum.						
I	I	89°	0,020	173	31,964	0,3071	0,961	0,2684	+0,0387 g	0,0699 g	0,5
	II				15,484	0,1309	0,846	0,1305	+0,0004 „		
	III				10,086	0,0854	0,847	0,0850	+0,0004 „		
	IV				25,805	0,1790	0,693	0,2185	−0,0395 „		
				Summe	83,339	0,7024	**0,8429**				
II	I	74°	0,033	75	26,246	0,1834	0,699	0,1529	+0,0305 g	0,0542 g	0,5
	II				25,271	0,1487	0,588	0,1477	+0,0010 „		
	III				32,513	0,1592	0,490	0,1906	−0,0314 „		
				Summe	84,030	0,4913	**0,5846**				
					III. Chlorcalcium.						
I	I	94°	0,016	140	34,093	0,3142	0,922	0,2899	+0,0243 g	0,0442 g	0,
	II				16,651	0,1415	0,850	0,1417	−0,0002 „		
	III				30,429	0,2338	0,773	0,2578	−0,0240 „		
				Summe	80,993	0,6895	**0,8512**				
					IV. Chlornatrium.						
I	I	95°	0,014	176	27,908	0,2867	1,027	0,2571	+0,0296 g	0,0536 g	0,
	II				13,494	0,1237	0,916	0,1246	−0,0009 „		
	III				13,431	0,1231	0,916	0,1240	−0,0009 „		
	IV				24,341	0,1973	0,800	0,2251	−0,0278 „		
				Summe	79,174	0,7308	**0,9230**				
II	I	97°	0,015	175	28,526	0,2920	1,024	0,2623	+0,0297 g	0,0537 g	0,
	II				13,608	0,1249	0,918	0,1254	−0,0005 „		
	III				12,213	0,1118	0,915	0,1125	−0,0007 „		
	IV				25,744	0,2091	0,800	0,2376	−0,0285 „		
				Summe	80,091	0,7378	**0,9212**				

Nr.		t^0	Amp.	min.	g-Lös.	Bg	Proc. Gehalt	Dg	$B-Dg$	Cl (J, Cu) abgesch.	n_{Cl} n_J, n_{Cu}
II	I	93°	0,015	207	31,338	0,3313	1,057	0,2964	+0,0349 g	0,0637 g	0,549
	II				13,084	0,1241	0,948	0,1240	+0,0001 „		
	III				8,233	0,0777	0,944	0,0780	−0,0003 „		
	IV				26,431	0,2163	0,750	0,2510	−0,0347 „		
				Summe	79,086	0,7494	**0,9476**				

V. Chlorkalium.

Nr.		t^0	Amp.	min.	g-Lös.	Bg	Proc. Gehalt	Dg	$B-Dg$	Cl (J, Cu) abgesch.	n_{Cl} n_J, n_{Cu}
I	I	75°	0,014	115	26,647	0,1875	0,704	0,1708	+0,0167 g	0,0344 g	0,500
	II				20,496	0,1320	0,644	0,1315	+0,0005 „		
	III				33,728	0,1995	0,591	0,2166	−0,0171 „		
				Summe	80,871	0,5190	**0,6416**				
II	I	74°	0,010	137	25,986	0,1624	0,625	0,1474	+0,0150 g	0,0294 g	0,518
	II				31,842	0,1812	0,569	0,1809	+0,0003 „		
	III				29,480	0,1524	0,517	0,1676	−0,0152 „		
				Summe	87,308	0,4960	**0,5680**				

VI. Chlorcadmium.

Nr.		t^0	Amp.	min.	g-Lös.	Bg	Proc. Gehalt	Dg	$B-Dg$	Cl (J, Cu) abgesch.	n_{Cl} n_J, n_{Cu}
I	I	96°	0,015	175	30,543	0,2928	0,959	0,2660	+0,0268 g	0,0514 g	0,565
	II				11,604	0,1026	0,884	0,1013	+0,0013 „		
	III				10,585	0,0931	0,880	0,0924	+0,0007 „		
	IV				27,482	0,2116	0,750	0,2406	−0,0290 „		
				Summe	80,214	0,7002	**0,8729**				
	I u. II	97°	0,018	180	44,870	0,4258	0,949	0,3884	+0,0374 g	0,0659 g	0,574
	III				8,694	0,0758	0,872	0,0754	+0,0004 „		
	IV				26,401	0,1920	0,700	0,2299	−0,0379 „		
				Summe	79,965	0,6936	**0,8675**				

VII. Jodcadmium.

Nr.		t^0	Amp.	min.	g-Lös.	Bg	Proc. Gehalt	Dg	$B-Dg$	Cl (J, Cu) abgesch.	n_{Cl} n_J, n_{Cu}
I	I	76°	0,009	100	31,38	0,2479	0,789	0,2126	+0,0351 g	0,0637 g J	0,587
	II				21,99	0,1514	0,687	0,1492	+0,0022 „		
	III				32,09	0,1807	0,563	0,2181	−0,0374 „		
				Summe	85.46	0,5800	**0,6780**				
II	I	76°	0,009	100	[1]					0,0611 g J	0,612
	II				19,50	0,1328	0,680	0,1328			
	III				32,29	0,1829	0,566	0,2203	−0,0374 g		

VIII. Kupfersulfat.

Nr.		t^0	Amp.	min.	g-Lös.	Bg	Proc. Gehalt	Dg	$B-Dg$	Cl (J, Cu) abgesch.	n_{Cl} n_J, n_{Cu}
I	I	74°	0,011	190	28,996	0,2459	0,848	0,2198	+0,0261 g	0,0457 g Cu	0,378
	II				17,456	0,1342	0,769	0,1326	+0,0016 „		
	III				5,503	0,0424	0,770	0,0418	+0,0006 „		
	IV				31,766	0,2134	0,672	0,2418	−0,0284 „		
				Summe	83,721	0,6359	**0.7596** [2]				

1) Die Analyse der ersten Lösung verunglückte. Der Versuch ist berechnet mit dem Procentgehalt der mittleren Schicht aus der Analyse der dritten Portion.

2) Controllanalysen s. p. 28.

Es wurden in den obigen Versuchsreihen zum Theil dieselben Lösungen, wie bei den Versuchen p. 29—38 verwendet.

Controllanalysen ursprünglicher Substanz (40—60 g analysirt).

Substanz	Proc. Cl	Substanz	Proc. Cl	Substanz	Pro. Cl
Na Cl	0,9208 Proc. Lös. I	Ba Cl_2	0,8446 Proc. Lös. I	Ca Cl_2	0,8517 Pr
	0,9216 „ „ I		0,8438 „ „ I		0,8514 „
	0,9482 „ „ II		0,8445 „ „ I		0,8526 „
K Cl	0,6430 „ „ I		0,8441 „ „ I	Cd Cl_2	0,8705 „
	0,6404 „ „ I		0,5869 „ „ II		0,8736 „
	0,5668 „ „ II		0,5870 „ „ II	Cd J_2	0,6800 „
			0,5860 „ „ II		0,6801 „
					0,6785 „

Zusammenstellung der Versuchsergebnisse.

In der folgenden Tabelle sind die Mittel der Ueberführungszahlen für die verschiedenen Salze aufgeführt und zwar 1. die Zahlen für niedere Temperatur unter Gegenüberstellung der Zahlen Hittorf's (mit „H" bezeichnet), Weiske's (W) und Wershoven's (Wh); 2. die Zahlen, welche für höhere Temperatur gefunden worden sind (sämmtliche Werthe für denselben Proc.-Gehalt berechnet).

Name d. Salzes	Ueberführgsz. f. n. Temp.		Ueberführgsz. f. h. Temp.	
Na Cl	n_{Cl} = 0,608 = 0,630 (H) = 0,680 (W)	$t = 20^0$	n_{Cl} = 0,551	$t = 95^0$
K Cl	n_{Cl} = 0,496 = 0,506 (H)	$t = 20^0$	n_{Cl} = 0,509	$t = 74^0$
Ca Cl_2	n_{Cl} = 0,602 = 0,683 (H) = 0,683 (W)	$t = 20^0$	n_{Cl} = 0,549	$t = 95^0$
Ba Cl_2	n_{Cl} = 0,580 = 0,620 (H) = 0,540 (W)	$t = 20^0$	n_{Cl} = 0,572	$t = 80^0$
Cd Cl_2	n_{Cl} = 0,570 = 0,725 (H) = 0,552 (Wh)	$t = 20^0$	n_{Cl} = 0,570	$t = 96^0$
Cd J_2	n_J = 0,640 = 0,640 (H) = 0,557 (Wh)	$t = 20^0$	n_J = 0,600	$t = 75^0$
Cu SO_4	n_{Cu} = 0,362 = 0,358 (H)	$t = 15^0$	n_{Cu} = 0,378	$t = 75^0$
Ag NO_3	n_{Ag} = 0,470 = 0,474 (H)	$t = 10^0$	n_{Ag} = 0,490	$t = 90^0$

Hieraus ersieht man:

1. dass meine Zahlen für Chlorcalcium von denjenigen, welche Hittorf und Weiske gefunden haben, bedeutend abweichen, dass für Chlorcadmium Wershovens berechnete und meine Zahlen Hittorf's Werthen widersprechen, während für Jodcadmium Wershoven allein andere Zahlen mit nicht so erheblicher Differenz, wie beim Chlorcadmium berechnet hat. Für Chlornatrium nähern sich meine Versuchszahlen den Hittorf'schen, während die Zahlen Weiske's beträchtlich abweichen. Bei Chlorbaryum liegen meine Resultate in der Mitte zwischen den Hittorf'schen und den Weiske'schen Werthen. Volle Uebereinstimmung ist bei Chlorkalium, Kupfersulfat und Silbernitrat vorhanden.

2. ergibt sich, dass der Einfluss der Temperatur für meine Versuchszahlen verschwindet für: Chlorkalium, Silbernitrat, Kupfersulfat, Chlorcadmium; für Jodcadmium, Chlorbaryum die Aenderung mit der Temperatur gering ist, für Chlornatrium und Chlorcalcium bei 70° Temperaturdifferenz die Aenderung 10 Proc. nicht übersteigt;

3. zeigt sich das eigenthümliche Bestreben sämmtlicher Salze, dass ihre Jonen bei höherer Temperatur sich mit gleicher Geschwindigkeit bewegen. Die Zahlen der vierten Spalte (Tabelle p. 42) liegen alle näher an 0,5, als die der zweiten.[1])

Das Kohlrausch'sche Gesetz der unabhängigen Wanderungsgeschwindigkeiten der Jonen bei höherer Temperatur.

Es liegt sehr nahe, da auch für einige Salzlösungen die Aenderungen des molecularen Leitvermögens mit der Temperatur[2]) untersucht worden sind, die Aenderung der Beweglichkeitszahlen der Jonen, welche Kohlrausch berechnet hat, mit der Temperatur zu untersuchen.

Krannhals fand für den Grenzwerth des molecularen Leitvermögens (μ_∞) bei 97° folgende Werthe:

$$\text{Na Cl} = 3550, \quad \text{K Cl} = 3240, \quad \text{Ba Cl}_2 = 3400^{3)}.$$

1) Vgl. Nernst, Z. Phys. Chemie 2. p. 693. 1888.
2) Krannhals, Z. Phys. Chemie 5. p. 250. 1890.
3) Letzterer Werth ist sehr unsicher.

Gemäss der Ausführungen auf p. 35 ist aber die Ueberführungszahl des Anions $n = v / \mu_\infty$, wo „v“ die Beweglichkeit des Anions für unendliche Verdünnung der Salzlösung bedeutet. Setzt man die gefundenen Werthe für n und μ_∞ ein, so erhält man angenähert die Beweglichkeit des Anions Chlor für höhere Temperatur.

$v_{Cl} = 140$ (berechnet aus den Zahlen für KCl
$= 141$ „ „ „ „ „ $NaCl$
$= 154$ „ „ „ „ „ $BaCl_2$)

Bei gewöhnlicher Temperatur ist $v_{Cl} = 54$.

Es kommt daher, wie zu erwarten war, auch in höherer Temperatur jedem Jon die gleiche, von der chemischen Natur des anderen Jon der Verbindung unabhängige Geschwindigkeit zu.

Diese ist bedeutend grösser bei höherer, als bei niederer Temperatur.

An dieser Stelle sei es mir vergönnt, meinem verehrten Lehrer Hrn. Prof. Kundt, unter dessen Leitung die vorstehende Arbeit im Sommer 1890 begonnen und bis Ende des Sommers 1891 fortgesetzt wurde, sowie den Hrn. Privatdocenten Dr. Arons und Dr. Jahn für die vielfältigen Unterstützungen und Anregungen, die dieselben mir zu Theil werden liessen, meinen wärmsten Dank auszusprechen.

Berlin, Physik. Institut d. Universität, November 1891.

III. *Das Kerr'sche magnetooptische Phänomen und die magnetische Circularpolarisation nach der electrischen Lichttheorie; von D. A. Goldhammer.*

Im Anfange dieses Jahres hat in diesen Annalen Hr. R. Sissingh[1]) eine Abhandlung veröffentlicht, in welcher die Resultate einer experimentellen Untersuchung des sogenannten Kerr'schen Phänomens mit der Theorie von H. A. Lorentz[2]) verglichen werden. Bekanntlich entsteht bei der Reflexion parallel oder senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Lichtes durch magnetisirtes Eisen, Nickel oder Cobaltspiegel im reflectirten Lichte neben der von der metallischen Reflexion gelieferten „gewöhnlichen" Componente noch eine senkrecht zu letzterer polarisirte „magneto-optische". Sissingh hat die Amplitude und Phase dieser neuen Componente bei äquatorialer Magnetisirung und bei verschiedenen Einfallswinkeln experimentell bestimmt und zwischen den beobachteten und theoretisch berechneten Phasen einen constanten Unterschied von nahezu 85° gefunden, der sich aus der Lorentz'schen Theorie nicht erklären lässt.

Ich erlaube mir daher zur Erklärung aller magnetooptischen Erscheinungen einen etwas anderen Weg vorzuschlagen und aus einigen Gründen will ich dazu die Maxwell'sche[3]) Lichttheorie benutzen.[4])

§ 1. Es sei bezeichnet mit

P, Q, R Componenten in der Richtung der x-, y-, z-Axen der gesammten electromotorischen Kraft, die sich als die Lichterscheinung äussert;

---

1) R. Sissingh, Wied. Ann. **42**. p. 115. 1891.

2) H. A. Lorentz, Versl. en Meded. d. Akad. Amsterdam (2), XIX, 1883. Auch v. Loghem, Theorie der Terugkaatsing van het licht door magneten, Dissertation, Leiden, 1883.

3) Maxwell, Treatise on Electricity and Magnetism, Second Edition, II. art. 604—620. 1881.

4) Die Theorie von Lorentz ist aus den von v. Helmholtz aufgestellten Gleichungen der electrischen Lichttheorie entwickelt.

u, v, w analoge Componenten des „totalen" Stromes;

$\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ Componenten der dielectrischen Polarisation[1]);

U, V, W Componenten des Vector-Potentiales[2]);

f Potential der electrischen Ladung[3]);

D Dielectricitätsconstante eines isotropen Medium[4]);

K specifische Widerstand desselben[5]);

alle Grössen *electrostatisch* in C. G. S. gemessen.

Ferner sei

$\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$ Componenten der magnetischen Kraft[6]), die von u, v, w herrührt;

$\mathfrak{J}_x$, $\mathfrak{J}_y$, $\mathfrak{J}_z$ Componenten der Magnetisirung, $\mathfrak{J}$ (magnetisches Moment pro Volumeinheit), welche von einer äusseren magnetischen Kraft $\mathfrak{H}$ herstammt;

M magnetische Permeabilität des Mediums[7]); für sehr rasch oscillirende Magnetisirung, wie das bei den Lichterscheinungen der Fall ist, wollen wir für alle Körper $M = 1$ setzen. Alle diese Grössen sind *electromagnetisch* in C. G. S. gemessen.

Endlich bezeichne man

$\mathfrak{V}_0$ Lichtgeschwindigkeit im Vacuum;

L_0 Wellenlänge von einer Schwingungsperiode T im Vacuum, L im betrachteten Medium;

t Zeit.

§ 2. Es gelten für ein isotropes Medium, in welchem eine Lichtbewegung stattfindet, folgende Gleichungen der electromagnetischen Lichttheorie[8])

$$(1)\qquad \begin{cases} P = -\dfrac{\partial f}{\partial x} - \dfrac{1}{\mathfrak{V}_0^2}\dfrac{\partial U}{\partial t} \\ Q = -\dfrac{\partial f}{\partial y} - \dfrac{1}{\mathfrak{V}_0^2}\dfrac{\partial V}{\partial t} \\ R = -\dfrac{\partial f}{\partial z} - \dfrac{1}{\mathfrak{V}_0^2}\dfrac{\partial W}{\partial t} \end{cases}$$

$$(2)\qquad \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0$$

---

1) f, g, h von Maxwell.
2) F, G, H von Maxwell.
3) Ψ von Maxwell.
4) K von Maxwell.
5) $1 / C$ von Maxwell.
6) α, β, γ von Maxwell.
7) μ von Maxwell.
8) Maxwell, l. c.

$$(3)\qquad \mathfrak{x} = \frac{D}{4\pi} P \qquad \mathfrak{y} = \frac{D}{4\pi} Q \qquad \mathfrak{z} = \frac{D}{4\pi} R$$

$$(4)\qquad u = \frac{\partial \mathfrak{x}}{\partial t} + \frac{P}{k} \qquad v = \frac{\partial \mathfrak{y}}{\partial t} + \frac{Q}{k} \qquad w = \frac{\partial \mathfrak{z}}{\partial t} + \frac{R}{k}$$

$$(5)\qquad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$(6)\qquad \Delta \mathrm{U} = -4\pi u \qquad \Delta \mathrm{V} = -4\pi v \qquad \Delta \mathrm{W} = -4\pi w$$

$$(7)\qquad \begin{cases} \mathfrak{L} = \dfrac{1}{\mathfrak{B}_0}\left(\dfrac{\partial \mathrm{W}}{\partial y} - \dfrac{\partial \mathrm{V}}{\partial z}\right) \\ \mathfrak{M} = \dfrac{1}{\mathfrak{B}_0}\left(\dfrac{\partial \mathrm{U}}{\partial z} - \dfrac{\partial \mathrm{W}}{\partial x}\right) \\ \mathfrak{N} = \dfrac{1}{\mathfrak{B}_0}\left(\dfrac{\partial \mathrm{V}}{\partial x} - \dfrac{\partial \mathrm{U}}{\partial y}\right) \end{cases}$$

und an der Grenze von zwei verschiedenen Medien

$$(8)\qquad a(u - u_1) + b(v - v_1) + c(w - w_1) = 0,$$

worin a, b, c die Richtungscosinus der Normale zur Grenzfläche bedeuten. Ferner müssen an der Grenze f, U, V, W, $\partial \mathrm{U}/\partial x$, $\partial \mathrm{U}/\partial y$, $\partial \mathrm{U}/\partial z$, $\partial \mathrm{V}/\partial x$, $\partial \mathrm{V}/\partial y$, $\partial \mathrm{V}/\partial z$, $\partial W/\partial x$ $\partial \mathrm{W}/\partial y$, $\partial \mathrm{W}/\partial z$, sich continuirlich ändern. Combinirt man nun die Gl. (6) und (8), so folgt

$$\Delta\{a(\mathrm{U} - \mathrm{U}_1) + b(\mathrm{V} - \mathrm{V}_1) + c(\mathrm{W} - \mathrm{W}_1)\} = 0,$$

was mit der Continuität von U, V, W unverträglich ist. Daraus ist zu schliessen, dass man

$$(9)\qquad \mathrm{U} = U + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \qquad \mathrm{V} = V + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \qquad \mathrm{W} = W + \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

$$(10)\qquad \Delta \varphi = 0$$

setzen muss, womit übergehen die Gl. (2), (6), (7) in

$$(2')\qquad \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0$$

$$(6')\qquad \Delta U = -4\pi u \qquad \Delta V = -4\pi v \qquad \Delta W = -4\pi w$$

$$(7')\qquad \begin{cases} \mathfrak{L} = \dfrac{1}{\mathfrak{B}_0}\left(\dfrac{\partial W}{\partial y} - \dfrac{\partial V}{\partial z}\right) \\ \mathfrak{M} = \dfrac{1}{\mathfrak{B}_0}\left(\dfrac{\partial U}{\partial z} - \dfrac{\partial W}{\partial x}\right) \\ \mathfrak{N} = \dfrac{1}{\mathfrak{B}_0}\left(\dfrac{\partial V}{\partial x} - \dfrac{\partial U}{\partial y}\right) \end{cases}$$

§ 3. Wie wir sehen, enthalten nur die Gl. (3) und (4) die specifischen Constanten des Mediums D und k; die übrigen Gleichungen sind davon unabhängig. Ich schliesse daraus, dass eben diese Gleichungen (3) und (4) einige Aenderungen erleiden müssen, wenn das Medium sich in einem magnetischen Felde befindet.

Zunächst sei bemerkt, dass bei den Lichterscheinungen alle in Betracht kommenden Functionen von der Zeit nur in der Weise abhängen, dass sie einen Factor

$$e^{-\frac{2\pi i}{T}}$$

enthalten; dann folgt unmittelbar aus der Gl. (3) und (4)

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{4\pi}{D + i\frac{2T}{k}} u \qquad \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{4\pi}{D + i\frac{2T}{k}} v \qquad \frac{\partial R}{\partial t} = \frac{4\pi}{D + i\frac{2T}{k}} w.$$

Stelle man nun sich vor, dass durch die Magnetisirung unser isotropes Medium in ein aelotropes verwandelt wird; dann ist zu setzen, eine gewisse Axenauswahl vorausgesetzt [1]),

$$(11)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial t} = \dfrac{4\pi}{D_x + i\dfrac{2T}{k_x}} u + \lambda_3 v - \lambda_2 w \\[2ex] \dfrac{\partial Q}{\partial t} = \dfrac{4\pi}{D_y + i\dfrac{2T}{k_y}} v - \lambda_3 u + \lambda_1 w \\[2ex] \dfrac{\partial R}{\partial t} = \dfrac{4\pi}{D_z + i\dfrac{2T}{k_z}} w + \lambda_2 u - \lambda_1 v, \end{cases}$$

worin natürlich auch $\lambda_1\, \lambda_2\, \lambda_3$ complexe Werthe von der Gestalt

$$\lambda_1 = \frac{4\pi}{D_1 + i\frac{2T_1}{k_1}} \text{ etc.}$$

darstellen, und D_1, k_1, ..., als specifische Constanten des Mediums zu betrachten sind. Jetzt ist leicht ersichtlich, dass die Gl. (11) nicht nur die Theorie des Hall'schen Phänomens, sondern auch der Widerstandsänderung der Körper bei der

1) Maxwell, l. c., 1. art. 297, and 2. art. 794.

Magnetisirung in sich enthalten, falls man T sehr gross annimmt. Es lauten dann die Gleichungen

$$(11') \quad \begin{cases} P = k_x\, u + k_3 v - k_2 w \\ Q = k_y\, v - k_3 u + k_1 w \\ R = k_z w + k_2 u - k_1 v \end{cases}$$

wo die Glieder mit k_1, k_2, k_3 die Hall'sche electromotorische Kraft, $k_x - k$, $k_y - k$, $k_z - k$ die Widerstandsänderung bei der Magnetisirung darstellen.[1]) Für die Erklärung aber des Kerr'schen Phänomen, ist erstens die Verschiedenheit von $k_x\, k_y\, k_z$ unnöthig und zweitens sind dazu die Glieder mit λ_3, λ_2, λ_1 in der Gleichung (11) ungenügend.

§ 4. Wir wollen daher eine allgemeinere Annahme gelten lassen und $\partial P/\partial t$, $\partial Q/\partial t$, $\partial R/\partial t$ nicht nur als lineäre Functionen von u, v, w, sondern auch von ihren Differentialquotienten nach der Zeit betrachten. Natürlich müssen auch die neu eingeführten Coefficienten complex genommen werden. Wir setzen also ganz allgemein

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{4\pi}{D_x + i\,\frac{2\,T}{k_x}}\, u + \lambda_3\, v - \lambda_2\, w + \mu_x \frac{\partial u}{\partial t} + \mu_3 \frac{\partial v}{\partial t} - \mu_2 \frac{\partial w}{\partial t}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{4\pi}{D_y + i\,\frac{2\,T}{k_y}}\, v - \lambda_3\, u + \lambda_1\, w + \mu_y \frac{\partial v}{\partial t} - \mu_3 \frac{\partial u}{\partial t} + \mu_1 \frac{\partial w}{\partial t}$$

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \frac{4\pi}{D_z + i\,\frac{2\,T}{k_z}}\, w + \lambda_2\, u - \lambda_1\, v + \mu_z \frac{\partial w}{\partial t} + \mu_2 \frac{\partial u}{\partial t} - \mu_1 \frac{\partial v}{\partial t}$$

$$\mu_1 = \frac{4\pi}{D'_1 + i\,\frac{2\,T}{k'_1}} \quad \text{etc.}$$

Wird nun T sehr gross genommen, was dem Falle eines stationären electrischen Stromes entspricht, so gehen diese Gleichungen in (11') über; wird aber der entgegengesetzte Fall — T sehr klein — betrachtet, was gerade den Lichtbewegungen entspricht, so können wir offenbar die Glieder mit λ, als unendlich klein, fortfallen lassen. Endlich können

1) Goldhammer, Wied. Ann. 31. p. 370. 1887.

wir die Gleichung noch vereinfachen, wenn wir μ_x, μ_y, μ_z unendlich klein und

$$D_x = D_y = D_z,\ k_x = k_y = k_z$$

annehmen.

Dann haben wir

$$(12)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial t} = \dfrac{4\pi}{D + i\dfrac{2T}{k}} u + \mu_3 \dfrac{\partial v}{\partial t} - \mu_2 \dfrac{\partial w}{\partial t} \\ \dfrac{\partial Q}{\partial t} = \dfrac{4\pi}{D + i\dfrac{2T}{k}} v - \mu_3 \dfrac{\partial u}{\partial t} + \mu_1 \dfrac{\partial w}{\partial t} \\ \dfrac{\partial R}{\partial t} = \dfrac{4\pi}{D + i\dfrac{2T}{k}} w + \mu_2 \dfrac{\partial u}{\partial t} - \mu_1 \dfrac{\partial v}{\partial t}. \end{cases}$$

In Fernerem wollen wir diese Gleichung als rein hypothetisch betrachten, wodurch die Lösung der Aufgabe sich in etwas allgemeinerer Form durchführen lässt.

Da weiter die Glieder mit μ nur bei der Magnetisirung gelten, so liegt es der Vermuthung nahe, dieselben der Magnetisirung proportional zu setzen.

Wir nehmen also an

$$(13)\quad \begin{cases} \dfrac{4\pi}{D_1} = p\,\mathfrak{J}_x, \quad \dfrac{4\pi}{D_2} = p\,\mathfrak{J}_y, \quad \dfrac{4\pi}{D_3} = p\,\mathfrak{J}_z, \\ k_1 = q\,\mathfrak{J}_x, \quad k_2 = q\,\mathfrak{J}_y, \quad k_3 = q\,\mathfrak{J}_z, \\ \dfrac{1 - i\dfrac{T}{2\pi}\dfrac{p}{q}}{1 + \left(\dfrac{T}{2\pi}\dfrac{p}{q}\right)^2} = e^{-i\delta}, \end{cases}$$

woraus folgt

$$(14)\quad \begin{cases} \mu_1 = p\,\mathfrak{J}_x e^{-i\delta}, \quad \mu_2 = p\,\mathfrak{J}_y e^{-i\delta}, \quad \mu_3 = p\,\mathfrak{J}_z e^{-i\delta}, \\ \operatorname{tg}\delta = \dfrac{T}{2\pi}\dfrac{p}{q}. \end{cases}$$

Für ein durchsichtiges Medium muss

$$k = \infty,\ k_1 = k_2 = k_3 = \infty,\ q = \infty,\ \delta = 0$$

sein, und wir bekommen einfach

$$\mu_1 = p\,\mathfrak{J}_x,\ \mu_2 = p\,\mathfrak{J}_y,\ \mu_3 = p\,\mathfrak{J}_z.$$

§ 5. Die Elimination von P, Q, R aus der Gleichung (1) mit Hülfe der Gleichung (6′) und (12) führt zu den Gleichungen

$$(15)\quad \begin{cases} \Delta\left\{\mathfrak{V}^2 U + \mu'_3 \frac{\partial V}{\partial t} - \mu'_2 \frac{\partial W}{\partial t}\right\} = \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \mathfrak{V}_0^{\,2} \frac{\partial^2}{\partial t\, \partial x}\left(f + \frac{1}{\mathfrak{V}_0^{\,2}} \frac{\partial \varphi}{\partial t}\right) \\ \Delta\left\{\mathfrak{V}^2 V - \mu'_3 \frac{\partial U}{\partial t} + \mu'_1 \frac{\partial W}{\partial t}\right\} = \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + \mathfrak{V}_0^{\,2} \frac{\partial^2}{\partial t\, \partial y}\left(f + \frac{1}{\mathfrak{V}_0^{\,2}} \frac{\partial \varphi}{\partial t}\right) \\ \Delta\left\{\mathfrak{V}^2 W + \mu'_2 \frac{\partial U}{\partial t} - \mu'_1 \frac{\partial V}{\partial t}\right\} = \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \mathfrak{V}_0^{\,2} \frac{\partial^2}{\partial t\, \partial z}\left(f + \frac{1}{\mathfrak{V}_0^{\,2}} \frac{\partial \varphi}{\partial t}\right) \end{cases}$$

worin

$$(16)\quad \mathfrak{V}^2 = \frac{\mathfrak{V}_0^{\,2}}{D + i\frac{2T}{k}}, \qquad \mu' = \frac{\mathfrak{V}_0^{\,2}}{4\pi}\mu$$

gesetzt ist.

Nun bemerken wir folgendes: U, V, W, f und φ sind Functionen von einer ganz verschiedenen Gestalt, da φ der Gleichung (10) genügt, was für U, V, W, f nicht der Fall ist. Daraus ist zu schliessen, dass erstens

$$(17)\quad f = f' + f'',$$

worin f' der Gleichung

$$\Delta f = o$$

genügt, und zweitens

$$(18)\quad f'' + \frac{1}{\mathfrak{V}_0^{\,2}} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = o.$$

Jetzt lässt sich f aus den Gleichungen (15) eliminiren und wir bekommen

$$(19)\quad \begin{cases} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \mathfrak{V}^2 \Delta U + \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial}{\partial h}\left(\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial W}{\partial y}\right) \\ \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = \mathfrak{V}^2 \Delta V + \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial}{\partial h}\left(\frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial z}\right) \\ \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \mathfrak{V}^2 \Delta W + \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z}\right) \\ \frac{\partial}{\partial h} = \mu'_1 \frac{\partial}{\partial x} + \mu'_2 \frac{\partial}{\partial y} + \mu'_3 \frac{\partial}{\partial z} \end{cases}$$

und

$$(20)\quad \mathfrak{V}_0^{\,2} f'' = \mu'_1\left(\frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z}\right) + \mu'_2\left(\frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial x}\right) + \mu'_3\left(\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y}\right).$$

§ 6. Für einen isotropen Körper fallen die Glieder mit μ fort und es wird daher $f'' = o$; für ein unbegrenztes Medium lässt sich auch

$$f = \varphi = o$$

setzen, nicht aber für ein begrenztes, was oft mit Unrecht gethan wird. Es sei nun die Grenzfläche eines isotropen durchsichtigen Körpers (D, $k = \infty$, $\mu = o$) und eines magnetisirten Leiters (D', k', μ') für die yz-Ebene genommen; liegt das zweite Medium *unten* und richten wir die x-Axe nach *oben*, die y-Axe nach *links*, die z-Axe *rückwärts*, so stimmen diese Axenrichtungen mit den Gleichungen (7) zusammen; wählen wir ferner die xy-Ebene für die Einfallsebene, in welcher sich im ersten Medium eine ebene geradlinig polarisirte Lichtwelle fortpflanzt, deren Normale n mit der positiven x-Axenrichtung den Winkel ψ bildet. Dann kann man für die einfallende Lichtwelle setzen:

$$
(21) \quad \begin{cases} U = F e^{i\Theta}, \quad V = G e^{i\Theta}, \quad W = H e^{i\Theta} \\ \Theta = 2\pi \left(\dfrac{x \cos\psi + y \sin\psi}{L} - \dfrac{t}{T} \right), \\ f = o, \quad \varphi = o; \end{cases}
$$

für die reflectirte Welle ist ebenso

$$
(22) \quad \begin{cases} U_r = F_r e^{i\Theta_r}, \quad V_r = G_r e^{i\Theta_r}, \quad W_r = H_r e^{i\Theta_r} \\ \Theta_r = 2\pi \left(\dfrac{x \cos\psi_r + y \sin\psi_r}{L} - \dfrac{t}{T} \right) \\ f_r = - \dfrac{1}{\mathfrak{V}_0^2} \dfrac{\partial \varphi_r}{\partial t}, \quad \Delta \varphi_r = o \end{cases}
$$

und für die gebrochene Welle

$$
(23) \quad \begin{cases} U' = F' e^{i\Theta'}, \quad V' = G' e^{i\Theta'}, \quad W' = H' e^{i\Theta'} \\ \Theta' = 2\pi \left(\dfrac{x \cos\psi' + y \sin\psi'}{L'} - \dfrac{t}{T} \right) \end{cases}
$$

$$
\Delta \varphi' = o, \quad f' = - \frac{1}{\mathfrak{V}_0^2} \frac{\partial \varphi'}{\partial t}; \quad \mathfrak{V}_0^2 f'' = \mu'_1 \left(\frac{\partial W'}{\partial y} - \frac{\partial V'}{\partial z} \right)
$$
$$
+ \mu'_2 \left(\frac{\partial U'}{\partial z} - \frac{\partial W'}{\partial x} \right) + \mu'_3 \left(\frac{\partial V'}{\partial x} - \frac{\partial U'}{\partial y} \right);
$$

dabei müssen U, V, W den Gleichungen

$$
\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \mathfrak{V}^2 \Delta U, \quad \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = \mathfrak{V}^2 \Delta V, \quad \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \mathfrak{V}^2 \Delta W,
$$

U_r, V_r, W_r den Gleichungen

$$
\frac{\partial^2 U_r}{\partial t^2} = \mathfrak{V}^2 \Delta U_r, \quad \frac{\partial^2 V_r}{\partial t^2} = \mathfrak{V}^2 \Delta V_r, \quad \frac{\partial^2 W_r}{\partial t^2} = \mathfrak{V}^2 \Delta W_r
$$

und U', V', W' den Gleichungen (19) genügen.

Die Substitution von U', V', W' in die Gleichungen (19) gibt nun

$$(\mathfrak{W}'^2 - \mathfrak{V}'^2) F' = + i\,\mathfrak{q}' \sin\psi' H'$$
$$(\mathfrak{W}'^2 - \mathfrak{V}'^2) G' = - i\,\mathfrak{q}' \cos\psi' H'$$
$$(\mathfrak{W}'^2 - \mathfrak{V}'^2) H' = - i\,\mathfrak{q}' (\sin\psi' F' - \cos\psi' G')$$
$$\mathfrak{W}' = \frac{L'}{T}$$
$$\mathfrak{q}' = \frac{2\pi}{T} p' e^{-i\delta} \mathfrak{J} \cos\chi$$
$$p' = \frac{\mathfrak{V}_0^2}{4\pi} p$$
$$\cos\chi = \cos\psi' \cos(\mathfrak{J}, x) + \sin\psi' \cos(\mathfrak{J}, y) = \cos(\mathfrak{J}, n),$$

woraus folgt

$$\mathfrak{W}'^2 = \mathfrak{V}'^2 \pm \mathfrak{q}', \quad F' = \pm i H' \sin\psi', \quad G' = \mp i H' \cos\psi'.$$

Das bedeutet, dass in unserem Medium sich zwei verschiedene Wellen fortpflanzen, deren Geschwindigkeiten $\mathfrak{W}_1$ und $\mathfrak{W}_2$

$$\mathfrak{W}_1^{\,2} = \mathfrak{V}'^2 + \mathfrak{q}_1, \quad \mathfrak{W}_2^{\,2} = \mathfrak{V}'^2 - \mathfrak{q}_2$$

und Brechungswinkel ψ_1 und ψ_2 sind.

Wir haben somit anstatt der Gleichungen (23) die Gleichungen

$$(24)\quad \left\{ \begin{aligned}
& U_1 = F_1 e^{i\Theta_1}, \quad V_1 = G_1 e^{i\Theta_1}, \quad W_1 = H_1 e^{i\Theta_1} \\
& U_2 = F_2 e^{i\Theta_2}, \quad V_2 = G_2 e^{i\Theta_2}, \quad W_2 = H_2 e^{i\Theta_2} \\
& \Theta_1 = 2\pi\left(\frac{x\cos\psi_1 + y\sin\psi_1}{L_1} - \frac{t}{T}\right); \quad \Theta_2 = 2\pi\left(\frac{x\cos\psi_2 + y\sin\psi_2}{L_2} - \frac{t}{T}\right) \\
& \Delta\varphi_1 = o, \quad \Delta\varphi_2 = o \\
& f'_1 + \frac{1}{\mathfrak{V}_0^2}\frac{\partial\varphi_1}{\partial t} = o, \quad f'_2 + \frac{1}{\mathfrak{V}_0^2}\frac{\partial\varphi_2}{\partial t} = o \\
& \mathfrak{V}_0^2 f''_1 = \mu'_1\left(\frac{\partial W_1}{\partial y} - \frac{\partial V_1}{\partial z}\right) + \mu'_2\left(\frac{\partial U_1}{\partial z} - \frac{\partial W_1}{\partial x}\right) + \mu'_3\left(\frac{\partial V_1}{\partial x} - \frac{\partial U_1}{\partial y}\right) \\
& \mathfrak{V}_0^2 f''_2 = \mu'_1\left(\frac{\partial W_2}{\partial y} - \frac{\partial V_2}{\partial z}\right) + \mu'_2\left(\frac{\partial U_2}{\partial z} - \frac{\partial W_2}{\partial x}\right) + \mu'_3\left(\frac{\partial V_2}{\partial x} - \frac{\partial U_2}{\partial y}\right) \\
& \mathfrak{q}_1 = \frac{2\pi}{T} p' e^{-i\delta} \mathfrak{J} \cos(\mathfrak{J}, n_1); \quad \mathfrak{q}_2 = \frac{2\pi}{T} p' e^{-i\delta} \mathfrak{J} \cos(\mathfrak{J}, n_2) \\
& \mathfrak{W}_1 = \mathfrak{V}'\sqrt{1 + \frac{\mathfrak{q}_1}{\mathfrak{V}'^2}}; \quad \mathfrak{W}_2 = \mathfrak{V}'\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{q}_2}{\mathfrak{V}'^2}}
\end{aligned} \right.$$

$$(25)\quad \begin{cases} F_1 = \quad i H_1 \sin \psi_1 & F_2 = - i H_2 \sin \psi_2 \\ G_1 = - i H_1 \cos \psi_1 & G_2 = \quad i H_2 \cos \psi_2 . \end{cases}$$

§ 7. Den Differentialgleichungen

$$\Delta \varphi_r = o, \quad \Delta \varphi_1 = o, \quad \Delta \varphi_2 = o$$

kann man Genüge leisten, indem man setzt

$$(26)\quad \begin{cases} \varphi_r = i D_r e^{i \Psi_r}, \quad \varphi_1 = i D_1 e^{i \Psi_1}, \quad \varphi_2 = i D_2 e^{i \Psi_2} \\ \Psi_r = 2\pi \left(\dfrac{x \cos \theta_r + y \sin \theta_r}{l_r} \right), \quad \Psi_1 = 2\pi \left(\dfrac{x \cos \theta_1 + y \sin \theta_1}{l_1} - \dfrac{t}{T} \right) \\ \Psi_2 = 2\pi \left(\dfrac{x \cos \theta_2 + y \sin \theta_2}{l_2} - \dfrac{t}{T} \right), \\ l_r = l_1 = l_2 = \infty ; \end{cases}$$

was nun aber die Grenzbedingungen anbetrifft, so fordern dieselben ohne weiteres

$$(27)\quad \frac{\sin \psi}{L} = \frac{\sin \psi_r}{L_r} = \frac{\sin \psi_1}{L_1} = \frac{\sin \psi_2}{L_2} = \frac{\sin \theta_r}{l_r} = \frac{\sin \theta_1}{l_1} = \frac{\sin \theta_2}{l_2}$$

woraus folgt

$$(28)\quad \psi_r = \pi - \psi, \quad \frac{\cos \theta_r}{l_r} = + i \frac{\sin \psi}{L}, \quad \frac{\cos \theta_1}{l_1} = \frac{\cos \theta_2}{l_2} = - i \frac{\sin \psi}{L} .$$

Endlich geben die Gleichungen (2′) noch

$$(29)\quad \begin{cases} F \cos \psi + G \sin \psi = o \\ - F_r \cos \psi + G_r \sin \psi = o . \end{cases}$$

Von den 13 Grenzgleichungen für $x = o$

$$1.\ U + U_r = U_1 + U_2 \qquad 4.\ \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U_r}{\partial x} = \frac{\partial U_1}{\partial x} + \frac{\partial U_2}{\partial x}$$

$$2.\ V + V_r = V_1 + V_2 \qquad 5.\ \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial U_r}{\partial y} = \frac{\partial U_1}{\partial y} + \frac{\partial U_2}{\partial y}$$

$$3.\ W + W_r = W_1 + W_2 \qquad 6.\ \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial U_r}{\partial z} = \frac{\partial U_1}{\partial z} + \frac{\partial U_2}{\partial z}$$

$$7.\ \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V_r}{\partial x} = \frac{\partial V_1}{\partial x} + \frac{\partial V_2}{\partial x} \qquad 10.\ \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W_r}{\partial x} = \frac{\partial W_1}{\partial x} + \frac{\partial W_2}{\partial x}$$

$$8.\ \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial V_r}{\partial y} = \frac{\partial V_1}{\partial y} + \frac{\partial V_2}{\partial y} \qquad 11.\ \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial W_r}{\partial y} = \frac{\partial W_1}{\partial y} + \frac{\partial W_2}{\partial y}$$

$$9.\ \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial V_r}{\partial z} = \frac{\partial V_1}{\partial z} + \frac{\partial V_2}{\partial z} \qquad 12.\ \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial W_r}{\partial z} = \frac{\partial W_1}{\partial z} + \frac{\partial W_2}{\partial z}$$

$$13.\ f_r = f_1 + f_2$$

sind (5), (8), (11) mit (1), (2), (3) identisch, (6), (9), (12) geben identisch o, und (4) ist identisch mit (2) infolge der Gleichung (2'). Es bleiben uns also nur 6 Gleichungen übrig, die geben

$$(30)\left\{\begin{aligned}
&F + F_r = F_1 + F_2 + 2\pi i \frac{\sin\psi}{L}(D_r + D_1 + D_2)\\
&G + G_r = G_1 + G_2 + 2\pi \frac{\sin\psi}{L}(D_r - D_1 - D_2)\\
&H + H_r = H_1 + H_2\\
&(G - G_r)\frac{\cos\psi}{L} = G_1\frac{\cos\psi_1}{L_1} + G_2\frac{\cos\psi_2}{L_2} + 2\pi i\frac{\sin^2\psi}{L^2}(D_r + D_1 + D_2)\\
&(H - H_r)\frac{\cos\psi}{L} = H_1\frac{\cos\psi_1}{L_1} + H_2\frac{\cos\psi_2}{L_2}\\
&D_r - D_1 - D_2 = -i\mu'_1 T\left(H_1\frac{\sin\psi_1}{L_1} + H_2\frac{\sin\psi_2}{L_2}\right)\\
&\qquad + i\mu'_2 T\left(H_1\frac{\cos\psi_1}{L_1} + H_2\frac{\cos\psi_2}{L_2}\right)\\
&\qquad - i\mu_3' T\left(G_1\frac{\cos\psi_1}{L_1} - F_1\frac{\sin\psi_1}{L_1} + G_2\frac{\cos\psi_2}{L_2} - F_2\frac{\sin\psi_2}{L_2}\right).
\end{aligned}\right.$$

Diese Gleichungen wollen wir auf drei Fälle anwenden, die am besten experimentell untersucht sind.

§ 8. Erster Fall: *polare Magnetisirung.*

Dann haben wir

$$(31)\qquad \mu'_1 = p'\mathfrak{J}e^{-i\delta};\ \mu'_2 = 0,\ \mu'_3 = 0;$$

bemerken wir aber noch, dass ψ_1, ψ_2 nur sehr wenig von einander, d. h. auch von ψ' verschieden sind, so folgt nach Vernachlässigung von Gliedern mit p^2,

$$(32)\left\{\begin{aligned}
&\mathfrak{q}'_1 = \mathfrak{q}_2 = \mathfrak{q}' = \frac{2\pi}{T}p'\mathfrak{J}e^{-i\delta}\cos\psi'\\
&\mathfrak{V}_1 = \mathfrak{V}'(1 + \mu\cos\psi');\ \mathfrak{V}_2 = \mathfrak{V}'(1 - \mu\cos\psi')\\
&\sin\psi_1 = \sin\psi'(1 + \mu\cos\psi');\ \sin\psi_2 = \sin\psi'(1 - \mu\cos\psi')\\
&\cos\psi_1 = \cos\psi'\left(1 - \mu\frac{\sin^2\psi'}{\cos\psi'}\right);\ \cos\psi'_2 = \cos\psi'\left(1 + \mu\frac{\sin^2\psi_{\prime}}{\cos\psi'}\right)\\
&\mu = \frac{1}{4}\frac{\mathfrak{V}_0^2}{T\mathfrak{V}'^2}p\mathfrak{J}e^{-i\delta}
\end{aligned}\right.$$

und weiter, wenn man

$$\left\{\begin{aligned}
&F = R\sin\psi; \qquad G = -R\cos\psi\\
&F_r = R_r\sin\psi; \qquad G_r = R_r\cos\psi
\end{aligned}\right.$$

setzt, und D_r D_1 D_2 F_1 F_2 G_1 G_2 eliminirt, gehen die Gleichungen (30) in

$$(34)\begin{cases} R + R_r = i\dfrac{\sin\psi}{\sin\psi'}\{H_1(1-\mu\cos\psi') - H_2(1+\mu\cos\psi')\} \\ R - R_r = i\dfrac{\cos\psi'}{\cos\psi}\left\{H_1\left(1+\mu\dfrac{\sin^2\psi'}{\cos\psi'}\right) - H_2\left(1-\mu\dfrac{\sin^2\psi'}{\cos\psi'}\right)\right\} \\ H + H_r = H_1 + H_2 \\ H - H_r = \dfrac{\sin\psi}{\sin\psi'}\dfrac{\cos\psi'}{\cos\psi}\left\{H_1\left(1-\dfrac{\mu}{\cos\psi'}\right) + H_2\left(1+\dfrac{\mu}{\cos\psi'}\right)\right\} \end{cases}$$

über.

§ 9. Ist nun das einfallende Licht in der Einfallsebene($\parallel$), d. h.

$$R = 0\,,\ H = 1$$

oder senkrecht dazu polarisirt ($\perp$), d. h.

$$R = 1\,,\ H = 0$$

so leitet man aus der Gleichung (34) mit Hilfe der Gleichung (25) und mit Vernachlässigung der Glieder mit μ gegen die Einheit, die folgenden Werthe ab

$$(35)\begin{cases} (R_r)_{\parallel} = -i\mu\dfrac{\sin\psi'\sin 2\psi}{\sin^2(\psi+\psi')\cos(\psi-\psi')} & (R_r)_{\perp} = \dfrac{\operatorname{tg}(\psi-\psi')}{\operatorname{tg}(\psi+\psi')} \\ (H_r)_{\parallel} = -\dfrac{\sin(\psi-\psi')}{\sin(\psi+\psi')} & (H_r)_{\perp} = -i\mu\dfrac{\sin\psi'\sin 2\psi}{\sin^2(\psi+\psi')\cos(\psi-\psi')} \\ (R_1)_{\parallel} = i\dfrac{\sin\psi'\cos\psi}{\sin(\psi+\psi')} & (R_1)_{\perp} = \dfrac{\sin\psi'\cos\psi}{\sin(\psi+\psi')\cos(\psi-\psi')} \\ (H_1)_{\parallel} = \dfrac{\sin\psi'\cos\psi}{\sin(\psi+\psi')} & (H_1)_{\perp} = -i\dfrac{\sin\psi'\cos\psi}{\sin(\psi+\psi')\cos(\psi-\psi')} \\ (R_2) = -i\dfrac{\sin\psi'\cos\psi}{\sin(\psi+\psi')} & (R_2)_{\perp} = \dfrac{\sin\psi'\cos\psi}{\sin(\psi+\psi')\cos(\psi-\psi')} \\ (H_2) = \dfrac{\sin\psi'\cos\psi}{\sin(\psi+\psi')} & (H_2)_{\perp} = i\dfrac{\sin\psi'\cos\psi}{\sin(\psi+\psi')\cos(\psi-\psi')} \end{cases}$$

worin

$$F_1 = R_1\sin\psi' \qquad F_2 = R_2\sin\psi'$$
$$G_1 = -R_1\cos\psi' \qquad G_2 = -R_2\cos\psi'$$

gesetzt ist.

$(H_r)_{\parallel}$ und $(R_r)_{\perp}$ stellen den „gewöhnlichen" reflectirten Strahl, (R_r) und $(H_{r\perp})$ die „magnetooptische" Lichtcomponente dar.

Ist nun unser Medium ein Metall, so sind μ, $\sin\psi'$ $\cos\psi'$

complex; das reflectirte Licht erscheint elliptisch polarisirt und die grosse Axe der Ellipse gegen das Incidenzazimuth gedreht; ist aber das betrachtete Medium durchsichtig, so müssen μ, $\sin\psi'$, $\cos\psi'$ reell genommen werden; das Licht ist wieder elliptisch polarisirt, es fällt aber die grosse Axe der Ellipse mit dem Incidenzazimuth zusammen.

Was nun das gebrochene Licht anbetrifft, so folgt für einen durchsichtigen Körper, wenn man von $e^{i\Theta}$ zu $\cos\Theta$ übergeht,

$$U\sin\psi' - V\cos\psi' = 2\frac{\sin\psi'\cos\psi}{\sin(\psi+\psi')}\sin\frac{d}{2}\left(\frac{1}{L_2}-\frac{1}{L_1}\right)\cos\Theta'$$

$$W' = 2\frac{\sin\psi'\cos\psi}{\sin(\psi+\psi')}\cos\frac{d}{2}\left(\frac{1}{L_2}-\frac{1}{L_1}\right)\cos\Theta'$$

und

$$U'\sin\psi' - V'\cos\psi' = 2\frac{\sin\psi'\cos\psi}{\sin(\psi+\psi')\cos(\psi-\psi')}\cos\frac{d}{2}\left(\frac{1}{L_2}-\frac{1}{L_1}\right)\cos\Theta'$$

$$W' = -2\frac{\sin\psi'\cos\psi}{\sin(\psi+\psi')\cos(\psi-\psi')}\sin\frac{d}{2}\left(\frac{1}{L_2}-\frac{1}{L_1}\right)\cos\Theta'$$

$$d = x\cos\psi' + y\sin\psi'.$$

Daraus folgt, dass die Polarisationsebene des durchgehenden Lichtes um einen Winkel φ gedreht erscheint, worin

$$\varphi = \frac{d}{2}\left(\frac{1}{L_2}-\frac{1}{L_1}\right),$$

oder da

$$\frac{1}{L_1} = \frac{1}{L'}(1-\mu\cos\psi')$$

$$\frac{1}{L_2} = \frac{1}{L'}(1+\mu\cos\psi'),$$

so folgt

$$\varphi = \frac{d}{L'}\mu\cos\psi'$$

oder anders

$$\varphi = p\frac{\mathfrak{B}_0}{4}\frac{N'^3}{L_0^2}\mathfrak{J}\cos\psi' d. \tag{37}$$

worin

$$N' = \frac{\mathfrak{B}_0}{\mathfrak{B}'} \tag{38}$$

den Brechungsexponenten des Medium auf den Aether bezogen bedeutet. Man kann sich leicht überzeugen, dass auch bei constantem p gewissermaassen die Abhängigkeit φ von L_0 mit den Beobachtungsergebnissen stimmt; es lässt sich aber

natürlich p auch als eine Function von L_0 ansehen — dann stimmt die Formel für φ mit den Versuchsergebnissen vollkommen.

§ 10. Zweiter Fall; *äquatoriale Magnetisirung.*

Jetzt ist

$$\mu_1 = o,\ \mu_2 = p\,\mathfrak{J}\,e^{-i\delta},\ \mu_3 = o \tag{39}$$

zu setzen, woraus folgt, ganz dem Früheren analog,

$$\left\{\begin{array}{ll} \multicolumn{2}{c}{\mathfrak{q}_1 = \mathfrak{q}_2 = \mathfrak{q}' = \frac{2\pi}{T}\,p'\,\mathfrak{J}\,e^{-i\delta}\sin\psi'} \\ \mathfrak{W}_1 = \mathfrak{W}'(1 + \mu\sin\psi'); & \mathfrak{W}_2 = \mathfrak{W}'(1 - \mu\sin\psi') \\ \sin\psi_1 = \sin\psi'(1 + \mu\sin\psi') & \sin\psi_2 = \sin\psi'(1 - \mu\sin\psi') \\ \cos\psi_1 = \cos\psi'\left(1 - \mu\frac{\sin^3\psi'}{\cos^2\psi'}\right) & \cos\psi_2 = \cos\psi'\left(1 + \mu\frac{\sin^3\psi'}{\cos^2\psi'}\right) \\ \multicolumn{2}{l}{-2\pi i\mu_2' T\frac{\sin\psi}{L\cos\psi}\left(H_1\frac{\cos\psi_1}{L_1} + H_2\frac{\cos\psi_2}{L_2}\right) = -2i\mu\frac{\sin\psi'\cos\psi'}{\cos\psi}(H_1 + H_2)} \end{array}\right. \tag{40}$$

und weiter nach der Lösung der Gleichung (30)

$$\left\{\begin{array}{ll} \multicolumn{2}{l}{(R_r)_{\|} = +i\mu\frac{\sin\psi'\sin2\psi}{\sin^2(\psi+\psi')\cos(\psi-\psi')}\operatorname{tg}\psi';\ (R_r)_{\perp} = \frac{\operatorname{tg}(\psi-\psi')}{\operatorname{tg}(\psi+\psi')}} \\ (H_r)_{\|} = -\frac{\sin(\psi-\psi')}{\sin(\psi+\psi')} & (H_r)_{\perp} = -i\mu\frac{\sin\psi'\sin2\psi}{\sin^2(\psi+\psi')\cos(\psi-\psi')}\operatorname{tg}\psi' \\ (R_1)_{\|} = i\frac{\sin\psi'\cos\psi}{\sin(\psi+\psi')} & (R_1)_{\perp} = \frac{\sin\psi'\cos\psi}{\sin(\psi+\psi')\cos(\psi-\psi')} \\ (H_1)_{\|} = \frac{\sin\psi'\cos\psi}{\sin(\psi+\psi')} & (H_1)_{\perp} = -i\frac{\sin\psi'\cos\psi}{\sin(\psi+\psi')\cos(\psi-\psi')} \\ (R_2)_{\|} = -i\frac{\sin\psi'\cos\psi}{\sin(\psi+\psi')} & (R_2)_{\perp} = \frac{\sin\psi'\cos\psi}{\sin(\psi+\psi')\cos(\psi-\psi')} \\ (H_2)_{\|} = \frac{\sin\psi'\cos\psi}{\sin(\psi+\psi')} & (H_2)_{\perp} = i\frac{\sin\psi'\cos\psi}{\sin(\psi+\psi')\cos(\psi-\psi')} \end{array}\right. \tag{41}$$

$$\varphi = p\,\frac{\mathfrak{B}_0}{4}\frac{N'^2}{L_0^2}\,\mathfrak{J}\sin\psi'\,d. \tag{42}$$

Alle Schlüsse, die wir für die poläre Magnetisirung aus den Formeln gezogen haben, bleiben auch jetzt bestehen.

§ 11. Dritter Fall: *normale Reflexion* (Magnetisirung in einer beliebigen Richtung).

Jetzt ist

$$\psi = \psi_1 = \psi_2 = \pi;\ \psi_r = 0$$

zu setzen; dann folgt

$$\mu'_1 = p'\mathfrak{J}e^{-i\delta}\cos(\mathfrak{J}, x); \quad \mu'_2 = p'\mathfrak{J}e^{-i\delta}\cos(\mathfrak{J}, y);$$
$$\mu'_3 = p'\mathfrak{J}e^{-i\delta}\cos(\mathfrak{J}, z)$$

$$\text{(43)} \qquad \mathfrak{q}' = \frac{2\pi}{T}p'\mathfrak{J}e^{-i\delta}\cos(\mathfrak{J}, x)$$

$$F = o; \quad F_r = o; \quad F_1 = o \quad F_2 = o$$
$$G = R; \quad G_r = -R_r; \quad G_1 = iH_1; \quad G_2 = -iH_2$$

und die Gleichungen (30) gehen über in

$$R + R_r = iH_1\frac{L_1}{L} - iH_2\frac{L_2}{L} + \frac{2\pi i}{L}(D_r + D_1 + D_2)$$

$$D_r - D_1 - D_2 = -ip'\mathfrak{J}e^{-i\delta}T\left\{\cos(\mathfrak{J}, y)\left(\frac{H_1}{L_1} + \frac{H_2}{L_2}\right)\right.$$
$$\left. - \cos(\mathfrak{J}, z)\left(\frac{G_1}{L_1} + \frac{G_2}{L_2}\right)\right\}$$

$$R - R_r = G_1 + G_2$$
$$R + R_r = G_1\frac{L}{L_1} + G_2\frac{L}{L_2}$$
$$H - H_r = H_1\frac{L}{L_1} + H_2\frac{L}{L_2}$$
$$H + H_r = H_1 + H_2,$$

von denen die ersten zwei D_r und $D_1 + D_2$, die übrigen vier aber R_r, H_r, H_1, H_2 bestimmen.

Weiter haben wir in diesem Falle

$$\text{(44)} \begin{cases} \mathfrak{W}_1 = \mathfrak{V}'(1 + \mu\cos(\mathfrak{J}, x)); & \mathfrak{W}_2 = \mathfrak{V}'(1 - \mu\cos(\mathfrak{J}, x)) \\ \dfrac{L}{L_1} = \dfrac{\mathfrak{V}}{\mathfrak{V}'}(1 - \mu\cos(\mathfrak{J}, x)); & \dfrac{L}{L_2} = \dfrac{\mathfrak{V}}{\mathfrak{V}'}(1 + \mu\cos(\mathfrak{J}, x)), \end{cases}$$

und indem man der Kürze wegen

$$\text{(45)} \qquad \frac{\mathfrak{V}}{\mathfrak{V}'} = n \qquad \mu\cos(\mathfrak{J}, x) = \mu_1,$$

setzt, die Gleichungen

$$\begin{cases} R - R_r = i(H_1 - H_2) \\ R + R_r = in\{H_1(1 - \mu_1) - H_2(1 - \mu_1)\} \\ H + H_r = H_1 + H_2 \\ H - H_r = n\{H_1(1 - \mu_1) + H_2(1 + \mu_1)\}, \end{cases}$$

woraus sich leicht alle gesuchten Grössen bestimmen lassen.

Auf diese Weise bekommen wir

$$(47)\begin{cases}(R_r)_{\|} = -i\mu\dfrac{2n}{(1+n)^2}\cos(\mathfrak{J}, x); & (R_r)_{\perp} = \dfrac{n-1}{n+1} \\ (H_r)_{\|} = -\dfrac{n-1}{n+1} & (H_r)_{\perp} = -i\mu\dfrac{2n}{(1+n)^2}\cos(\mathfrak{J}, x) \\ (R_1)_{\|} = i\dfrac{1}{1+n} & (R_1)_{\perp} = \dfrac{1}{1+n} \\ (H_1)_{\|} = \dfrac{1}{1+n} & (H_1)_{\perp} = -i\dfrac{1}{1+n} \\ (R_2)_{\|} = -i\dfrac{1}{1+n} & (R_2)_{\perp} = \dfrac{1}{1+n} \\ (H_2)_{\|} = \dfrac{1}{1+n} & (H_2)_{\perp} = i\dfrac{1}{1+n};\end{cases}$$

für ein durchsichtiges Medium beträgt wieder

$$(48)\qquad \varphi = p\frac{\mathfrak{B}_0}{4}\frac{N'^2}{L_0^2}\mathfrak{J}\cos(\mathfrak{J}, x)\,d.$$

Und diese Formel stimmt mit den Beobachtungen zusammen.

Zum Ende sei Folgendes bemerkt; für durchsichtige Körper ist immer μ so klein, dass man kaum die Ellipticität des reflectirten Lichtes untersuchen kann. Darum müssen wir uns nur auf die Reflexion an den metallischen Oberflächen beschränken.

§ 12. Um unsere Theorie mit den Beobachtungen an Metallspiegeln vergleichen zu können, wollen wir drei Arten von Versuchen benutzen. Es liegen nämlich die Beobachtungen von Sissingh[1]) vor über die Reflexion an einem Eisenspiegel bei äquatorialer Magnetisirung; die Beobachtungen von Kaz[2]) über die poläre Reflexion an einem Stahlspiegel, und endlich Beobachtungen von du Bois[3]) über die normale Reflexion am Eisen, Nickel und Cobalt. Dazu können auch die Beobachtungen von Kundt[4]) und H. E. J. G. du Bois[5]) über die Drehung der Polarisationsebene des durchgehenden Lichtes in dünnen, durchsichtigen Fe-Ni-Co-Schichten beigefügt werden.

1) Sissingh, l. c.

2) Kaz, Over de terugkaatsing van het licht of magneten, Diss., Amsterdam, 1884. Beibl. **9.** p. 275. 1885.

3) du Bois, Wied. Ann. **39.** p 25. 1890.

4) Kundt, Wied. Ann. **23.** p. 228. 1884 u. **27.** p. 191. 1886.

5) H. E. J. G. du Bois, Wied. Ann. **31.** p. 941. 1887.

Für Metalle sind bekanntlich L', $\sin\psi'$, $\cos\psi'$ complex; wir setzen daher

$$(49) \qquad \frac{L}{L'} = \mathrm{F}e^{io}; \quad \cos\psi' = c\,e^{is}; \quad \sin\psi' = \frac{\sin\psi}{\mathrm{F}}e^{-io}.$$

woraus folgt, wie bekannt

$$(50) \qquad \begin{cases} c^2\cos 2s = 1 - \dfrac{\sin^2\psi\cos 2o}{\mathrm{F}^2} \\ c^2\sin 2s = \dfrac{\sin^2\psi\sin 2o}{\mathrm{F}^2} \\ tg\,\psi' = \dfrac{\sin\psi}{c\mathrm{F}}e^{-i(o+s)}; \end{cases}$$

weiter gibt die letzte der Gleichungen (32)

$$(51) \qquad \begin{cases} \mu = \dfrac{1}{4}\dfrac{\mathfrak{B}_0^2}{T\mathfrak{B}'^2}p\mathfrak{J}\,e^{-i\delta} = \dfrac{1}{4\,T}\dfrac{\mathfrak{B}_0^2}{\mathfrak{B}^2}\dfrac{\mathfrak{B}^2}{\mathfrak{B}'^2}p\mathfrak{J}e^{-i\delta} = \dfrac{1}{2}\nu\mathrm{F}^2e^{i(2o-\delta)} \\ \nu = \dfrac{1}{2\,T}\dfrac{\mathfrak{B}_0^2}{\mathfrak{B}^2}p\mathfrak{J}, \end{cases}$$

und ist dabei

$$c < 0, \; F > 0, \; \frac{\pi}{2} > o > 0, \; \frac{\pi}{4} > s > 0; \; \pi > \psi > \frac{\pi}{2}.$$

Setzen wir weiter

$$(52) \qquad \begin{cases} A_0 e^{i\Delta_0} = -\dfrac{\sin(\psi-\psi')}{\sin(\psi+\psi')} \qquad A_1 e^{i\Delta_1} = \dfrac{\mathrm{tg}(\psi-\psi')}{\mathrm{tg}(\psi+\psi')} \\ \mathrm{tg}f_0 = \dfrac{\cos\psi}{\mathrm{F}c}; \quad \mathrm{tg}f_1 = \dfrac{c}{\mathrm{F}\cos\psi} \end{cases}$$

so finden wir nach leichten Reductionen die Cauchy'schen Gleichungen

$$(53) \qquad \begin{cases} A_0 = -\sqrt{\dfrac{1+\mathrm{tg}^2 f_0 - 2\,\mathrm{tg}\,f_0\cos(o+s)}{1+\mathrm{tg}^2 f_0 + 2\,\mathrm{tg}\,f_0\cos(o+s)}} \\ A_1 = +\sqrt{\dfrac{1+\mathrm{tg}^2 f_1 - 2\,\mathrm{tg}\,f_1\cos(o-s)}{1+\mathrm{tg}^2 f_1 + 2\,\mathrm{tg}\,f_1\cos(o-s)}} \\ \mathrm{tg}\,\Delta_0 = \sin(o+s)\,\mathrm{tg}\,2f_0 \qquad \mathrm{tg}\,\Delta_1 = \sin(o-s)\,\mathrm{tg}\,2f_1 \\ \mathrm{tg}(\Delta_1-\Delta_0) = \sin(o+s)\,\mathrm{tg}\,2\,\mathrm{artg}\dfrac{\sin^2\psi}{c\,\mathrm{F}\cos\psi}. \end{cases}$$

Dabei ist zu bemerken, dass $\Delta_0 < 2f_0$, $\Delta_1 < 2f_1$; $\mathrm{tg}f_0 > 0$, $\mathrm{tg}f_1 > 0$, $\mathrm{tg}f_0 < 1$, $\mathrm{tg}f_1 \lesseqgtr 1$. $2f_1 \lesseqgtr \pi/2$.

§ 13. *Beobachtungen von Sissingh.*

Setzen wir nun

$$(R_r)_{\parallel} = M_0\,e^{im_0}, \; (H_r)\perp = M_1\,e^{im_1},$$

so folgt aus der Gleichung (41)

$$(54)\quad \begin{cases} M_0\, e^{i m_0} = + i\mu \dfrac{\sin\psi' \sin 2\psi}{\sin^2(\psi+\psi')\cos(\psi-\psi')} \operatorname{tg}\psi' \\ M_1\, e^{i m_1} = - i\mu \dfrac{\sin\psi' \sin 2\psi}{\sin^2(\psi+\psi')\cos(\psi-\psi')} \operatorname{tg}\psi' \\ M_0 = -M_1\,;\ m_0 = m_1\,. \end{cases}$$

Ferner beträgt

$$\sin(\psi+\psi') = \frac{\sin\psi\cos\psi}{F} e^{-io}(1 + \operatorname{ctg} f_0\, e^{i(o+s)})$$

$$\cos(\psi-\psi') = \frac{\cos^2\psi}{F} e^{-io}(\operatorname{tg}^2\psi + \operatorname{ctg} f_0\, e^{i(o+s)}),$$

oder indem man

$$(55)\quad \begin{cases} 1 + \operatorname{ctg} f_0\, e^{i(o+s)} = r_1\, e^{i\delta_1} \\ \operatorname{tg}^2\psi + \operatorname{ctg} f_0\, e^{i(o+s)} = r_2\, e^{i\delta_2} \end{cases}$$

setzt, woraus folgt

$$r_1^2 = 1 + \operatorname{ctg}^2 f_0 + 2\operatorname{ctg} f_0 \cos(o+s)\,;$$

$$(56)\quad \begin{cases} r_2 = +\sqrt{\operatorname{tg}^4\psi + \operatorname{ctg}^2 f_0 + 2\operatorname{ctg} f_0 \operatorname{tg}^2\psi\cos(o+s)} \\ \operatorname{tg}\delta_1 = \dfrac{\operatorname{ctg} f_0 \sin(o+s)}{1 + \operatorname{ctg} f_0\cos(o+s)}\,;\quad \operatorname{tg}\delta_2 = \dfrac{\operatorname{ctg} f_0 \sin(o+s)}{\operatorname{tg}^2\psi + \operatorname{ctg} f_0 \cos(o+s)}, \end{cases}$$

so lässt es sich leicht berechnen

$$(57)\quad \begin{cases} M_0 = -M_1 = \nu \dfrac{\sin\psi}{\cos^3\psi} \dfrac{F^3}{c\, r_1^2\, r_2} \\ m_0 = m_1 = 3o - s + \dfrac{\pi}{2} - \delta - 2\delta_1 - \delta_2\,. \end{cases}$$

Diese Formeln sind von derselben von Lorentz'schen Theorie nur durch den Glied $-\delta$ in der Phase verschieden.

Aus den Werthen von Haupteinfallswinkel 76° 30,5′ und von Hauptazimuth 26° 44′ (für Spiegel II, auf welche sich die meisten Beobachtungen beziehen[1]) lassen sich nun die Zahlen für F und o

$$F = 4{,}022 \quad o = 51^0\, 52',$$

für das gelbe Licht (etwa Spectrallinie D), und daraus folgende Werthe von s, δ_1, δ_2, f_0, Δ_0 berechnen:

1) Sissingh, l. c. p. 136.

Tabelle 1.

$\pi-\psi$	s	δ_1	δ_0	f_0	Δ_0
86°	1° 41′	52° 46′	11° 04′	0° 59′	1° 27′
82° 30′	1° 40	52° 05	18° 09,5	1° 50,5	2° 58′
76° 30,5	1° 36	50° 54	26° 44	3° 17,5	5° 18
71° 52	1° 32	50° 01,5	31° 27	4° 23,5	7° 04,5
61° 30	1° 19	48° 09	38° 42	6° 43,5	10° 50
51° 22	1° 02,5	46° 28,5	43° 21	8° 47	14° 10,5
36° 10	0° 36	44° 24	47° 54,5	11° 20	18° 19
24° 16,5	0° 17,5	43° 14	50° 08	12° 45,5	20° 39,5
12°	0° 04,5	42° 29	51° 27	13° 40	22° 08,5
6°	0° 01	42° 18	51° 46	13° 53,5	22° 30,5

Dann sind auch M_0/v und $m_0 - \Delta_0 + \delta$ bestimmt. Nun ist unsere Formel für M_0 (57) mit derselben von Lorentz identisch, und in der That fand Sissingh, dass v eine Constante ist. In dieser Hinsicht stimmt also unsere Theorie mit der Beobachtung vollkommen überein; was aberdie Phase anbetrifft, so sind in der folgenden Tabelle die Werthe von $m_0 - \Delta_0$ beobachtet und $m_0 - \Delta_0 + \delta$ berechnet zusammengestellt

Tabelle 2.

$\pi-\psi$	$m^0 - \Delta_0$(beob.)	$m_0 - \Delta_0 + \delta$(ber.)	δ	$m_0 - \Delta_0$(ber.)
86°	π + 29° 26′	π − 54° 08′	− 83° 34′	π + 29° 43′
82° 30	+ 24° 22	− 61° 21,5	− 85° 43,5	+ 23° 03,5
76° 30,5	+ 14° 49	− 69° 50	− 84° 39	+ 14° 35
71° 52	+ 10° 03	− 74° 30,5	− 84° 33,5	+ 9° 54,5
61°,30	+ 1° 49	− 81° 33	− 83° 22	+ 2° 53
51° 22	− 1° 00	− 85° 55	− 84° 55	− 1° 30
36° 10	− 5° 51	− 90° 01,5	− 84° 10,5	− 5° 36,5
24° 16,5		− 91° 57	− 84° 25,3′	− 7° 32
12°		− 93° 01,5		− 8° 36,5
6°		− 93° 17,5		− 8° 52,5

Wie wir sehen, ergibt sich δ in der That als constant, und stimmen die berechneten mit Hülfe eines Mittelwerthes von δ Zahlen für $m_0 - \Delta_0$ mit den beobachteten vollständig überein.

Der Mittelwerth von v beträgt bei $\mathfrak{Z} = 1400$

$$v = 1{,}494 \,.\, 10^{-3}$$

§ 14. *Beobachtungen von Kaz.*

Setzen wir jetzt, der Gleichung (35) gemäss

$$M e^{im} = -i\mu \frac{\sin\psi' \sin 2\psi}{\sin^2(\psi+\psi')\cos(\psi-\psi')} \tag{58}$$

und nehmen wir M als positiv, so folgt

$$(59)\quad \begin{cases} M = -\nu \cdot \dfrac{F}{\cos^3\psi\, r_1^2\, r_2} \\ m = 4o + \dfrac{\pi}{2} - \delta - 2\delta_1 - \delta_2 \end{cases}$$

oder anders

$$(60)\quad \begin{cases} m = m_0 + o + s \\ M = -\dfrac{cF}{\sin\psi} M_0 . \end{cases}$$

Indem wir aus den Beobachtungen von Sissingh M_0 und m_0 kennen, berechnen wir leicht auch M und m.

Tabelle 3.

$\pi - \psi$	$M.10^3$	$m - \Delta_0$	$M.10^3$ (reduc)
86°	1,37	π + 83° 16′	0,822
82° 30′	2,19	+ 76° 35,5	1,31
76° 30,5	3,07	+ 68° 03	1,84
71° 52	3,49	+ 63° 18,5	2,09
61° 30	4,12	+ 56° 04	2,47
51° 22	4,21	+ 51° 24,5	2,53
36° 1C	4,34	+ 46° 51,5	2,60
24° 16,5	3,89	+ 44° 37,5	2,33
12°	4,39	+ 43° 20	2,63
6°	4,23	+ 43° 00,5	2,54

Nun aber sind M und M_0 mit $\mathfrak{J}$ proportional und es liegen uns die Beobachtungen von Kaz vor, die an einem Stahlspiegel und bei dem nicht vom Verfasser angegebenen Werthe von $\mathfrak{J}$ (sei $\mathfrak{J}_1$) angestellt worden sind. So beträgt bei Kaz z. B. bei $\pi - \psi = 76^0$, $M.10^3 = 1{,}66$, bei $\pi - \psi = 72^0$, $M.10^3 = 1{,}98$, bei $\pi - \psi = 60^0$, $M.10^3 = 2{,}6$ und bei $\pi - \psi = 52^0$, $M.10^3 = 2{,}76$; bemerken wir ferner, das die optischen Constanten von Eisen und Stahl nicht zu viel verschieden sind, so liegt die Vermuthung nahe dass

$$\frac{M\,(\text{beob.})}{M\,(\text{ber.})} = \text{const.} = \frac{\mathfrak{J}}{\mathfrak{J}_1}$$

ist und in der That finden wir für

$$\left.\begin{array}{ll} \pi - \psi = 76^0 \quad \dfrac{M\,(\text{beob.})}{M\,(\text{ber.})} = & 0{,}54 \\ \pi - \psi = 72^0 & 0.57 \\ \pi - \psi = 60^0 & 0.63 \\ \pi - \psi = 52^0 & 0{,}65 \end{array}\right\}\ \text{Mittel } 0.60.$$

Die letzte Columne der vorigen Tabelle (Tab. 3) gibt die reducirten für $\mathfrak{J} = \mathfrak{J}_1$ Werthe von $M.10^3$. Daraus kann man auch durch Interpolation die Zahlen für M und $m - \Delta_0$ berechnen, die den von Kaz benutzten Einfallswinkeln entsprechen.

In dieser Weise ist die Tabelle 4 berechnet, worin auch die Werthe von $\Delta_1 - \Delta_0$ nach Kaz und die beobachteten M und $m - \Delta_0$ zusammengestellt sind. Es ist aber zu bemerken, dass das, was Hr. Kaz als die Phase magnetischer Lichtcomponente angibt, m_k, in der That mit der wirklichen Phase $m - \Delta_0$ durch die Gleichung

$$\pi - m_k + \Delta_1 - \Delta_0 = m - \Delta_0$$

verbunden ist. Somit bekommen wir

Tabelle 4.

$\pi - \psi$	$\pi - m_{kaz}$	$\Delta_1 - \Delta_0$	$M.10^3$ (beob.)	$M.10^3$ (ber.)	$m - \Delta^0$ (beob.)	$m - \Delta^0$ (ber.)
84°	π − 42°*	144°	0,721*	1,10	π + 102°*	π + 79° 42′
80°	− 40°*	112°	1,3*	1,53*	+ 72*	+ 73° 02
76°	− 34	90°	1,66	1,84	+ 56	+ 68° 03
72°	− 18	71°	1,98	2,09	+ 53	+ 63° 30
68°	− 6	57°	2,00	2,24	+ 51	+ 60° 36
64°	− 4	46	2,22	2,36	+ 42	+ 58° 28,5
60°	+ 5	39	2,6	2,48	+ 44	+ 55° 22
56°	+ 6,5	32	2,49	2,50	+ 38,5	+ 53° 32
52°	+ 7*	26	2,76*	2,52	+ 33*	+ 51° 41,5
46°	+ 8,5*	19	2,41*	2,55	+ 27,5*	+ 49° 49
40°	+ 12*	14	2,38*	2,58	+ 26,0*	+ 48° 00,5

In den Tabellen sind mit einem * die Zahlen bezeichnet, die etwas unsicher sind[1]; übrigens scheinen die berechneten Amplituden ziemlich gut mit den beobachteten übereinzustimmen. Zwischen den Phasen aber ergibt sich ein Unterschied von

$$+ 8^0, \ + 10^0{,}5, \ + 8^0{,}5, \ + 16^0{,}5, \ + 11^0{,}5, \ + 15^0,$$

im Mittel etwa 10°, dessen Ursprung vielleicht in optischer Verschiedenheit von Eisen und Stahl zu suchen ist.

Allerdings scheint es uns kaum zu kühn zu sagen, dass auch für die polare Magnetisirung der Einklang unserer Theorie mit den Versuchsergebnissen im Grossen und Ganzen befriedigend ist.

§ 15. *Beobachtungen von du Bois.*

Jetzt haben wir (vgl. Gl. 47)

---

1) Kaz, l. c. p. 77—78.

(61) $$M' e^{i m'} = - i \mu \frac{2n}{(1+n)^2} \cos(\mathfrak{J}, x)$$

(61) $$n = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}'} = F e^{i o}; \quad \cos(\mathfrak{J}, x) = \cos\chi,$$

woraus folgt, wenn man

(62) $$1 + F e^{i o} = r_3 e^{i \delta_3}$$

setzt,

(63) $$\begin{cases} M' = v \cdot \dfrac{F^3}{r_3^2} \cos\chi \\ m' = 3o - \dfrac{\pi}{2} - \delta - 2\delta_3 \end{cases}$$

(64) $$r_3 = + \sqrt{1 + F^2 + 2F\cos o}; \quad \operatorname{tg}\delta_3 = \frac{F \sin o}{1 + F\cos o}.$$

Ferner ist in diesem Falle nach den Gl. (53)

$$s = 0, \quad c = -1, \quad \operatorname{tg} f_0 = \frac{1}{F}$$

(65) $$\Delta_0 = - \sqrt{\frac{1 + F^2 - 2F\cos o}{1 + F^2 + 2F\cos o}}, \quad \operatorname{tg}\Delta_0 = \sin o \operatorname{tg} 2 f_0,$$

und für die Drehung η der grossen Axe der Ellipse im reflectirten Lichte finden wir

$$\operatorname{tg} 2\eta = 2 \frac{\Delta_0 M' \cos(m' - \Delta_0)}{\Delta_0^2 - M'^2}$$

oder angenähert nach den Gl. (63) und (65)

$$\eta = - v \cdot \cos\chi \cdot \frac{F^3 \cos(m' - \Delta_0)}{\sqrt{(1 + F^2)^2 - 4F^2\cos^2 o}}$$

oder anders

(66) $$\begin{cases} \eta = - \varrho \cdot \dfrac{F^3 \cos(m' - \Delta_0)}{\sqrt{(1 + F^2)^2 - 4F^2\cos^2 o}} \cdot \dfrac{1}{L_0} \cdot \mathfrak{J} \cos\chi \\ \varrho = \dfrac{L_0 v}{\mathfrak{J}} = \frac{1}{2} p \dfrac{\mathfrak{B}_0^3}{\mathfrak{B}^2}. \end{cases}$$

Mit den früheren Daten für F und o berechnen wir

$\delta_3 = 42^0 14', 5$; $\Delta_0 = 22^0 38'$; $m' = 65^0 22'$ $m' - \Delta_0 = 42^0 44'$.

Daraus folgt, dass die Drehung beim Eisen negativ ist, was mit den Beobachtungen im Einklange steht. Ferner hängt bei uns η von $\mathfrak{J}\cos\chi$ in der Weise ab, die H. E. J. G. du Bois experimentell gefunden hat.

Setzt man ferner mit du Bois

(67) $$\eta = K \cdot \mathfrak{J}\cos\chi,$$

worin K die Benennung „Kerr'sche Constante" bekommen hat, so ist

$$(68) \qquad K = -\varrho \cdot \frac{1}{L_0} \frac{F^3 \cos(m' - \Delta_0)}{\sqrt{(1 + F^2)^2 - 4F^2 \cos^2 o}} .$$

Für Eisen beträgt K in Minuten $-0{,}0130$[1]) für gelbes Licht, oder im Bogenmaass

$$K = -3{,}77 \,.\, 10^{-6};$$

daraus berechnen wir

$$\varrho = +7{,}60 \,.\, 10^{-11}.$$

§ 16. *Beobachtungen im durchgehenden Lichte.* (Kundt und du Bois.) Es sei eine sehr dünne Schicht von Fe, Ni, Co gegeben. Bei einer normalen Incidenz bekommen wir für den gebrochenen Strahl die Formeln (47), die zu den folgenden Ausdrücken für die Schwingungscomponenten führen

$$U' \sin\psi' - V' \cos\psi' = \frac{1}{r_3} e^{i\left(\frac{\pi}{2} - \delta_3\right)} \,.\, e^{\Theta_1} - \frac{1}{r_3} e^{i\left(-\frac{\pi}{2} - \delta_3\right)} e^{\Theta_2}$$

$$W' = \frac{1}{r_3} e^{-i\delta_3} \,.\, e^{\Theta_1} + \frac{1}{r_3} e^{-i\delta_3} \,.\, e^{\Theta_2},$$

$$\Theta_1 = 2\pi i \left(\frac{d}{L_1} - \frac{t}{T}\right), \quad \Theta_2 = 2\pi i \left(\frac{d}{L_2} - \frac{t}{T}\right)$$

oder

$$\Theta_1 = -\frac{2\pi d F}{L} \left\{ \sin o - \nu \cos\chi \,.\, F^2 \sin(3o - \delta) \right\}$$
$$+ 2\pi i \frac{dF}{L} \left\{ \cos o - \nu \cos\chi \,.\, F^2 \cos(3o - \delta) \right\}$$

$$\Theta_2 = -2\pi \frac{dF}{L} \{ \sin o + \nu \cos\chi \,.\, F_2^2 \sin(3o - \delta) \}$$
$$+ 2\pi i \frac{dF}{L} \{ \cos o + \nu \cos\chi \,.\, F_2^2 \cos(3o - \delta) \}.$$

Wenn man nun von der exponentialen Function zu der trigonometrischen übergeht, und den Absorptionsunterschied von zwei circularpolarisirten Strahlen ausser Acht lässt, so findet man für die Schwingungscomponenten in resp. senkrecht zu der Einfallsebene

1) H. E. J. G. du Bois, Wied. Ann. **39.** p. 38. 1890.

$$\frac{2}{r_3} e^{-2\pi \frac{dF}{L} \sin o} \cos\left[2\pi\left(\frac{dF}{L}\cos o - \frac{t}{T}\right) - \delta_3\right].\sin\left[\nu\cos\chi\frac{2\pi d}{L}F_3\cos(3o -\right.$$

$$\frac{2}{r_3} e^{-2\pi \frac{dF}{L} \sin o} \cos\left[2\pi\left(\frac{dF}{L}\cos o - \frac{t}{T}\right) - \delta_3\right].\cos\left[\nu\cos\chi\frac{2\pi d}{L}F_3\cos(3o -\right.$$

woraus sich ergibt für die Drehung der Polarisationsebene des durchgehenden Lichtes

$$(69) \qquad \varphi = \varrho \frac{2\pi d}{L_0^2}\frac{\mathfrak{B}_0}{\mathfrak{B}} F^3 \cos(3o - \delta)\,\mathfrak{J}\cos\chi,$$

und beträgt nahezu

$$\frac{\mathfrak{B}_0}{\mathfrak{B}} = 1,$$

wenn das Metall sich in der Luft befindet.

Ferner berechnet sich $3o - \delta$ für gelbes Licht zu $240^0\,1'$, also ist

$$\cos(3o - \delta) < 0,$$

und φ daher *negativ.* Das bedeutet, dass die Drehung gegen die Richtung der Bewegung der Uhrzeiger vor sich geht, wenn man sie von der Seite der positiven x-Axe betrachtet. Bekanntlich aber geschehen die Drehungsbeobachtungen in der Weise, dass man sich in den Weg des durchgehenden Lichtes stellt und die Drehungen von der Seite der *negativen* x-Axe ansieht; demzufolge erscheinen die Drehungen *positiv* und in der Bewegungsrichtung des Uhrzeigers, was schon lange experimentell gefunden ist.

Bei dieser neuen Definition von φ lautet unsere Gleichung

$$(70) \qquad \varphi = -\varrho \frac{2\pi d}{L_0^2}\frac{\mathfrak{B}_0}{\mathfrak{B}} F^3 \cos(3o - \delta)\,\mathfrak{J}\cos\chi.$$

Setzen wir ferner

$$(71) \qquad \varphi = \Psi . d . \mathfrak{J}\cos\chi,$$

so folgt

$$(72) \qquad \Psi = -\varrho \frac{2\pi}{L_0^2}\frac{\mathfrak{B}_0}{\mathfrak{B}} F^3 \cos(3o - \delta),$$

und für diese Grösse hat du Bois den Namen „Kundt'sche Constante“ vorgeschlagen.

Nach Beobachtungen von Kundt berechnet du Bois für Eisen und $L_0 = 0{,}656.10^{-4}$ cm.

$$\Psi = + 2{,}63 \text{ C.G.S.}$$ [1])

Wolle man nun denselben Werth von Ψ auch für die Linie D vorbehalten, so kann man wieder die Grösse ϱ berechnen. Es ergibt sich

$$\varrho = + 2{,}58 \,.\, 10^{-11},$$

d. h. etwa drei Mal kleiner, als früher. Diese Thatsache scheint uns ganz natürlich, da sich z. B. ergibt für sehr dünne Eisen und Kobalt Schichten $F \cos o = 2{,}72$ resp. $2{,}76$[2]), während Drude[3]) aus der Reflexion an massiven Spiegeln für dieselben Metalle 2,36 resp. 2,12 gefunden hat.

§ 17. Zu dem Ende wollen wir noch einige Bemerkungen über den Zusammenhang der oben studirten Erscheinungen mit dem Hall'schen Phänomen aussprechen.

Nach Lorentz wird das Zeichen von p (also auch von μ, ν, ϱ) durch das Zeichen der Hall'schen Constante bestimmt. Nun ist aber dieselbe für Eisen *positiv* (wie auch für Kobalt und Stahl), für Nickel aber *negativ.* [4]) Weiter lassen sich auch o für diese Metalle aus den Beobachtungen von Drude beberechnen. Es ist nämlich

	$F \cos o$	$F \sin o$	F	o
Fe	$F \cos o = 2{,}36$,	$F \sin o = 3{,}20$,	$F = 3{,}98$,	$o = 53^\circ\, 35',5$
Ni	1,79	3,32	3,77	$61^\circ\, 40'$
Co	2,12	4,03	4,55	$62^\circ 15'$,

woraus folgt

	f_0	Δ_0	$3\,o$
Fe	$14^\circ\, 6'$	$23^\circ\, 20{,}5$	$160^\circ\, 46{,}5'$
Ni	$14^\circ\, 51$	$26^\circ\, 02$	$185^\circ\, 00'$
Co	$12^\circ\, 24$	$22^\circ\, 14{,}5$	$186^\circ\, 45'$.

Setzt man nun in dem Ausdrucke von Ψ $\delta = 0$, wie das der Lorentz'schen Theorie entspricht, so folgt für alle drei Metalle $\cos 3\,o < 0$; das Zeichen von Ψ hängt dadurch allein vom Zeichen von ϱ ab. Den Beobachtungen zufolge ist Ψ bei Ni. Fe, Co *positiv;* es muss daher auch ϱ positiv sein und dies Zeichen von ϱ mit demselben der Hall'schen Constante keineswegs übereinstimmen.

---

1) H. E. J. G. du Bois, Wied. Ann. **31.** p. 969. 1887.
2) du Bois u. Rubens, Wied. Ann. **41.** p. 521. 1890.
3) Drude, Wied. Ann. **39.** p. 537. 1890; **42.** p. 189. 1891.
4) Nernst, Wied. Ann. **31.** p. 775. 1887.

Was aber unsere Theorie anbetrifft, so stehen die magnetooptischen Erscheinungen von dem Hall'schen Phänomen vollständig abgesondert und zwischen der Hall'schen Constante und den magnetooptischen K und Ψ ist kein Zusammenhang vorhanden. Indessen sind alle diese Erscheinungen durch eine und dieselbe Ursache — die Magnetisirung — hervorgerufen; da nun für das Kerr'sche Phänomen und die magnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes eine Proportionalität mit $\mathfrak{J}$ als experimentell nachgewiesen zu betrachten ist, so scheint uns höchst wahrscheinlich, dass dasselbe auch für das Hall'sche Phänomen der Fall ist.

§ 18. Bezeichnen wir mit h die Hall'sche Constante, so wurde früher angenommen, dass

$$h\,\mathfrak{H}$$

mit wachsendem $\mathfrak{H}$ zunimmt, und zwar dem Werthe von $\mathfrak{H}$ genau proportional. Nun haben v. Ettingshausen und Nernst[1]) nachgewiesen, dass dieses Gesetz der Wirklichkeit nicht entspricht, und dass daher h nicht mehr von $\mathfrak{H}$ unabhängig ist. So bleibt z. B. h bei Bi nahezu constant, wenn $\mathfrak{H}$ sich von 7,63 bis 1000 ändert, und bei weiterem Wachsen von $\mathfrak{H}$ nimmt es ab; ebenso bei Ni, wenn $\mathfrak{H}$ von 1550 bis 15850 zunimmt, nimmt h ziemlich regelmässig ab.

Wollen wir die Voraussetzung machen, es sei das Hall'sche Phänomen der Magnetisirung proportional, so müssen wir setzen

$$h\,\mathfrak{H} = \Gamma \,.\, \mathfrak{J}\,. \tag{73}$$

worin Γ eine neue *Constante* bedeutet.

Bei den Beobachtungen über das Hall'sche Phänomen wird bekanntlich eine dünne Metallplatte senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien gestellt, d. h. sie wird *transversal* magnetisirt. Ist nun k die magnetische Susceptibilität des Mediums (des Metalls), so gilt für transversale Magnetisirung die bekannte Relation

$$\mathfrak{J} = \frac{k}{1 + 4\pi k}\,\mathfrak{H}\,. \tag{74}$$

Für den Fall eines sehr schwach para- oder diamagnetischen

1) v. Ettingshausen u. Nernst, Wiener Ber. **94.** p. 560. 1886.

Körpers, ist k sehr klein, und es lässt sich daher die Gl. (74) einfach schreiben

$$\mathfrak{J} = k\,\mathfrak{H}. \tag{75}$$

Es scheint uns sehr wahrscheinlich, dass Bi, gerade wie die magnetischen Metalle, ein Magnetisirungsmaximum bei sehr grossem $\mathfrak{H}$ besitzt; das hat schon Plücker im Jahre 1854 behauptet[1]); ist nun das wirklich so, so muss für dieses Metall k bei kleinen $\mathfrak{H}$ constant sein und später für grössere $\mathfrak{H}$ abnehmen. Da aber aus den Gl. (73) und (75) für Wismuth folgt

$$h = \Gamma . k,$$

so muss auch h denselben Verlauf zeigen, und das Product

$$h\,\mathfrak{H} = \Gamma\,\mathfrak{J}$$

nach einem Maximum streben. Dass das eben der Fall ist, wird durch die folgende Tabelle bestätigt, die ich aus der Abhandlung von v. Ettingshausen und Nernst entnehme:

Tabelle 5.

Wismuth.

$\mathfrak{H}$	h	$h\mathfrak{H} = \Gamma\mathfrak{J}$	$\mathfrak{H}$	h	$h\mathfrak{H} = \Gamma\mathfrak{J}$
7,08	− 7,62	− 54	1432	− 7,57	− 10840
14,50	7,59	110	3343	6,43	21490
37,01	7,58	280	4222	5,84	24660
66,6	7,57	504	6590	4,69	30910
108,6	7,60	825	7145	4,35	31080
168,7	7,62	1285	8140	4,15	33780
177	7,57	1340	9190	3,76	34550
371	7,80	2894	13800	2,39	32930
694	7,82	5427	16290	2,01	32680

Es scheint also unsere Behauptung allgemein für Bi der Wirklichkeit nicht zu widersprechen.

Wenden wir uns jetzt zum Nickel. Für dieses Metall nehmen wir

$$h = \Gamma . \frac{k}{1 + 4\pi k} \tag{76}$$

und wollen einen Versuch, den Werth von k zu berechnen, machen. Bekanntlich fand Rowland[1]), dass Nickel bei einer

1) Plücker, Pogg. Ann. **91.** p. 1. 1854.

2) Rowland, Phil. Mag. (4), **46.** p. 140. 1873; (4), **48.** p. 321. 1874.

longitudinalen Magnetisirung schon bei $\mathfrak{H} < 200$ ein Magnetisirungsmaximum erreicht und für dieses Maximum ist der Werth

$$\mathfrak{J}\,\text{max.} = 500$$

angegeben. Daraus folgt, dass für $\mathfrak{H} > 1000$ man k aus der Gleichung

$$\mathfrak{J}\,\text{max.} = 500 = k\,\mathfrak{H} \tag{77}$$

berechnen kann. In der Tabelle 6 habe ich die Werthe von h und $\mathfrak{H}$ von v. Ettingshausen und Nernst mit dem aus der Gl. (77) berechneten Werthe von k und $k/1 + 4\pi k$ zusammengestellt. Die letzte Columne gibt die Grösse von Γ an.

Tabelle 6.

Nickel

$\mathfrak{H}$	h	$\Gamma\mathfrak{J}$	k	$\frac{k}{1 \times 4\pi k}$	Γ
1550	− 0,02420	− 37,51	0,323	0,0638	− 0,38
3970	0,02230	88,48	0,126	0,0488	0,46
5750	0,02050	120,9	0,087	0,0425	0,48
8500	0,01486	126,2	0,059	0,0339	0,44
11300	0,01084	122,5	0,044	0,0283	0,38
15850	0,00823	130,4	0,032	0,0228	0,36
					0,425

Wie wir sehen, erscheint wirklich Γ nahezu constant. Bei Co, Fe, Sb, ergab sich die Abnahme von h weit weniger regelmässig; es tritt sogar zunächst ein geringes Ansteigen der Werthe von h bis zu einer gewissen Feldstärke, etwa 5000 bis 6000 c. g. s., und nur später nimmt h mit wachsender Scheidekraft ab.[1]) Bemerkenswerth ist jedoch, dass ein solches Verhalten von h bei Stahl nicht stattfindet und h nimmt bei diesem Metall immer ab. Wir glauben daher die Ursache dieser Unregelmässigkeit in einigen Nebenumständen suchen zu dürfen. Vielleicht ist dabei der Einfluss der sogenannten „thermomagnetischen" Ströme nicht ohne Bedeutung.[2])

Kasan, im December 1891.

---

1) v. Ettingshausen und Nernst, l. c., p. 584—586.

2) Die Bemerkungen, welche den Inhalt des § 18 bilden, wurden schon im Jahre 1888 in russischer Sprache veröffentlicht.

IV. *Bemerkungen zur Abhandlung des Hrn. E. Cohn „Zur Electrodynamik der Leiter"*[1]; *von D. A. Goldhammer.*

In der genannten sehr interessanten Abhandlung findet Hr. Cohn auf Grund einer Vergleichung der Maxwell'schen Lichttheorie mit den Versuchsergebnissen, dass dieselbe die Erklärung der Durchstrahlung der Leiter versagt, und schliesst mit den Worten: „ich weiss nicht anzugeben, wo die bessernde Hand anzulegen ist, ohne dass zugleich der Theil des Fundamentes gefährdet würde, auf dem bereits ein mächtiges Gebäude ruht; aber ich glaube, dass es für die Fortführung des Baues schon nützlich sein kann, wenn zunächst die vorgetragenen Bedenken anerkannt, — oder widerlegt werden."

Da ein solcher Schluss für die ganze moderne Optik von hervorragendster Bedeutung ist, so erlaube ich mir in den folgenden Zeilen zu zeigen zu versuchen, dass die Widersprüche der Theorie mit der Erfahrung gar nicht so tiefgehend und für die Grundlagen der Maxwell'schen Lichttheorie bedenklich sind, wie es scheint, und dass diese Theorie nicht einer Verbesserung, sondern vielleicht nur einer klaren Auseinandersetzung und weiteren Entwickelung bedarf.

1. Es sei D die Dielectricitätsconstante, k der specifische Widerstand eines isotropen Körpers, beide electrostatisch C. G. S. gemessen; nehmen wir der Einfachheit halber die magnetische Permeabilität (electromagnetisch gemessen) gleich Eins, so enthalten nur die folgenden Gleichungen der Maxwell'schen Theorie die specifischen Constanten des Mediums[2])

$$(1) \qquad f = \frac{D}{4\pi} P, \quad g = \frac{D}{4\pi} Q, \quad h = \frac{D}{4\pi} R$$

$$(2) \qquad p = \frac{P}{k}, \quad q = \frac{Q}{k}, \quad r = \frac{R}{k}$$

1) E. Cohn, Wied. Ann. 45. p. 55. 1892.

2) Maxwell, Treatise 2. § 608, 609 Sec. ed. Wir behalten die Maxwell'schen Bezeichnungen; bei uns sind $P, \dots$ $f, \dots$ $p, \dots$ electrostatisch gemessen.

Es entsteht die Frage, inwieweit D und k wirklich als physikalische Constanten des Mediums zu betrachten sind, d. h. inwieweit D eine positive absolute Zahl, k eine positive Grösse von der Dimension — Zeit — darstellen können. Dazu müssen wir uns erinnern, in welcher Weise D und k in die Gleichungen (1) und (2) eingeführt worden sind.

2. Nun sagt Maxwell über D[1]: „it is defined as the ratio of the capacity of an accumulator when its dielectric is the given substance to its capacity, when the dielectric is a vacuum" und über den Leitungsstrom (p, q, r):[2]) „the laws of conduction as the result of electromotive force (P, Q, R), were established by Ohm".

Daraus geht unmittelbar hervor, dass D und k *einen physikalischen Sinn nur für die Erscheinungen haben, die sich mit der Zeit gar nicht ändern,* also nur für einen stationären Zustand des Mediums. Wir können sagen, dass in diesem Falle die Periode der Zustandsänderung T unendlich, oder practisch nur ziemlich gross ist: es müssen daher die Maxwell'schen Gleichungen mit diesen Erscheinungen im Einklange stehen und das thun sie bekanntlich.[3])

3. Haben wir aber mit den schnellen (z. B. Licht-) Schwingungen im Medium zu thun, so verlieren D und k ganz und gar ihre frühere physikalische Bedeutung; wir haben keinen Beweis dafür, dass auch in diesem Falle die Gleichungen (1) und (2) *überhaupt bestehen bleiben.* Will man nun dieselben immer benutzen, so werden offenbar dabei, *wenn auch implicite,* mindestens *zwei Hypothesen* in die Theorie eingeführt, die möglichst allgemein aufgefasst lauten

$$D = f(T), \quad k = \varphi(T), \tag{3}$$

worin f und φ als die rein empirisch gegebenen, oder als durch einige besondere Hülfsannahmen näher zu bestimmende Functionen zu betrachten sind.

Dadurch wird auch die Relaxationszeit T

$$\mathrm{T} = \frac{D k}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} f(T) \cdot \varphi(T) = \psi(T).$$

1) Maxwell, l. c. 1. § 52.
2) ibid. 2. § 609.
3) Vgl. E. Cohn, l. c. p. 60, 61; Ziffer 2 und 3.

Nur mit Hülfe dieser Hypothesen kann die „Optik *einer* Schwingungszahl" aufgebaut werden; dabei ist aber D nicht mehr eine Dielectricitätsconstante, k nicht mehr ein specifischer Widerstand, sondern für jedes T nur die Coefficienten der Differentialgleichungen der Bewegung; als solche können D und k negativ so gut wie positiv, imaginär so gut wie reell werden.

4. Anders steht die Sache, wenn wir über „einen aperiodischen Energieverlust" des Mediums sprechen wollen. Hier giebt es keine Schwingungsperiode, obgleich die erwähnte Erscheinung nicht minder nicht als stationär anzusehen ist. Will man nun auch in diesem Falle immer die Gleichung (1) bestehen lassen, so macht man offenbar damit *zwei neue* Hypothesen von ganz anderer Art, als die Hypothesen (3). Die Relaxationszeit $\mathrm{T} = D \,.\, k/4\pi$ — durch diesen Vorgang definirt — kann im allgemeinen mit den Werthen

$$\mathrm{T}\infty = \frac{D\infty\, k\infty}{4\pi}, \text{ resp. } \mathrm{T} = \psi(T)$$

gar nichts zu thun haben. *Für diesen Vorgang ist* T *wirklich „eine absolute Constante des Mediums", eine positive Zahl,* obgleich die Gleichungen (1) und (2) im Kern richtig bleiben können.

Nun hielt aber Hr. Cohn selbst (mit Hrn. Arons zusammen)[1]) für nöthig experimentell zu beweisen, dass für manche schlecht leitende Flüssigkeiten die Grösse k, die im Ausdrucke T (für den aperiodischen Vorgang) „als Widerstand erscheint, identisch ist mit dem Widerstand, der aus Messungen am stationären Strom definirt ist". Warum soll man nun *ohne Beweis* fordern, dass D und k in der Formel

$$\mathrm{T} = \frac{D\,k}{4\pi}$$

für einen *aperiodischen* Vorgang mit denselben in der Gleichung

$$\mathrm{T} = \psi(T)$$

identisch seien?

5. Es bleibt uns zu untersuchen übrig, inwieweit die Theorie quantitativ mit der Erfahrung im Widerspruch steht.

---

1) Cohn u. Arons, Wied. Ann. **28**. p. 471. 1886.

Zu diesem Zweck bemerken wir, dass für die Lichtschwingungen z. B. P genügt der Gleichung

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \mathfrak{B}^2 \Delta P - \frac{4\pi}{k D}\frac{\partial P}{\partial t}$$

$$\mathfrak{B}^2 = \frac{\mathfrak{B}_0^{\,2}}{D},$$

worin $\mathfrak{B}_0$ die Lichtgeschwindigkeit im Aether bedeutet. Für eine ebene Transversalwelle, die sich in einem unbegrenzten Medium mit der Geschwindigkeit $\mathfrak{W}$ fortpflanzt, finden wir wie bekannt

$$\frac{\mathfrak{B}_0^{\,2}}{\mathfrak{W}^2} = D + i\frac{2\,T}{k}$$

$$i = \sqrt{-1};$$

es wird daher auch $\mathfrak{W}$ keine physikalische Grösse.

Setzen wir ferner

$$\frac{\mathfrak{B}_0^{\,2}}{\mathfrak{W}^2} = F^2 e^{2\,i\,o},$$

so folgt

$$D = F^2 \cos 2\,o\,, \quad \frac{2\,T}{k} = F^2 \sin 2\,o\,,$$

worin F und o die bekannten optischen Constanten des Mediums bedeuten. Man pflegt $F \cos\, o = N$ den Brechungs-, $F \sin o = K$ den Absorptionscoefficienten zu nennen; dann haben wir

$$(4) \qquad \begin{cases} N^2 - K^2 = D \\ 2\,N K = \dfrac{2\,T}{k} \end{cases}$$

und dies sind in etwas mehr brauchbarer Form die Gleichungen (6) und (7) der citirten Abhandlung von Hrn. Cohn.

6. Für Metalle und Lichtstrahlen ist immer $K > N$, also D negativ; bei $F > 0$ ist $\cos 2\,o < 0$, $o > 45$; bekanntlich liegt der Werth von o zwischen 45^0 und 90^0; $o > 90^0$ kann sicher nicht betragen, sonst wäre K negativ, was unmöglich ist. Da nun weiter D und k Functionen von T sind, so ist das auch für N, K, F, o der Fall. Es kann aber für gewisse Werthe von T $o < 45^0$ werden; dann ist $D > 0$, $N > K$. In Bezug auf die Lichtschwingungen unterscheiden sich verschiedene Media nur dadurch, dass in einigen $N > K$ ins Bereich des sichtbaren Spectrums, in anderen aber ausser demselben

fällt. Ist ferner k sehr gross, so ist K sehr klein, ***wenn nur T nicht unendlich wird;*** dann haben wir die Maxwell'sche Beziehung

$$N^2 = D$$

für jedes T richtig; diese Eigenschaft besitzen die meisten Dielectrica. Es kann aber wohl geschehen, dass k für T, welches den Lichtschwingungen entspricht, sehr gross resp. sehr klein im Vergleich mit k_∞ wird: der erste Fall entspricht den Erscheinungen in Electrolyten, der zweite denselben in einigen Dämpfen, die für stationäre Zustände Isolatoren sind, für die Lichtschwingungen aber die Bedingung

$$N^2 = D$$

nicht erfüllen.

Wir haben überhaupt kein Recht zu glauben, dass D und k von derselben Grössenordnung mit D_∞, k_∞ sind; und das ist wirklich nicht der Fall, was ja auch absolut Nichts gegen die electromagnetische Lichttheorie spricht.

7. Die Abhängigkeit $D = f(T)$, $k = \varphi(T)$ zu finden ist die Aufgabe einer Theorie der Dispersion und Absorption des Lichtes. Ich werde bald einen Versuch in dieser Richtung in diesen Annalen veröffentlichen. Jetzt bemerke ich nur Folgendes:

Aus den Gleichungen (4) leiten wir ab:

$$N^2 = \tfrac{1}{2}\left\{\sqrt{D^2 + \frac{4\,T^2}{k^2}} + D\right\}, \qquad N^2_\infty - K^2_\infty = D_\infty,$$

$$K^2 = \tfrac{1}{2}\left\{\sqrt{D^2 + \frac{4\,T^2}{k^2}} - D\right\}, \qquad 2\,N_\infty\,K_\infty = \lim_{T=\infty} \frac{2\,T}{k},$$

und schliessen daraus, das N^2_∞ und K^2_∞ von der Ordnung ∞ sind, falls D_∞ und k_∞ endlich bleiben. Wie bekannt ist das letztere wirklich der Fall. Daraus kommt, dass *für die Leiter*

$$\frac{1}{k_\infty} = \lim_{T=\infty} \frac{N\,K}{T}, \tag{5}$$

für die Nichtleiter

$$0 = \lim_{T=\infty} \frac{N\,K}{T}, \tag{6}$$

und *dieser Bedingung muss jede richtige Dispersionstheorie Genüge leisten.*

8. Wir kennen nur eine electromagnetische Dispersions-, resp. Absorptionstheorie, die Theorie von Hrn. Kolaczek[1]), und in derselben ist die Bedingung (5) gerade nicht erfüllt: für $T = \infty$ bekommt man nämlich *endliche* Werthe von N_∞ und K_∞, also $k_\infty = \infty$ für *alle* Körper, was den Thatsachen nicht gerecht wird.

Dem Gesagten zufolge glauben wir mit einer Behauptung schliessen zu dürfen, die Hr. Cohn in weit engerem Sinne im Anfange seiner Abhandlung gestellt hat:

„Bezüglich aller Körper, der Leiter ebenso gut wie der Isolatoren, haben wir in der Maxwell'schen Electrodynamik die sicheren Grundlagen unserer Erkenntniss gewonnen."

Kasan, 10./22. Februar 1892.

---

1) Kolaczek, Wied. Ann. **32.** p. 224 u. 429. 1887; **34.** p. 673. 1888.

V. *Ueber die Abscheidung von Niederschlägen an der Grenze von Electrolyten; von G. Kümmell.*

Wenn man in den beiden Schenkeln einer U-Röhre über eine gesättigte $MgSO_4$-Lösung reines Wasser schichtet, so, dass die Flüssigkeiten sich nicht mischen, so entsteht beim Durchleiten des elektrischen Stromes unter dem negativen Pole an der Grenze von $MgSO_4$-Lösung und Wasser ein Niederschlag von $Mg(OH_2)$.

Dieser Versuch wurde zuerst angestellt von Faraday[1]) und später von Gmelin[2]) wiederholt, welcher ihn als nicht vereinbar mit der Davy'schen Theorie betrachtet. Diese Versuche werden in neuerer Zeit erwähnt von G. Wiedemann[3]), welcher die Erklärung darin findet, dass die Säure mit geringerer Geschwindigkeit zum positiven Pole wandert, als das Magnesium zum negativen. F. Kohlrausch[4]) sucht die Erklärung dieser Erscheinung darin, dass das Wasser selbst mitleitet. Schliesslich liegen noch Untersuchungen von Hermann[5]) vor, der nachwies, dass der Versuch auch mit $ZnSO_4$ gelingt.

Die folgenden Versuche sollen einen weiteren Beitrag zur Erklärung dieser Erscheinung liefern.

Zunächst schien es mir von grosser Bedeutung, eine scharfe Grenze zwischen Salzlösung und Wasser zu gewinnen. Denn wenn man auch noch so vorsichtig das Wasser über die Salzlösung giesst, so ist doch nicht zu vermeiden, dass ein recht erheblicher Theil des Salzes in das Wasser gelangt. Ich erreichte meinen Zweck dadurch, dass ich die Salzlösung durch einen Gelatinezusatz zum Erstarren brachte. Die verwendete Gelatine war solche, wie sie hauptsächlich zu photographischen Zwecken benutzt wird, sie ergab einen Aschenrückstand von 0,9 Proc. bei der Verbrennung und wurde durch

---

1) **Faraday**, Exp. Res. **5.** § 494. 1833.

2) **Gmelin**, Pogg. Ann. **44.** p. 29. 1838.

3) **G. Wiedemann**, Electricität. **2.** p. 599 u. 602. 1883.

4) **Kohlrausch**, Wiedem. Ann. **26.** p. 208 u. f. 1885.

5) **Hermann**, Götting. Nach. p. 342 u. f. 1887.

sorgfältiges, mehrere Tage lang fortgesetztes Auswaschen mit destillirtem Wasser von allen in Wasser löslichen Bestandtheilen befreit. Ein Zusatz von 6 Proc. Gelatine genügt in allen Fällen, um eine 10 procentige Salzlösung zum Erstarren zu bringen, durch mehrmaliges Umschmelzen und Filtriren wird die Lösung so klar, dass sie durch das Auge nicht von einer Flüssigkeit zu unterscheiden ist.

Mit dieser Lösung wird eine U-Röhre bis auf 50 mm Abstand vom oberen Rande gefüllt, und zwar so, dass man dieselbe in denjenigen Schenkel hineingiesst, in welchen nachher der positive Pol tauchen soll. Ist die Lösung erstarrt, so kann man den anderen Schenkel mit destillirtem Wasser auffüllen, ohne ein Eindringen des Salzes in das Wasser befürchten zu müssen. Erst nach längerem Stehen diffundirt die Salzlösung etwas in das Wasser, jedoch nur etwa zur Höhe von 2 mm, während im höher gelegenen Theil des Wassers sich keine Spur Salz nachweisen lässt. Der Widerstand dieser Säule destillirten Wassers von etwa 40 mm Höhe, ist ein ausserordentlich grosser; um ihn nicht zu vermehren, wurde der für die positive Electrode bestimmte Schenkel, an dem sich ja doch niemals auffallende Erscheinungen zeigen, mit gelatinefreier Salzlösung aufgefüllt. Trotzdem ist der Widerstand noch so gross, dass eine Säule von 4 Bunsen'schen Bechern kaum ein Bläschen an den Electroden hervorzubringen vermag.

Ich griff deshalb zum Maschinenstrom, der mir geliefert wurde von einer Schuckert'schen Flachring-Nebenschlussmaschine, welche im Stande ist, zwei grosse Bogenlampen zu speisen. Dabei zeigte das Galvanometer, während die Klemmenspannung an der Maschine 60 Volt betrug, nur eine Stromstärke von 0,0015—0,004 Ampère an, wechselnd nach den einzelnen Versuchen.

Bei den Vorversuchen trat der Niederschlag an der Trennungsstelle ausser bei Anwendung von $MgSO_4$ und $ZnSO_4$ auch bei $Al_2(SO_4)_3$ und $CdSO_4$ auf, bei Sulfaten anderer Metalle war derselbe nicht zu bemerken. Es wurde daher nur auf die genannten vier Rücksicht genommen.

I. Eine U-Röhre wurde in der angegebenen Weise mit der gelatinehaltigen Salzlösung gefüllt, auf welche in dem für

die negative Electrode bestimmten Schenkel destillirtes Wasser, in dem andern gelatinefreie Salzlösung gegossen wurde. Sobald der Strom geschlossen wurde, traten an der Spitze der negativen Electrode — beide Electroden bestanden aus Platin — feine Wasserstoffbläschen auf. Dieselben stiegen anfangs sofort in die Höhe, blieben aber bald ziemlich festsitzen. Bei genauerem Zusehen entdeckte ich feine Spuren eines Niederschlages, des Hydroxyds des betreffenden Metalles, die die Bläschen am Aufsteigen hinderte.

Die Menge dieses Niederschlages nahm allmählich zu und nach 1—1 $^{1}/_{2}$ Stunden war die Ausscheidung von Hydroxyd am negativen Pole bei Anwendung von $MgSO_4$ oder $Al_2(SO_4)_3$ deutlich, bei $ZnSO_4$ ziemlich bedeutend, bei $CdSO_4$ so stark geworden, dass die ganze Electrode von demselben wie von einem weissen Sack eingehüllt erschien. Erst jetzt zeigte sich ein fein vertheilter Niederschlag an der Trennungsstelle der Flüssigkeiten und zwar zuerst am Rande der Röhre. Derselbe schritt mehr und mehr nach der Mitte der Röhre fort und erfüllte den ganzen Querschnitt derselben an der Trennungsstelle. Schliesslich erfüllte sich das gesammte Wasser von der Trennungsstelle bis zur negativen Electrode mit einem Nebel von fein vertheiltem Hydroxyd. Eine irgend wie erhebliche Erwärmung des Wassers fand dabei nicht statt.

II. Eine Röhre in der Form der beistehenden Figur 1 wurde von *b* bis *c* mit gelatinehaltiger Salzlösung, nach deren Erstarren von *b* bis *a* mit gelatinefreier Salzlösung und von *c* bis *d* mit destillirtem Wasser gefüllt. Bei *a* tauchte der positive, bei *d* der negative Pol ein. Auch hier trat zuerst Abscheidung von Wasserstoff am negativen Pole auf, dann wurde Hydroxyd sichtbar und erst, nachdem der Strom 2 $^{1}/_{2}$—3 Stunden hindurchgegangen war, fanden sich Spuren eines Niederschlages über *c* an der Trennungsstelle der beiden Flüssigkeiten.

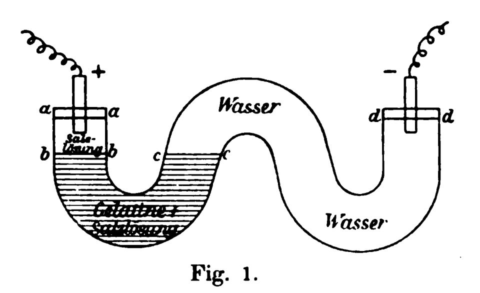


Fig. 1.

III. Die negative Electrode wurde in einer Glasröhre angebracht (siehe die Figur 2), welche wiederum sich in einem Glasnäpfchen befand, dessen Ränder etwa 1 cm über die untere Oeffnung der Glasröhre hinaufgriffen. Mit dieser Vorrichtung versehen tauchte die negative Electrode in den mit destillirtem Wasser gefüllten Schenkel der U-Röhre, die im übrigen genau wie bei I vorgerichtet war.

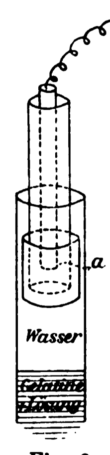


Fig. 2.

Die Abscheidung von Hydroxyd erfolgte wieder zuerst an der Electrode bei *a*, in geringer Menge bei $Mg SO_4$ und $Al_2 (SO_4)_3$, mehr bei $Zn SO_4$, am meisten bei $Cd SO_4$. Bei letzterem erfüllte schliesslich der Niederschlag den unteren Theil der Glasröhre und das Näpfchen bis zur halben Höhe. Erst nach $1^1/_2 - 2$ Stunden zeigte sich der Niederschlag unterhalb des Näpfchens an der Trennungsstelle der Flüssigkeiten und erfüllte schliesslich den ganzen Raum von der Salzlösung bis zur Electrode.

Wie II und III zeigen, entsteht also der Niederschlag an der Trennungsstelle nicht durch blosses Herabsinken von der Electrode.

IV. Wurde bei der Anordnung I eine Membran aus Filtrir- oder Pergamentpapier zwischen die negative Electrode und die Salzlösung gebracht, so blieb der Erfolg im wesentlichen derselbe. Nur fand sich ein Theil des Niederschlages auf der Membran und der an der Trennungsstelle der Flüssigkeiten entstehende Niederschlag schien noch feiner vertheilt, gleich einem schwachen Nebel.

V. Wie bei I wurde wieder eine U-Röhre im unteren Theil mit gelatinehaltiger Salzlösung gefüllt, dann aber, nach dem Erstarren derselben, in den Schenkel, in den der negative Pol tauchen sollte, auf die Salzlösung eine 5 procentige Lösung von Gelatine in reinem Wasser in der Höhe von etwa 2 cm gegossen. Nachdem auch diese erstarrt war, wurde dieser Schenkel mit destillirtem Wasser gefüllt, während in den anderen wieder gelatinefreie Salzlösung gegossen wurde. Es befand sich also (siehe die Figur 3) in der U-Röhre von *a* bis *b* gelatinefreie Salzlösung, von *b* bis *c* gelatinehaltige Salzlösung,

von *c* bis *d* salzfreie Gelatine, von *d* bis *e* destillirtes Wasser. Wiederum zeigte sich zuerst, allerdings nur sehr wenig, Hydroxyd an der negativen Electrode, dann aber trat ein reichlicher Niederschlag nicht bei *c* an der Grenze von Salzlösung und reiner Gelatine, sondern bei *d* an der Grenze von Gelatine und Wasser auf. Der Niederschlag haftete an der Gelatine, er liess sich leicht lösen und analysiren, es war das Hydroxyd des verwendeten Metalles. Der obere Theil der völlig klar gebliebenen reinen Gelatine wurde ebenfalls auf das Metall hin untersucht, es liess sich jedoch mit den benutzten Reagentien nichts davon entdecken.

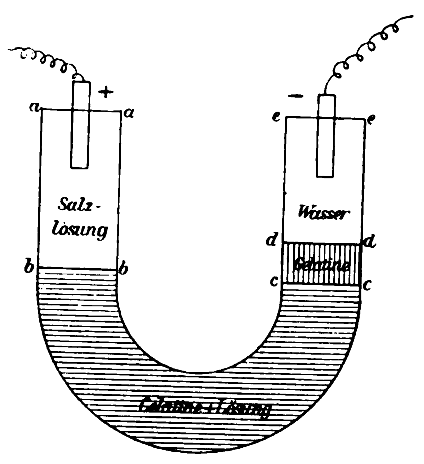


Fig. 3.

VI. Statt der bei IV benutzten Membran aus Filtrir- oder Pergamentpapier sollte eine Zwischenschicht von reiner Gelatine so zwischen der negativen Electrode und der Salzlösung angebracht werden, dass sich über und unter ihr destillirtes Wasser befand. Die Versuche misslangen mir anfangs, weil beim Durchleiten des Stromes die Gelatineschicht nach kurzer Zeit regelmässig zerrissen wurde, ein Umstand, der, wenn der Riss auch noch so klein war, jedesmal bewirkte, dass der Niederschlag an der Trennungsstelle der Flüssigkeiten auftrat. Endlich kam ich auf folgende Weise zum Ziele. Ich liess mir für die U-Röhren passende Glaseinsätze in der Form kleiner Becherchen machen, die im Boden ein rundes Loch von 5 mm Durchmesser hatten.* In diesem Loch blieb ein Tropfen wässeriger Gelatinelösung gerade hängen, ich liess ihn erstarren und goss innen und aussen noch eine Schicht Gelatine darüber. Nachdem die Gelatine über Schwefelsäure getrocknet war, hatte sie bei späterem Aufquellen in Wasser eine lederartige Beschaffenheit und zerriss nicht mehr. Die Versuchsanordnung war an der negativen Electrode demnach

folgende (siehe Figur 4): Bis *a* gelatinirte Salzlösung, von *a* bis *b* destillirtes Wasser, von *b* bis *c* reine Gelatine, von *c* bis zur Electrode destillirtes Wasser. Im anderen Schenkel befand sich wieder gelatinefreie Salzlösung. Wie bei V trat zuerst wieder ein schwacher Niederschlag an der Electrode auf, dann an der Gelatine bei *c* und zwar in so erheblicher Menge, dass die Gelatine völlig weiss und undurchsichtig wurde und es leicht war, in dem Niederschlag das Hydroxyd des benutzten Metalles zu erkennen. An der Trennungsstelle von destillirtem Wasser und Salzlösung trat selbst bei langer Dauer des Versuchs kein Niederschlag auf. Das Warmlaufen der Dynamomaschine gestattete freilich den Versuch nur bis zur Dauer von 3 Stunden auszudehnen.

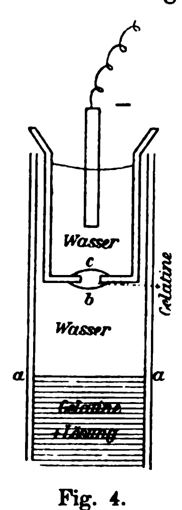


Fig. 4.

Diese mehrmals wiederholten Versuche würden sich sehr gut mit der Annahme vereinen lassen, dass der Niederschlag an der Grenzfläche durch Wanderung fester Theilchen im Sinne des negativen Stromes entsteht. Beobachtungen über eine derartige mechanische Fortführung fester Theilchen in schlecht leitenden Flüssigkeiten durch den electrischen Strom, wie sie hier in Betracht kommt, wurden zuerst gemacht von Reuss [1]), später von Jürgensen [2]) und von Quincke. [3]) Letzterer besonders hat durch zahlreiche Untersuchungen eine Wanderung materieller Theilchen in Wasser im Sinne des negativen Stromes nachgewiesen. Für meine Untersuchungen waren diese Beobachtungen nur dann von Werthe, wenn es mir gelang, sie in der gleichen Apparatenanordnung bestätigt zu sehen, in der ich meine Versuche angestellt hatte. Ich brachte deshalb frisch gefülltes und sorgfältig ausgewaschenes Hydroxyd eines der 4 Metalle in das im 3. Versuch benutzte Näpfchen (siehe Figur 2), so, dass die Electrode von dem Niederschlag eingeschlossen war, oder über

1) Reuss, Mém. d. l. soc. impér. d. natural. de Moscou **2**. p. 332.

2) Jürgensen, Reichert und du Bois-Reymond, Arch. f. Anat. u. Physiol. p. 573 u. f. 1860.

3) Quincke, Pogg. Ann. **113**. p. 565 u. f. 1861.

die im Versuch IV angewendete Membran, eine Wanderung des Niederschlages liess sich jedoch nicht beobachten. Es lag dies sicher daran, dass der auf diese Weise hergestellte Niederschlag sich in zu grossen Flocken zusammengeballt hatte. Schliesslich gelang mir der Beweis durch folgenden Versuch:

VII. Die Apparate wurden in der Anordnung des Versuches III aufgestellt, wobei sich im unteren Theil der U-Röhre gelatinirte $Cd\,SO_4$-Lösung befand. Nachdem der Strom $1^1/_2$ Stunden hindurchgegangen war, war der Niederschlag über der Trennungsstelle der Flüssigkeiten im Entstehen begriffen, während in der Glasröhre und im Näpfchen an der Electrode sich reichliche Mengen von $Cd(OH)_2$ angesammelt hatten. Jetzt wurde die Electrode herausgehoben und mit Glasröhre und Näpfchen, sowie dem darin befindlichen $Cd(OH)_2$ in eins der in Versuch VI benutzten Becherchen gebracht. Das Becherchen, unten durch die Gelatineschicht verschlossen, war gefüllt mit destillirtem Wasser und stand in einer Schale, in welcher ebenfalls destillirtes Wasser vorhanden war. In diese wurde nach sorgfältiger Reinigung die positive Electrode getaucht. Nachdem der Strom eine Stunde hindurchgegangen war, konnte man eine Verminderung des Niederschlages an der Electrode bemerken, nach einer weiteren halben Stunde konnte man feine Flocken des Niederschlages sich über den Rand des Näpfchens bewegen sehen und nach 2 Stunden war der grösste Theil des Niederschlages von der Electrode fortgewandert und befand sich in feinen Flocken über der Gelatineschicht.

Dieser Versuch gelang nur mit $Cd\,SO_4$, weil es, wie oben bemerkt, nicht möglich ist, irgendwie bedeutendere Mengen von $Mg(OH)_2$ und $Al(OH_3)$ an der Electrode anzusammeln und weil die Ansammlung auch für Zink nicht hinreichend ist. Auch eine Durchführung durch eine der in IV benutzten Membranen war nicht nachzuweisen. Erklären lässt sich dies durch die Annahme, dass der Niederschlag gleich im Entstehungszustande, wo er fein genug ist, um die Poren der Membranen zu durchdringen, überführt wird. Dringt doch auch frisch gefälltes $Ba\,SO_4$ durch die Poren eines Filters.

Jedenfalls befestigt der Versuch VII die Annahme, dass der Niederschlag an der Trennungsfläche durch Zuführung

fester Theilchen von der Electrode entsteht. Auch würde der Umstand, dass der Niederschlag immer zuerst am Rande entsteht, sich mit dem Nachweis Quinckes (l. c.), dass die Fortführung an den Rändern schneller vor sich geht als in der Mitte, sehr gut vereinen lassen. Ebenso findet eine Wanderung nur in schlecht leitenden Flüssigkeiten statt, woraus sich erklärt, weshalb der Niederschlag an der Grenzfläche Halt macht.

Man würde also bei der Erklärung dieser Erscheinung von einer Mitleitung des Wassers absehen können und die Davy'sche Hypothese, dass die Abscheidung, unabhängig von einer zwischen Electrolyt und Electrode eingeschalteten Flüssigkeit, immer an der Electrode vor sich geht, würde auch auf diesen Fall Anwendung finden.

Leipzig, Phys. Institut d. Univ. im Februar 1892.

VI. *Zur Theorie und Berechnung der Stromverzweigung in linearen Leitern;* *von S. Kalischer.*

Die Probleme der Stromverzweigung in linearen Leitern, lassen sich mittels der Kirchhoff'schen Sätze leicht und vollständig lösen. Allein wenn die Verzweigungen zahlreich sind und in allen oder vielen Zweigen electromotorische Kräfte wirken, so können die Rechnungen infolge der vielen Eliminationen, die man dann vorzunehmen hat, um die Stromstärke in einem Zweige zu bestimmen, unnöthig zeitraubend sein. Es ist jedoch möglich, diese Bestimmung, wenigstens dann, wenn sämmtliche Zweige in zwei Punkten zusammenstossen, auf viel einfachere und directere Weise auszuführen, ohne dass man nöthig hätte, eine einzige Gleichung aufzulösen, mit Hülfe eines weit länger als die Kirchhoff'schen Sätze bekannten Princips, dessen Analogon auch in anderen Gebieten der Physik eine grosse Rolle spielt, nämlich des Princips der *Superposition electrischer Ströme.* Dasselbe ist vor der Kenntniss der Kirchhoff'schen Sätze und auch nachher als ein selbstverständliches vielfach angewandt worden, scheint aber trotz seiner oft bequemen Anwendbarkeit seit Jahrzehnten nahezu vergessen zu sein.[1]) Die allgemeine Geltung dieses Princips für ein beliebiges Leitersystem von beliebiger Anordnung ist von Hrn. Du Bois-Reymond[2]) vorausgesehen und von Hrn. v. Helmholtz[3]) in aller Strenge bewiesen worden.

Hr. v. Helmholtz spricht das Princip folgendermaassen aus:

„Wenn in einem beliebigen Systeme von Leitern electromotorische Kräfte an verschiedenen Stellen vorkommen, so ist die

1) G. Wiedemann weist in seiner Lehre von der Electricität 1., p. 373 auf dieses Princip hin.

2) Du Bois-Reymond, Untersuchungen über thierische Electrizität. 1. p. 647.

3) Helmholtz, Pogg. Ann. :89. p. 211. 1853. Wissenschaflt. Abhandlungen 1. p. 475.

electrische Spannung in jedem Punkte des durchströmten Systems gleich der algebraischen Summe derjenigen Spannungen, welche jede einzelne der electromotorischen Kräfte unabhängig von den anderen hervorbringen würde. Und ebenso sind die mit drei rechtwinkeligen Axen parallelen Componenten der Stromintensität gleich der Summe der entsprechenden Componenten, welche den einzelnen Kräften zugehören."

Für unseren Zweck kommt nur der zweite Theil dieses Satzes, welcher das eigentliche Princip der Superposition electrischer Ströme enthält, in Betracht. Bei einem linearen Leitersysteme gilt das Princip also unmittelbar für die Stromintensitäten.

Um zu zeigen, wie viel rascher sich die Bestimmung der Stromintensität in einem Zweige nach diesem Princip als mit Hülfe der Kirchhoff'schen Sätze ausführen lässt, wählen wir als Beispiel eine Combination nach dem Schema der Fig. 1, drei Zweige, in denen electromotorische Kräfte wirken, und die durch einen Draht miteinander verbunden sind. Die Stromstärken i und die Widerstände w bezeichnen wir mit denselben Indices wie die electromotorische Kraft in dem entsprechenden Zweige, i und w selbst bezeichnen dieselben Grössen für den unverzweigten Leiter. Die Richtung der Ströme sei willkürlich im Sinne der Pfeile angenommen. Wollen wir nun z. B. i_1 bestimmen, so können wir uns nach dem Princip der Superposition denken, dass der Reihe nach die electromotorischen Kräfte einzeln vorhanden sind, und wenn wir die Stromstärken in diesen Fällen mit $i'_1\, i''_1\, i'''_1$ bezeichnen, so muss sein $i_1 = i'_1 + i''_1 + i'''_1$. Gesetzt also, es wäre nur E_1 vorhanden, so ist

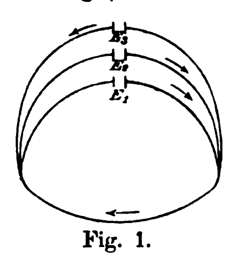


Fig. 1.

$$i'_1 = \frac{E_1}{w_1 + \frac{w\, w_2\, w_3}{w\, w_2 + w\, w_3 + w_2\, w_3}} = \frac{E_1\,(w\, w_2 + w\, w_3 + w_2\, w_3)}{w\,(w_1\, w_2 + w_1\, w_3 + w_2\, w_3) + w_1\, w_2\, w_3}.$$

Nunmehr können wir uns der Reihe nach nur E_2 und E_3 existirend denken und für den Zweig 1 kommt alsdann die bekannte Formel zur Anwendung, welche für einen Zweig

gilt, in dem keine electromotorische Kraft wirkt. Man hat also sofort

$$i'''_1 = -\frac{E_2\, w\, w_3}{K}, \quad i''''_1 = \frac{E_3\, w\, w_2}{K},$$

wenn wir mit K den für jeden Zweig und jede Stromcomponente geltenden Nenner

$$w\,(w_1\, w_2 + w_1\, w_3 + w_2\, w_3) + w_1\, w_2\, w_3$$

bezeichnen, und demnach

$$i_1 = \frac{E_1\,(w\, w_2 + w\, w_3 + w_2\, w_3) - E_2\, w\, w_3 + E_3\, w\, w_2}{K},$$

wie man mittels der Kirchoff'schen Sätze findet.

Natürlich wird man in Wirklichkeit noch viel rascher zum Ziele gelangen, da, sobald man einmal die Formel kennt, der blosse Anblick der Figur die Stromstärke in jedem Zweige sofort hinzuschreiben gestattet; man erhält ohne Weiteres

$$i_2 = \frac{E_2\,(w\, w_1 + w\, w_3 + w_1\, w_3) + E_3\, w\, w_1 - E_1\, w\, w_3}{K}$$

$$i_3 = \frac{E_3\,(w\, w_1 + w\, w_2 + w_1\, w_2) + E_2\, w\, w_1 + E_1\, w\, w_2}{K},$$

und endlich für den unverzweigten Theil

$$i = \frac{E_1\, w_2\, w_3 + E_2\, w_1\, w_3 - E_3\, w_1\, w_2}{K}.$$

Das Princip der Superposition überhebt uns also der Mühe in Fällen, wie der vorliegende, Gleichungen aufzustellen und Rechnungen auszuführen, auf die es uns gar nicht ankommt, und die für das Resultat unnütz sind, und gestattet vielmehr die Stromstärke in jedem beliebigen Zweige ganz direct sofort hinzuschreiben. Die Zeitersparniss gegenüber der Anwendung der Kirchhoff'schen Sätze ist somit unter Umständen ausserordentlich gross.

Setzt man die gewöhnliche Form der Wheatstone'schen Brücke als bekannt voraus, so folgt aus dem Princip der Superposition ohne Weiteres die zuerst von Frölich [1]) durch eine einfache Rechnung mit Hülfe der Kirchhoff'schen Sätze

1) Frölich, Electrotechn. Zeitschrift 9. p. 483, 1886. Wied. Ann. 30. p. 156. 1887.

bewiesene allgemeinste Form der Wheatstone'schen Brücke, also der Satz, dass auch, wenn in allen Zweigen electromotorische Kräfte wirken, die bekannte Beziehung zwischen den Widerständen der Seitenzweige bestehen bleibt, vorausgesetzt, dass der Strom in dem einen Diagonalzweige, der Brücke, beim Oeffnen und Schliessen des anderen Diagonalzweiges ungeändert bleibt. Denn es sei (Fig. 2), während in allen Zweigen constante electromotorische Kräfte wirken, die Beziehung $w_1 w_3 = w_2 w_4$ hergestellt. Um die Stromstärke in der Brücke zu bestimmen, können wir uns wieder alle electromotorischen Kräfte ausser der in dem anderen Diagonalzweige fortdenken. Dann haben wir die Bedingungen der gewöhnlichen Wheatstone'schen Brücke hergestellt, und wir wissen, dass der Strom in der Brücke in diesem Falle Null und unabhängig von dem Widerstande in dem Diagonalzweige ist. Nach dem Princip der Superposition kann aber durch die Einführung von electromotorischen Kräften in die anderen Zweige nichts-anderes bewirkt werden, als dass die Stromintensitäten geändert und die Stromintensität in jedem Zweige gleich der algebraischen Summe der Stromintensitäten wird, welche jede electromotorische Kraft für sich hervorbringen würde, und dass somit der Strom in der Brücke von Null auf einen bestimmten Betrag gebracht wird; *der Beitrag des Stromes in dem Diagonalzweige zu dem Strom in der Brücke muss Null bleiben.* Es folgt also, dass wenn die Beziehung $w_1 w_3 = w_2 w_4$ bestehen bleibt, der Strom in der Brücke beim Oeffnen und Schliessen des Diagonalzweiges ungeändert bleibt und hiermit umgekehrt der zu beweisende Satz. In diesem Falle kann man auch, wenn E die electromotorische Kraft und w den Widerstand in der Brücke bedeutet, die Stromstärke in derselben sofort hinschreiben; es ist

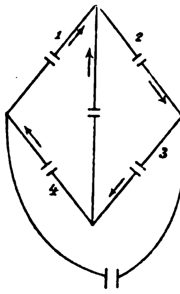


Fig. 2.

$$i = \frac{E(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) - (E_1 + E_4)(w_2 + w_3) + (E_2 + E_3)(w_1 + w_4)}{w(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + (w_1 + w_4)(w_2 + w_3)}$$

Das Princip der Superposition gestattet ferner eine wesentliche Vereinfachung der Rechnung auch dann, wenn die Strom-

stärke in einem Zweige mit Selbstinduction bestimmt werden soll. Um dies zu zeigen, nehmen wir den bekannten von Herrn v. Helmholtz behandelten Fall, wo in einem Kreise mit Selbstinduction ein Nebenschluss vorhanden ist und durch Schliessen der Batterie ein Inductionsstrom entsteht (Fig. 3). Die gegenseitige Induction der Zweige sei zu vernachlässigen. Um die Stromstärke i zu bestimmen, können wir uns denken, dass zunächst nur die electromotorische Kraft der Selbstinduction vorhanden sei; nennen wir dann den Strom i', so wäre, wenn L der Selbstinductionscoefficient ist,

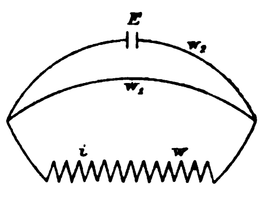


Fig. 3.

$$i' = -\frac{L\frac{d\,i'}{d\,t}}{w + \frac{w_1\,w_2}{w_1 + w_2}} = -\frac{L\,(w_1 + w_2)\frac{d\,i'}{d\,t}}{w\,w_1 + w\,w_2 + w_1\,w_2}.$$

Hieraus folgt sofort

$$i' = C\,e^{-\frac{\mathfrak{R}\,t}{L\,(w_1 + w_2)}},$$

wo C die Integrationsconstante und $\mathfrak{R} = w\,w_1 + w\,w_2 + w_1\,w_2$ ist. Wäre nur die electromotorische Kraft E vorhanden, so wäre der Strom in dem Zweige, $i'' = (E\,w_1)\,/\,\mathfrak{R}$, folglich ist

$$i = \frac{E\,w_1}{\mathfrak{R}} + C\,e^{-\frac{\mathfrak{R}\,t}{L\,(w_1 + w_2)}}.$$

C bestimmt sich aus der Bedingung, dass $i = o$ für $t = o$, also $C = -(E\,w_1)\,/\,\mathfrak{R}$ und

$$i = \frac{E\,w_1}{\mathfrak{R}}\left\{1 - e^{-\frac{\mathfrak{R}\,t}{L\,(w_1 + w_2)}}\right\}$$

Es könnte auf den ersten Blick auffällig erscheinen, dass in der Gleichung für i' auf der rechten Seite $d\,i'\,/\,d\,t$ und nicht $d\,i\,/\,d\,t$ in die Rechnung eingeführt ist, da doch die electromotorische Kraft der Selbstinduction von der Aenderung des Gesammtstromes (i) bedingt scheint. Allein da $i = i' + i''$ und $i'' = \text{const.}$, so ist $d\,i\,/\,d\,t = d\,i'\,/\,d\,t$, und gerade hierin liegt eine weitere Vereinfachung der Rechnung.

Selbstverständlich ist das Princip der Superposition auch anwendbar, wenn in dem Zweige noch magnetomotorische Kräfte wirken, also beispielsweise die Spirale einen Eisenkern

enthält. Auch in diesem Falle ergibt sich die Stromintensität durch eine algebraische Summirung, wie übrigens aus den bekannten Formeln unmittelbar herauszulesen ist.

Es braucht endlich kaum bemerkt zu werden, dass das Princip der Superposition auch zur Geltung kommt bei den electrischen Schwingungen, sowie bei der besonderen Form miteinander verketteter Wechselströme, welche unter dem Namen Drehstrom in neuester Zeit für die electrische Kraftübertragung eine so grosse Bedeutung gewonnen haben.

Nach alledem dürfte es nicht ganz unnütz sein, die Aufmerksamkeit auf dieses alte Princip zu lenken, da es merkwürdigerweise durch die Kirchoff'schen Sätze auch dort verdrängt worden ist, wo es, wie wir gesehen haben, weit rascher zum Ziele führt als die für viele Fälle ja unentbehrlichen Sätze von Kirchhoff.

Berlin, im Januar 1892.

VII. *Ueber Erschütterungsströme; von G. Kummer.*

(Inauguraldissertation Greifswald 1891; für die Annalen bearbeitet vom Herrn Verfasser.)

I. Einleitung.

Zu den noch nicht in befriedigender Weise gelösten Fragen in der Theorie der galvanischen Ketten gehört unter anderen auch diejenige nach dem Entstehen der sogenannten Erschütterungsströme. Diese Ströme werden hervorgebracht durch Bewegung des einen von zwei gleichartigen, in eine Flüssigkeit getauchten Metallen und sind bisher fast nur ihrer Richtung nach bestimmt worden. Die einzigen quantitativen Messungen hat Henrici [1]) angestellt, doch geht aus der Anordnung und Beschreibung seiner Versuche nicht deutlich hervor, welcher Grad von Genauigkeit denselben zukommt, auch kam es ihm seiner eigenen Aussage gemäss nur darauf an, die „ungefähre Grösse" der Stromintensität zu ermitteln. Es schien mir daher lohnend, die genannten Ströme einer genaueren Untersuchung zu unterziehen, um dann auf Grund dieser womöglich eine einheitliche Erklärung derselben aufstellen zu können.

Bevor ich jedoch zur Besprechung meiner eigenen Versuche übergehe, sei noch eine kurze Uebersicht der früher gewonnenen Resultate gegeben.

Die Erschütterungsströme sind beobachtet und untersucht worden von Schröder, Henrici, Varenne, Krouchkoll u. a. [2]) Das Wesentliche ihrer Erklärung besteht in Folgendem:

Werden zwei gleichartige Metalle in eine Flüssigkeit getaucht, welche chemisch auf dieselben einwirkt oder durch die Berührung mit denselben selbst eine chemische Zersetzung erleidet, so bildet sich auf beiden Metallplatten ein feiner Ueberzug des neugebildeten chemischen Productes. Derselbe wird dann durch Bewegung ganz oder theilweise von der einen

---

1) Henrici, Pogg. Ann. **121.** p. 489. 1864.

2) Vergl. G. Wiedemann, Lehre v. d. Electricität. **2.** p. 826. 1883.

Electrode entfernt, und es stehen sich zwei verschiedene Erreger gegenüber. Die Richtung des also hervorgerufenen Stromes ist von der Beschaffenheit der neugebildeten Schicht abhängig.

So geht bei Bildung eines Oxydes der Strom in der Flüssigkeit von der bewegten zur ruhenden Electrode, während seine Richtung beim Vorhandensein einer Wasserstoffschicht die umgekehrte ist. Auch können unter Umständen, wie Henrici annimmt, eine Oxyd- und eine Wasserstoffschicht zusammen auftreten, von denen nur die letztere durch die Bewegung fortgeschafft wird, sodass die Wirkung der Oxydschicht scheinbar gesteigert wird.

Im einzelnen zeigen die Resultate einige Abweichungen voneinander. Dieselben könnte man dem Umstande zuschreiben, dass nicht immer unter genau denselben Bedingungen gearbeitet worden ist, eine Maassregel, die gerade bei dieser Art von Untersuchungen schwer durchführbar, andererseits aber sehr wesentlich für das Uebereinstimmen der Resultate ist.

Zu erwähnen ist noch eine Erklärung für das Zustandekommen der Erschütterungsströme, die H. v. Helmholtz in seiner Abhandlung „Ueber Bewegungsströme am polarisirten Platina“[1]) gegeben hat. v. Helmholtz nimmt nämlich in einem speciellen Falle als Ursache dieser Ströme eine Verschiebung der electrischen Doppelschicht und ein dadurch bewirktes Freiwerden von Electricität an. Seine Versuche behandelten Platin in angesäuertem Wasser; es trat also keine weitere chemische Action als die durch den „primären“ Strom bedingte Electrolyse auf. Dieser primäre Strom soll aber gerade bei den sogenannten Erschütterungsströmen vermieden werden, mithin ist die v. Helmholtz'sche Erklärung für diese Stromgattung wohl nicht in Betracht zu ziehen.

II. Plan und Anordnung der Versuche.

Die im physikalischen Institut der hiesigen Universität angestellten Versuche, bei deren Ausführung mir Hr. Professor Oberbeck vielfach mit freundlichem Rath zur Seite gestanden hat, sollten die electromotorische Kraft der Erschütterungs-

---

1) H. v. Helmholtz, Wiss. Abhandl. 1. p. 899—921. Leipzig 1882.

ströme bestimmen. Zunächst galt es, alle störenden Nebeneinflüsse zu beseitigen, und zu dem Zwecke musste vermieden werden:

1. Eine ursprüngliche Ungleichartigkeit der Electroden.
2. Jede Bewegung der ruhenden Electrode oder der dieselbe umgebenden Flüssigkeit.
3. Polarisation der Electroden.
4. Eine ungleiche Beleuchtung derselben.

Aus der Anordnung und Beschreibung meiner Versuche wird sich ergeben, wie ich diesen Anforderungen Rechnung zu tragen suchte, und welcher Grad von Genauigkeit meinen Resultaten zukommt.

Das Gefäss, in welchem sich die Flüssigkeit befand, bestand in einem Doppelglase, wie es F. Kohlrausch zur Messung von Flüssigkeitswiderständen angegeben hat, und war auf ein Tischchen gestellt, welches bequem gehoben und gesenkt werden konnte. Ein Bleistück, welches in passender Weise an dem Glase angebracht wurde, bewirkte eine feste Stellung desselben. Ueber den beiden Schenkeln des Gefässes befanden sich die Electroden, von denen die eine an einem massiven Electrodenständer, die andere am Ende einer Stahllamelle befestigt war, welch' letztere, im geeigneten Moment angestossen, vermittelst einer electromagnetischen Vorrichtung stundenlang in hin- und herschwingender Bewegung erhalten werden konnte. Um äussere Erschütterungen fern zu halten, stellte ich das Ganze auf ein Fensterbrett und hatte bei Anwendung dieser Vorsichtsmaassregeln die Genugthuung, auch nicht die leiseste Spur von Bewegung an der ruhenden Electrode wahrnehmen zu können. Das Eintauchen der Electroden geschah einfach durch Emporheben des Gefässes. Es gelang mir auf diese Weise, nicht nur jede unnöthige Bewegung zu vermeiden, sondern auch die bei ungleichzeitigem Eintauchen auftretenden Ungleichheiten an der Metalloberfläche auf ein Minimum zu reduciren.

Eine ungleiche Beleuchtung der Electroden war übrigens nur dann zu befürchten, wenn eine derselben direct vom Sonnenlicht beschienen wurde. Diesem Uebelstand liess sich durch Davorstellen eines Brettchens leicht abhelfen.

Die Messung der electromotorischen Kraft geschah nach

der Compensationsmethode mit Hülfe eines Spiegelgalvanometers, dessen Rollenpaare einen Widerstand von 674,6 Ω hatten. Als compensirende Kraft benutzte ich diejenige eines Daniell'schen Elementes, welches sich durch mehrmalige Vergleichung mit einem Clark'schen Element als hinreichend constant erwies, und neben dem sich ein Widerstand von 3010 S.-E. eingeschaltet befand. Als veränderlicher Zweigwiderstand diente ein Widerstandskasten von Hartmann und Braun. Bei jeder einzelnen Messung blieb der zu compensirende Strom nur ein bis zwei Secunden lang geschlossen, und bis zur nächsten Messung verflossen mindestens drei Minuten, sodass die etwa eingetretene Polarisation Zeit genug hatte, wieder zu verschwinden.

Grosse Schwierigkeiten bereitete mir die Herstellung zweier völlig gleichartiger Electroden, besonders bei Kupfer wegen dessen leichter Oxydirbarkeit.

Untersucht wurden Kupfer, Nickel, Cadmium, Zink, Silber.

Das Kupfer wurde als galvanischer Niederschlag auf Messingdrähten angewandt. Bei Nickel standen mir chemisch reine Drähte zur Verfügung, bei Cadmium, Zink und Silber, ebenfalls chemisch reine Materialien, die ich aber wegen der ungeeigneten Form erst in Stangen von 3—4 mm Dicke giessen musste. An derjenigen Stelle, wo die Electroden die Flüssigkeitsoberfläche durchschnitten, waren sie mit einer isolirenden Hülle umgeben, indem sie entweder in Glasröhren eingeschmolzen oder mit Siegellack überzogen waren. Das Reinigen der Metalloberfläche geschah durch Abspülen mit destillirtem Wasser, Trocknen zwischen Fliesspapier und Abputzen vermittelst einer Glasbürste, die sich für diesen Zweck als besonders geeignet erwies.

Jeder einzelne Versuch nahm folgenden Verlauf. Die in der eben beschriebenen Weise gereinigten Electroden wurden an der gehörigen Stelle befestigt, und das darunter befindliche Gefäss mit der Flüssigkeit behutsam in die Höhe gehoben, sodass in jeden Schenkel desselben eine Electrode tauchte. Der also hergestellte Stromkreis wurde dann vermittelst eines Commutators geschlossen, und das Galvanometer zeigte an, ob die Electroden völlig gleiche Oberflächen hatten. Es stellte sich dabei heraus, dass bei der Reinigung derselben die

peinlichste Sorgfalt angewandt werden musste, um eine Ungleichheit ihrer Oberflächen zu vermeiden. Nicht immer war es mir möglich, dies in vollkommenem Maasse zu erreichen. Der Ausschlag des Galvanometers war in solchen Fällen natürlich nur sehr klein, und ich glaubte daher, keinen beträchtlichen Fehler zu begehen, wenn ich den Strom dann solange geschlossen liess, bis der Ausschlag am Galvanometer constant blieb, was stets in unmittelbarer Nähe des Nullpunktes der Fall war. Die dabei auftretende Polarisation der Electroden konnte nur sehr gering sein, da die ursprüngliche Potentialdifferenz zwischen denselben nie mehr wie 3 Millivolts betrug.

War der Zeitmoment gekommen, wo die Ungleichheit der beiden Electroden constant blieb, oder zeigten sich dieselben als vollkommen gleich, so wurde die Stahllamelle und die daran befestigte Electrode in Bewegung gesetzt und mit der Messung der electromotorischen Kraft begonnen. Die zuerst beobachtete electromotorische Kraft konnte der Natur der Sache nach nicht maassgebend sein und erwies sich auch bei Wiederholung derselben Versuchsreihe nicht immer als gleich. Ich stellte daher weitere Beobachtungen in Zwischenräumen von 3—5 Minuten an und verfolgte die Aenderung der electromotorischen Kraft, bis sie ein Maximum erreichte oder sich auf einem constanten Werthe erhielt. In einigen Fällen fiel dieser Maximalwerth mit dem Anfangswerth zusammen, in anderen dagegen dauerte es sogar einige Stunden, ehe derselbe erreicht wurde. Die Geschwindigkeit der Aenderung schien mit der Anzahl und der Stärke der von der Electrode in einer bestimmten Zeit ausgeführten Schwingungen zu wachsen, während der Maximalwerth selbst davon unabhängig war.

Man kann übrigens gerade durch Beobachten des Zu- oder Abnehmens der electromotorischen Kraft auf manche Schlüsse über die Wirkungsweise der Bewegung geführt werden, während die Anfangswerthe allein in dieser Hinsicht nicht so viel Anhalt bieten.

III. Ergebnisse der Versuche.

In besonderer Mannigfaltigkeit wurden Versuche mit Kupfer angestellt. Die dabei benutzten Electroden waren, wie bereits erwähnt, mit einem Ueberzuge galvanisch reducirten Kupfers

versehen, und zwar wurden, um stets eine reine Oberfläche zu haben, für jeden Versuch frisch verkupferte Electroden angewandt. Es konnte dies ohne grosse Verzögerung bewerkstelligt werden, indem zwei Electrodenpaare angefertigt wurden, von denen sich das eine immer im Verkupferungsbade befand, während das andere im Gebrauch war.

Die Resultate dieser Versuche sind in Tabelle I zusammengestellt.

Zur Erklärung der in dieser, sowie den folgenden Tabellen vorkommenden Zahlen sei Folgendes bemerkt:

Die bei $H_2 SO_4$ und H Cl angeführten Zahlen bedeuten den Säuregehalt der Flüssigkeit in Gramm auf ein Liter bezogen und nach der Titrirmethode bestimmt, die neben den anderen Flüssigkeiten stehenden Zahlen dagegen ihr spezifisches Gewicht.

Unter I und II sind die in zwei aufeinanderfolgenden Beobachtungsreihen gefundenen Maximalwerthe der electromotorischen Kraft in Tausendstel Daniell angegeben. Die Zeichen + und − zeigen an, welche Stellung die ruhende Electrode gegen die bewegte einnimmt, und sind in üblicher Weise so gewählt, dass man Zn electropositiv gegen Pt zu rechnen hat, so dass also für das Zeichen + der Strom in der Flüssigkeit von der ruhenden zur bewegten Electrode geht und umgekehrt.

Nähere Angaben über den Verlauf eines Versuches habe ich, wo mir dieselben von Interesse zu sein schienen, unter der Rubrik „Bemerkungen" mitgetheilt.

Tabelle I.

Kupfer.

Flüssigkeit		I	II	Bemerkungen
Dest. Wasser mit $H_2 SO_4$	0,6027	− 31	− 30	
	0,3015	− 32	− 36	
	0,1054	− 29	− 33	
	0,0539	− 32	− 35	
Dest. Wasser mit H Cl	0,2986	− 44	− 45	
	0,1495	− 45	− 42	
	0,0779	− 39	− 36	

Flüssigkeit		I	II	Bemerkungen
$CuSO_4$ (sauer)	1,150	+ 3		ziemlich constant
	1,125	+ 4		
lufthaltig	1,100	+ 3		
	1,075	+ 2		
	1,050	+ 13		Zu- und Abnahme schnell
	1,025	+ 21		
$CuSO_4$	1,215	+ 7		ziemlich constant
	1,167	+ 3		
	1,140	+ 5		
ausgekocht	1,125	+ 9		
	1,090	+ 4	+ 4	
	1,045	+ 4		
	1,035	+ 3		
	1,018	+ 2		
K_2SO_4	1,087	− 12		schnelle Abnahme und Umkehrung der Stromrichtung
$NaCl$	1,197	− 20	− 21	
$H_2O + NH_3$	0,970	− 11		
$CuSo_4$, NH_3	1,060	− 5		bleibt constant
H_2O		+		Widerstand sehr gross

In dieser Beobachtungsreihe findet sich das negative Zeichen vorwiegend bei den Säuren und ammoniakalischen Lösungen, das positive bei Kupfersulfatlösung und destillirtem Wasser. Auf Grund dieser ersten von mir gewonnenen Resultate glaube ich folgende Erklärung für das Zustandekommen der Erschütterungsströme geben zu können.

Da fast bei allen Versuchen eine Oxydation des Kupfers zu bemerken war, so kann der Act der Bewegung allein nicht eine Entfernung der Oxydschicht bewirkt haben, da in diesem Falle kein Grund für eine Verschiedenheit des Vorzeichens vorliegen würde. Es wird vielmehr eine Lösung des Oxydes stattfinden, die an der bewegten Electrode stärker sein muss, als an der ruhenden.

Ich unterscheide nun zwei Hauptfälle:

1. Die Oxydschicht wird von der bewegten Electrode soweit aufgelöst, dass sich zwei ungleiche Erreger gegenüber stehen: Dann muss sich die ruhende Electrode negativ gegen die bewegte verhalten.

Dies ist der Fall bei Säuren und bei ammoniakalischen Lösungen, in denen Kupferoxyd leicht löslich ist.

2. Die Lösung des Oxydes an der bewegten Electrode ist so schwach, dass nur die benachbarten Flüssigkeitsschichten dadurch verändert werden, während die Oberflächen der beiden

Electroden als gleichartig zu betrachten sind: Wir haben es dann mit einem Concentrationsstrom zu thun, bei dem die ruhende Electrode sich positiv gegen die bewegte verhält.

Hier kommen die neutralen oder sehr wenig sauren Lösungen in Betracht ($Cu\,SO_4$, $H_2\,O$).

Noch deutlicher kann das eben Gesagte durch folgendes Schema dargestellt werden:

Flüssigkeit.

Ruhende Electrode	Bewegte Electrode
a) stärker oxydirt	schwächer oxydirt
Strom: ←———	
b) Lösung verdünnt	Lösung concentrirt
Strom: ———→	

Es ist natürlich nicht ausgeschlossen, dass beide Wirkungen sich über einander lagern und theilweise oder ganz aufheben können. Dies war vielleicht der Fall bei den mit der $Cu\,SO_4$-Lösung angestellten Versuchen, woraus sich die verhältnissmässig kleinen Zahlen ergeben würden.

Der Umstand, dass bei den verdünnteren Lösungen des lufthaltigen $Cu\,SO_4$ die electromotorische Kraft einen grösseren Werth hat, wie bei den concentrirteren, lässt sich auf das Verhalten der Warburg'schen Luftelemente zurückführen[1].)

Eine scheinbare Ausnahme von der genannten Regel ergab sich bei den mit $K_2\,SO_4$ und $Na\,Cl$ angestellten Versuchen, bei denen völlig neutrale Salze benutzt wurden, und wo daher ein positives Vorzeichen zu erwarten war. Beachtet man jedoch, dass das Kupfer in ganz neutralen Lösungen wohl nur äusserst schwach oxydirt wird, so erklärt sich daraus auch das negative Zeichen, da in diesem Falle durch Bewegung sehr leicht eine Ungleichheit der Electrodenoberflächen herbeigeführt werden kann. Im Einklang damit steht auch die rasche Abnahme der electromotorischen Kraft und die Umkehrung der Stromesrichtung. Beides deutet auf eine schnelle Zunahme der Oxydation hin.

Demnach müsste man vielleicht annehmen, dass auch bei der Kupfersulfatlösung die bewegte Electrode sich anfangs positiv gegen die ruhende verhält, die Erscheinung aber in diesem Falle so schnell verschwindet, dass sie sich der Beob-

1) Vgl. meine Dissertation, p. 15 u. 16.

achtung entzieht. Dies wird desto begreiflicher, als es mir nicht möglich war, die erste Beobachtung sofort nach dem Anstossen der betreffenden Electrode auszuführen, sondern immer ein paar Secunden bis dahin verflossen.

Ueberblicken wir noch einmal die mit $H_2 SO_4$ und HCl gewonnenen Resultate, so werden wir bemerken, dass sich bei den angewandten Concentrationen kein wesentlicher Unterschied in der Grösse der electromotorischen Kraft ergeben hat. Eine Abhängigkeit letzterer von dem Säuregehalt könnte nach Obigem nur für ganz verdünnte Lösungen existiren. Die Grenze zu finden, oberhalb deren eine solche Abhängigkeit nicht mehr stattfindet, wäre Sache einer speziellen Untersuchung, zu deren Ausführung es mir an Zeit mangelte. Natürlich wird diese Grenze bei den verschiedenen Metallen je nach ihrer Löslichkeit eine verschiedene sein.

Da die durch Concentrationsunterschiede erzeugten Ströme schon vielfach untersucht worden sind, so schien mir zur Bestätigung des Vorigen nur noch erforderlich, Untersuchungen über die electromotorische Kraft zwischen reinen und oxydirten Kupferdrähten anzustellen, worüber, so weit mir bekannt, noch keine genaueren Angaben vorliegen.

Die Kupferdrähte, die ich dazu benutzte, waren ungefähr 2 mm dick und an der zu oxydirenden Stelle mit einem Ueberzug galvanisch reduzirten Kupfers versehen. Das Oxydiren geschah durch Erhitzen. Ueber einer Spiritusflamme war in vertikaler Richtung eine Messingröhre von 20 cm Länge und 4 cm lichtem Durchmesser angebracht, so dass aus ihrem oberen Ende ein heisser Luftstrom von ziemlich constanter Temperatur (150 bis 200° C) austrat. In diesen Luftstrom wurden die Drähte, je nach dem gewünschten Grade der Oxydation, kürzere oder längere Zeit hineingehalten, und es gelang mir nach einiger Uebung, einen ziemlich gleichmässigen Oxydüberzug zu erzielen, was sich durch die gleichmässige Färbung zu erkennen gab.

Zunächst stellte ich mir folgende acht Oxydationsstufen her, die durch ihre sehr schön ausgeprägten Farben sich deutlich von einander unterschieden.

1. hellgelb 2
2. orangegelb 3

3. orangegelb (dunkler) 4
4. orangegelb-röthlich 5
5. roth 6
6. roth-violett 7
7. violett-stahlblau 8
8. weiss-glänzend 9

Rechts ist die Anzahl der Minuten zugefügt, welche die Drähte dem heissen Luftstrom ausgesetzt werden mussten, um die betreffende Farbe zu bekommen.

Jeder dieser oxydirten Kupferdrähte wurde in concentrirter Kupfersulfatlösung zwei Kupferdrähten mit unveränderter Oberfläche gegenübergestellt. Die letzteren konnten nach einander durch das Galvanometer mit dem oxydirten Drahte verbunden werden, eine Einrichtung, die mir der Controle halber nothwendig erschien.

Zur Messung der electromotorischen Kraft erwies sich die gewöhnliche Methode des Compensirens als unzulänglich, da die nach dem Schliessen des Stromkreises sofort eintretende Polarisation eine genaue Bestimmung der ursprünglichen electromotorischen Kraft durch Compensation unmöglich machte. Ausserdem mussten die Bestimmungen möglichst schnell nach dem Eintauchen der Drähte geschehen, da sonst eine Oxydation der reinen Kupferdrähte zu befürchten war. Das compensirende Element wurde daher weggelassen, und nur die ersten Ausschläge am Galvanometer notirt. Aus diesen Ausschlägen konnten später die electromotorischen Kräfte folgendermaassen bestimmt werden: Es wurden in der $Cu\,SO_4$-Lösung zwei Kupferdrähte mit unveränderter Oberfläche einander gegenübergestellt, so dass bei völliger Homogenität derselben das Galvanometer keinen Ausschlag zeigte. Durch den also gebildeten Stromkreis wurde ein schwacher Zweigstrom eines Daniell'schen Elementes geschickt, und der erste Ausschlag am Galvanometer beobachtet. Da die electromotorische Kraft bei der von mir getroffenen Einrichtung in jedem einzelnen Falle bekannt war, so konnte, indem das Mittel aus einigen Beobachtungen genommen wurde, festgestellt werden, welcher electromotorischen Kraft ein Scalentheil Ausschlag entsprach.

Es durfte übrigens nur der erste Ausschlag berücksichtigt werden und es war nicht nöthig, abzuwarten, bis derselbe

constant blieb, weil auch hierbei ein Einfluss der Polarisation zu erkennen war.[1])

Meine Anordnung bei diesen Versuchen war, wie bereits erwähnt, so getroffen, dass mit dem oxydirten Drahte kurz nacheinander zwei reine Kupferdrähte verglichen werden konnten. Von den zwei so erhaltenen Ausschlägen wurde natürlich nur der grössere, der in der Regel auch der zuerst beobachtete war, verwerthet.

In der folgenden Tabelle bedeuten die römischen Ziffern die verschiedenen Oxydationsstufen, und die unter 1 und 2 angeführten Zahlen die in zwei aufeinanderfolgenden Versuchsreihen beobachteten ersten Ausschläge beim Vergleich des oxydirten mit dem reinen Kupferdraht. In der nächsten Columne sind dann die Mittel aus beiden Beobachtungen angegeben, und in der letzten die sich daraus ergebende electromotorische Kraft in Tausendstel Daniell.

Tabelle II.

Lösung von $Cu\,SO_4$ spec. Gew. 1,215
oxydirter Draht negativ gegen den reinen

1 Scalentheil = 0,168 Tausendstel Daniell				
Oxyd.	1	2	Mittelwerth	*e*
I	48	53	50,5	8
II	60	56	58	10
III	72	68	70	12
IV	105	98	101,5	17
V	126	120	123	21
VI	148	154	151	25
VII	160	164	162	27
VIII	148	149	148,5	25

Zwei weitere Versuchsreihen wurden mit acht frisch oxydirten Kupferdrähten in Kaliumsulfatlösung angestellt. Die Drähte waren diesmal noch länger dem heissen Luftstrom aus-

1) Aus Versuchen, die ich über die Dämpfungskraft des von mir benutzten Galvanometers anstellte, ergab sich für das logarithmische Decrement der Schwingungen bei geschlossenem Stromkreise der Werth 0,6002. Demnach müsste bei nicht vorhandener Polarisation sich der erste Ausschlag zum constanten ungefähr, wie 5 : 4 verhalten, während dies Verhältniss gleich 7 : 4 war bei dem Strom zwischen oxydirtem und reinem Kupfer, und gleich 10 : 4 bei dem durch die $Cu\,SO_4$-Lösung gehenden Zweigstrom des Daniell'schen Elementes.

gesetzt, wie das erste Mal, und zeigten nach dem Oxydiren folgende Farben:

1. orangegelb (hell)	5. weiss glänzend	
2. orangegelb (dunkler)	6. messingfarben	ungleiche Farben-vertheilung
3. roth	7. roth, gelb, blau, grün	
4. violett	8. grau-braun	

Tabelle III.

Lösung von K_2SO_4 spec. Gew. 1,087
Oxydirter Draht negativ gegen den reinen.

1 Scalentheil = 3,106 Tausendstel Daniell

Oxyd.	1	2	Mittelwerth	*e*
I	3	3	3	9
II	4	4	4	12
III	2	2	2	6
IV	5	4	4,5	14
V	8,5	7	7,75	24
VI	31	27	29	90
VII	27	24	25,5	79
VIII	31	28	29,5	92

Abgesehen von ein paar kleinen Abweichungen, welche man einer unvollkommenen oder ungleichmässigen Ausbildung der Oxydschicht zuschreiben darf, ergibt sich also, dass die electromotorische Kraft mit zunehmender Oxydation des einen Drahtes wächst. Ihr Maximum (0,092 D.) ist grösser als sämmtliche Werthe, die sich bei den Erschütterungsströmen ergeben haben, wodurch ein Nachweis für die Zulässigkeit meiner auf p. 125—126 gegebenen Erklärung geliefert ist.

In den nun folgenden Tabellen sind die Resultate der mit den übrigen Metallen angestellten Versuche zusammengefasst.

Die Zahlen haben dieselbe Bedeutung, wie in Tabelle I. Ein A bedeutet Abnahme, ein Z Zunahme.

Tabelle IV.
Nickel.

Flüssigkeit		I	II	Bemerkungen
Dest. Wasser mit H_2SO_4	0,8624	+ 1	− 1	
	0,2348	− 2	− 1	
	0,0539	− 23	− 24	
$NiSO_4$ (wenig sauer)	1,130	+ 46	+ 42	sehr empfindlich gegen Polarisation
	1,055	+ 17	+ 14	
	1,020	+ 6	+ 9	Nach kurzer Zeit Umkehrung der Stromrichtuug

Tabelle V.
Cadmium.

Flüssigkeit		I	II	Bemerkungen
Dest. Wasser mit H_2SO_4 [1]	183,00	+7 (*A* b. −3)	+6 (*A* b. −1)	
	20,34	+ 8	+1 (*A* b. −2)	
	0,9898	+ 16	+ 15	Anfangs sehr schnelle Abnahme
	0,6272	+ 15	+ 16	
	0,1127	+ 22	+ 24	
$CdSO_4$	1,135	+ 7	+ 8	
	1,065	+4 (*Z* b. +15)	+4 (*Z* b. +12)	zuerst constant
	1,010	+5 (*Z* b. +21)	+9 (*Z* b. +24)	
$CdBr_2$	1,079	+ 11	+ 10	
$MgSO_4$	1,040	+ 25	+ 25	

Tabelle VI.
Zink.

Flüssigkeit		I	II	Bemerkungen
Dest. Wasser mit H_2SO_4	0,9898	− 29	− 23	
	0,6272	− 9	− 10	zuerst ganz kurze Zeit positiv
	0,1127	− 4	− 1	
$ZnSO_4$	1,400	+ 23	+ 21	
	1,300	+ 22	+ 22	Maximalwerth sehr schnell erreicht
	1,178	+ 19	+ 18	
$MgSO_4$	1,040	+ 17	+ 15	
H_2O (destillirt)		grösser als +150		Widerstand für genaue Messungen zu gross

Tabelle VII.
Silber.

Flüssigkeit		I	II	Bemerkungen
Dest. Wasser mit H_2SO_4	0,772	− 35	− 40	Maximalwerth schnell erreicht
$AgNO_3$	1,105	+ 2	+ 2	Anfangs kein Strom

Bei den beiden letzten Versuchen mit Silber in Silbernitratlösung wurde, um eine chemische Einwirkung des Tageslichtes zu verhindern, die Flüssigkeit mit einer Verdunkelungsvorrichtung umgeben.

Wir finden in diesen Tabellen eine Bestätigung und Er-

1) Wegen des positiven Vorzeichens schien es zweckmässig, in diesem Fall noch höhere Concentrationen anzuwenden.

weiterung dessen, was über die Erschütterungsströme beim Kupfer gesagt ist.

Am deutlichsten zeigt sich dies beim Zink: bei angesäuerten Flüssigkeiten negatives, bei neutralen positives Vorzeichen. Das Wachsen der electromotorischen Kraft mit zunehmendem Säuregehalt des Wassers deutet darauf hin, dass die angewandten Concentrationen noch nicht stark genug waren, um eine vollständige Auflösung der Oxydschicht an der bewegten Electrode herbeizuführen. Die Auflösung war jedoch soweit vorgeschritten, dass das darunter befindliche Zink electromotorisch wirksam wurde, was in desto höherem Grade der Fall sein musste, je kleiner die Dicke der Oxydschicht war. Das positive Vorzeichen, welches im Anfange bei den Lösungen mit geringerem Säuregehalt beobachtet wurde, hat wahrscheinlich seinen Grund in einer durch das Zink bewirkten Wasserzersetzung. Der sich dabei an den beiden Electroden abscheidende Wasserstoff wird von der bewegten entfernt, woraus sich das anfängliche positive Verhalten der ruhenden Electrode erklärt. Bei fortdauernder Bewegung löst sich dagegen auch die Oxydschicht, und das electromotorische Verhalten der bewegten Electrode ändert sich nun nach der positiven Seite.

Fast noch deutlicher, als beim Zink, ist ein Einfluss des Wasserstoffes beim Nickel zu erkennen. Wollte man hier das Vorhandensein desselben in Abrede stellen, so wäre es unerklärlich, wie das electromotorische Verhalten des ruhenden Drahtes mit zunehmender Concentration der beiden angewandten Lösungen sich nach der positiven Seite hin ändern könne. Eine einfache Erklärung findet diese Erscheinung dagegen in einer Wasserzersetzung durch die Nickelelektroden. Da nämlich auch die Nickelsulfatlösung etwas sauer reagirte, so musste bei beiden Flüssigkeiten ein Zunehmen der Concentration eine stärkere Wasserstoffentwickelung zur Folge haben, woraus sich dann das Weitere von selbst ergibt. Im Uebrigen macht sich auch hier derselbe Unterschied in der Richtung der Erschütterungsströme bemerkbar, wie bei Kupfer und Zink.

Weniger deutlich zu erkennen ist dieser Unterschied beim Cadmium, doch sehen wir auch hier mit wachsendem Säuregehalt im Verhalten der ruhenden Electrode eine unverkenn-

bare Aenderung nach der negativen Seite und haben bei der obersten Concentration auch schon einen „anodischen" Erschütterungsstrom. Wir müssen daher annehmen, dass die oben erwähnte Grenze in dem Säuregehalt der Flüssigkeit bei Cadmium höher liegt, wie bei Kupfer, Zink und Nickel. Die übrigen, von mir angewandten Lösungen, $CdSO_4$, $CdBr_2$, $MgSO_4$, haben, wie zu erwarten war, das positive Zeichen ergeben; bei $CdSO_4$ ist ausserdem wieder mit abnehmender Concentration ein Steigen der electromotorischen Kraft zu bemerken. Dieselbe Erscheinung ist bereits bei Cu in lufthaltigem $CuSO_4$ besprochen worden.

Die mit Silber angestellten Versuche berechtigen zu der Annahme, dass es sich auch hier um die Bildung eines Oxydes handelt. Es lag mir natürlich besonders in diesem Falle daran, zwei völlig homogene Electroden herzustellen. Soweit dies überhaupt möglich ist, erreichte ich es auch, da beim Vergleiche derselben das Galvanometer nicht den geringsten Strom anzeigte, sodass eine Polarisation der Electroden ausgeschlossen war.

IV. Zusammenstellung der gewonnenen Resultate.

Zum Schlusse sei noch einmal eine kurze Uebersicht über die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit gegeben.

Sämmtliche, von mir angewandten Metalle erleiden beim Eintauchen in eine Flüssigkeit eine Veränderung ihrer Oberfläche, die zwar nicht immer dem Auge sichtbar ist, sich aber stets durch die Aenderung in ihrem electromotorischen Verhalten bemerklich macht.

Wird nun eine von zwei Electroden desselben Metalles in einer Flüssigkeit bewegt, so kann zweierlei eintreten:

1. Die Oberflächenschicht wird von der bewegten Electrode soweit gelöst, dass sich zwei ungleiche Erreger gegenüber stehen. Dann ist die ruhende Electrode negativ gegen die bewegte.

2. Die Lösung geht so schwach vor sich, dass nur die benachbarten Flüssigkeitsschichten verändert werden, und ein Concentrationsstrom entsteht. In diesem Fall ist die ruhende Electrode positiv gegen die bewegte.

Beide Wirkungen können sich auch über einander lagern.

Eine Abhängigkeit der electromotorischen Kraft von der Concentration findet statt

1. bei äusserst verdünnten Säuren, in denen die Auflösung der Oxydschicht nur so weit vor sich geht, dass das darunter befindliche Metall zwar electromotorisch wirksam wird, aber noch nicht entblösst ist. (Eine Abnahme des Säuregehalts hat dann auch ein Sinken der electromotorischen Kraft zur Folge).

2. bei stark lufthaltigen Lösungen, in denen die Auflösung der Oxydschicht eine noch geringere ist. (Hier nimmt, wie bei den Warburg'schen Luftelementen, die electromotorische Kraft mit abnehmender Concentration zu).

Die für die electromotorische Kraft $CuO \mid CuSO_4 \mid Cu$ und $CuO \mid K_2SO_4 \mid Cu$ gefundenen Werthe können ihrem Vorzeichen und ihrer Grösse nach als eine Bestätigung der für die „anodischen“ Erschütterungsströme gegebenen Erklärung angesehen werden.

Auch beweisen die mit Kupferoxyd angestellten Versuche die sub 1. angeführte Aenderung der electromotorischen Kraft.

Eine Ausnahme von der genannten Regel kann dann eintreten, wenn durch das Metall eine Wasserzersetzung verursacht wird, wie es z. B. bei Nickel und Zink der Fall ist. In solchen Fällen zeigt sich im electromotorischen Verhalten der ruhenden Electrode eine Aenderung nach der positiven Seite, welche unter Umständen die Wirkung der Oxydschicht noch überwiegen kann.

VIII. *Ueber die Gordon-Winkelmann'sche Methode zur Messung von Dielectricitätsconstanten; von E. Cohn.*

---

1. Vor einiger Zeit hat Winkelmann[1]) eine sehr einfache Methode zur Messung von Dielectricitätsconstanten (D.-C.) angegeben und ihre Brauchbarkeit an einer Reihe fester und flüssiger Substanzen geprüft. Die Resultate sind in guter Uebereinstimmung mit denjenigen, welche von anderen Beobachtern nach anderen Methoden gewonnen wurden.

Neuerdings hat nun Tschegläjew[2]) Beobachtungen angestellt nach einer Methode, welche von der Winkelmann'schen in nichts Wesentlichem abweicht. Die Resultate aber widersprechen in höchst auffälliger Weise denjenigen aller früheren Beobachter; sie ergeben nämlich durchweg die Bestätigung der Beziehung $K = n_\infty^2$, wo K die D.-C. und n_∞ den *aus optischen Daten berechneten* Werth des Brechungsexponenten für unendlich lange Wellen bezeichnet. Tschegläjew gibt z. B. für Wasser $K = 1,75$, während alle übrigen Beobachter Werthe in der Nähe von 80 gefunden haben; um so besser stimmt freilich $\sqrt{1,75} = 1,323$[3]) mit $n_\infty = 1,323$. Aehnlich verhält es sich mit Aethylalkohol und Amylalkohol.

Indem ich mir von der Entstehung dieser zweifellos falschen Versuchsresultate Rechenschaft zu geben suchte, bemerkte ich, dass der Winkelmann'schen Methode ein principieller Fehler anhaftet, dessen Einfluss wohl durch die Sorgfalt und vorurtheilsfreie Kritik des Beobachters bis zu einem gewissen Grade beseitigt werden kann, — welchen hervorzuheben ich aber um so mehr für nothwendig halte, als die Methode sich durch Einfachheit der Apparate und der Beobachtung vor allen anderen empfiehlt.

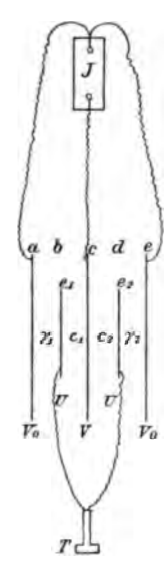
---

1) Winkelmann, Wied. Ann. **38.** p. 161. 1889.

2) Tschegläjew, J. d. russ. phys.-chem. Ges. **23.** (2) p. 470. 1891 (russisch); Ref. Beibl. **15.** p. 651.

3) Nach dem *Original* citirt.

2. Winkelmann's Methode steht in engster Beziehung zu derjenigen, nach welcher bereits vor längerer Zeit Gordon[1]) D.-C. bestimmt hat. Die Veränderungen stellen sich wesentlich als Vereinfachungen dar; sie bestehen darin, dass Winkelmann erstens als Messinstrument ein Telephon statt eines Electrometers benutzt, zweitens zwei Condensatorplatten entfernt. Denken wir uns an Gordon's Versuchsanordnung die ersterwähnte Abänderung vorgenommen, die zweite aber zunächst nicht, so entsteht folgendes Schema (vgl. die Figur):



Mit dem einen Pol der secundären Rolle eines Inductoriums I sind die Platten a und e, mit dem anderen Pol ist die Platte c verbunden; zwischen den Platten b und d befindet sich eine Leitung, in welche ein Telephon T eingeschaltet ist. Ist zu beiden Seiten von c alles symmetrisch, so wird das Telephon schweigen. Wird dann zwischen a und b eine dielectrische Schicht eingeschoben, so wird es tönen, — aber dadurch wiederum zum Schweigen gebracht werden können, dass man die Platte a um eine bestimmte Strecke von b entfernt. Aus der Grösse dieser Verschiebung und der Dicke der dielectrischen Schicht berechnet sich dann ihre D.-C. K — wenn der Plattenabstand klein ist gegen die Dimensionen der Platten — nach dem Princip, dass eine Schicht des Dielectricums von der Dicke d gleichwerthig ist einer Luftschicht von der Dicke d/K.

Wir haben die Bedingung für das Verstummen des Telephons analytisch zu formuliren. Die Bedingung ist diese: beim Spiel des Inductoriums müssen die Potentiale der Platten b und d einander gleich bleiben, ohne dass ein Austausch von Electricität zwischen ihnen stattfindet. Es seien nun die geometrischen Verhältnisse derartig, dass die Platte b im elec-

---

1) Gordon, Treatise on Electr. and Magn. 1. p. 109 ff.; auch bei Mascart, Statische Electr., deutsch von Wallentin. 1. p. 893 ff.; Wiedemann, Electr. 2. p. 39.

trischen Sinne als von a und c völlig eingeschlossen betrachtet werden kann (und ebenso d von c und e). Es bezeichne

V_0 das Potential von a und e
V „ „ „ c
U „ „ „ b und d
e_1 die Electricitätsmenge auf b
e_2 „ „ „ d,

dann ist

$$\begin{cases} e_1 = c_1(U - V) + \gamma_1(U - V_0) \\ e_2 = c_2(U - V) + \gamma_2(U - V_0), \end{cases}$$

wo die c und γ positive Coefficienten bezeichnen, deren Werthe sich ändern, wenn in dem betreffenden Raum (vgl. die Figur) planparallele Schichten eines anderen Dielectricums eingeschoben werden. Die gesuchte Bedingung kann also so formulirt werden: Die Coefficienten c und γ müssen solche Werthe haben, dass bei willkürlichen Aenderungen von V und V_0 die Grössen e_1 und e_2 constant bleiben. Das ergibt:

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}.$$

Diese Bedingungsgleichung folgt aber ebenso, wenn man nur für V willkürliche Aenderungen zulässt, dagegen für V_0 einen festen Werth vorschreibt, indem man die Platten a und e sammt dem einen Pol des Inductoriums zur Erde ableitet.

3. Aus dieser zuletzt erwähnten Anordnung entsteht nun Winkelmann's Versuchsschema, wenn wir die Platten a und e in grosse Entfernung gebracht denken.[1]) Die Veränderung, die hierdurch hervorgebracht wird, lässt sich im allgemeinsten Falle in folgender Weise aussprechen: Bisher endeten alle Kraftlinien, die von b (bez. d) ausgehen, entweder auf a (bez. e) oder auf c. Jetzt endet ein Theil der Kraftlinien auf c, der Verlauf der übrigen ist durch das Versuchsschema nicht bestimmt; sie finden ihr Ende auf den Leitern der Umgebung, den Begrenzungsflächen des Zimmers, dem Körper des Beobachters. Dieser ganze von Kraftlinien erfüllte Raum bildet jetzt das Object der Messung; jede Lagenänderung von Körpern in diesem Raum ändert die Vertheilung der Kraftlinien.

1) Das Dielectricum wird dann zwischen b und c eingeschoben.

Nehmen wir den einfachsten Fall, der zugleich meistens der Wirklichkeit entsprechen wird: alle umgebenden Leiter seien — in *electrostatisch* ausreichender Weise — mit der Erde verbunden. Dann bleibt die *Form* unseres Ansatzes bestehen, nur die Werthe der Coefficienten sind geändert. Es folgt:

a) Die Coefficienten γ_1 und γ_2 werden im allgemeinen nicht einander gleich sein; das Verstummen des Telephons wird folglich im allgemeinen nicht bei symmetrischer Stellung der Platten *b* und *d* gegenüber *c* (und Luft auf beiden Seiten) eintreten. So verhielt es sich thatsächlich bei Winkelmann's Versuchen.[1])

b) Dieser Umstand beeinträchtigt das Versuchsresultat nicht, sofern γ_1 und γ_2 nur während des Versuches constant bleiben, — d. h. sofern ausser der Einführung der dielectrischen Schicht im ganzen Felde keine Veränderungen vor sich gehen. Hingegen

c) jede Veränderung in der Umgebung, z. B. jeder Ortswechsel des Beobachters zwischen den beiden Theilen des Versuches, bildet eine Fehlerquelle, deren Einfluss sich der genauen Berechnung entzieht.

Wohl definirte Verhältnisse gewinnt man hier, wie bei allen electrostatischen Messungen nur dadurch, dass man das electrische Feld durch gute Leiter allseitig begrenzt. Eine Anordnung nach dem Schema unserer Figur würde dieser Forderung genügen und keinen der Vorzüge opfern, welche Winkelmann's Methode im übrigen auszeichnen.

Strassburg i. E., März 1892.

---

1) Winkelmann, l. c. p. 164.

IX. *Mechanische Darstellung der electromagnetischen Erscheinungen in ruhenden Körpern; von A. Sommerfeld.*

Um zu einer mechanischen Darstellung der magnetischen Kraft zu gelangen, macht Sir W. Thomson die Hypothese [1]), der Aether sei ein incompressibler Stoff, welcher *Quasi-Starrheit* besitzt; d. h. zur Rotation eines Volumenelementes des Aethers wird eine Kraft erfordert, welche dem *Drehungswinkel* proportional ist. Sonstigen Bewegungen und Formveränderungen gegenüber verhält sich der Aether wie eine reibungslose Flüssigkeit. Wir adoptiren diese Hypothese, wollen sie aber in anderer Richtung verwerthen, wie Thomson, indem wir diejenige Grösse der electrischen Kraft proportional setzen, welche Thomson für die magnetische in Anspruch nimmt und indem wir ausser den Rotations- auch Translationsbewegungen des Aethers betrachten. Wir kommen so zu einem Gleichungssysteme, welches genau mit den Gleichungen von Hertz für die electromagnetischen Erscheinungen in Nichtleitern übereinstimmt.

Die Hypothese von Sir W. Thomson wird gewissermaassen ergänzt durch die folgende: Der Aether bewegt sich wie eine incompressible Flüssigkeit, welche *Quasi-Viscosität* besitzt: das soll heissen: der Rotation eines Volumenelementes wirkt eine Kraft entgegen, welche proportional der *Drehungsgeschwindigkeit* ist. Diese Hypothese führt zu einem Gleichungssystem, welches mit den Gleichungen von Hertz für einen vollkommenen (d. h. dielectrisch nicht polarisirbaren) Leiter identisch ist. Danach wäre der Unterschied zwischen Leiter und Nichtleiter der, dass der Aether im Leiter sich ähnlich wie eine reibende Flüssigkeit, im Nichtleiter ähnlich wie ein fester Körper verhält. Eine Combination beider Eigenschaften gibt die allgemeinen Gleichungen für den Zusammenhang der electrischen und magnetischen Kräfte.

---

1) Sir W. Thomson, Mathematical and Physical Papers 3. Art. 49. § 24 u. f.

Durch diese Modifikationen bez. Erweiterungen der Thomson'schen Hypothese genügt man den Anforderungen, welche man nach Thomson an eine befriedigende Darstellung der electrodynamischen Erscheinungen zu stellen hat.[1]) Es fragt sich aber, ob die Quasi-Starrheit und die Quasi-Viscosität physikalisch denkbar sind. Die erstere erläutert Thomson durch ein Modell[2]), indem er ohne Annahme von Kräften die gewünschte Beschaffenheit des Aethers lediglich durch die Eigenschaften fester und flüssiger Körper und durch Bewegungen solcher erklärt. Ein Modell für die Quasi-Viscosität ist leicht hergestellt, wenn man die Anwesenheit der ponderabeln Molecüle in Leitern berücksichtigt. Auch im Leiter möge der Aether als reibungslose Flüssigkeit gedacht werden, welche die ponderabeln Molecüle benetzt. Die Molecüle bestehen aus einem kugelförmigen Kern und einer ihn umhüllenden Schale. Der Kern wird durch die hier zu betrachtenden Vorgänge nicht bewegt, dagegen wird die Schale rotirt u. zw. nothwendigerweiser mit derselben Geschwindigkeit wie die umgebende Aetherflüssigkeit. An der Grenze von Schale und Kern entstehen dann Reibungskräfte, welche der üblichen Annahme zufolge der relativen Geschwindigkeit beider, d. i. der absoluten Rotationsgeschwindigkeit des Aethers proportional sind. Bei der complicirten molecularen Zusammensetzung der Körper werden in Wirklichkeit die Verhältnisse nicht so einfach liegen. Es sollte durch die vorstehende Auseinandersetzung nur gezeigt werden, dass der quasi-reibende Aether physikalisch nicht undenkbar ist.

Die Annahme eines gewöhnlichen festen Körpers bez. einer gewöhnlichen reibenden Flüssigkeit für den Aether genügt, wenn man sich auf das Innere eines Nichtleiters bez. eines Leiters beschränkt; die Quasi-Zustände werden wegen der Vorgänge an der Grenze zweier Medien eingeführt.

§ 1. Bewegungsgleichungen des freien Aethers.

Wir nennen ξ, η, ζ die Verrückungscomponenten eines Punktes x, y, z in einem nach den Coordinatenaxen orien-

1) Sir W. Thomson, § 47 der citirten Abh.

2) Sir W. Thomson, Math. and Phys. Pap. Art. 50. und Art. 52 § 21—23.

tirten rechtwinkeligen Volumenelement mit der Dichtigkeit ϱ. Die Geschwindigkeitscomponenten heissen u, v, w, die Componenten des Drehungswinkels U, V, W, so dass

$$u = \frac{\partial \xi}{\partial t}, \quad v = \frac{\partial \eta}{\partial t}, \quad w = \frac{\partial \zeta}{\partial t},$$

$$U = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial z}\right), \quad V = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial \xi}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial x}\right), \quad W = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial y}\right).$$

Zu einer Drehung um den Winkel U wird der Voraussetzung nach eine Kraft erfordert, welche proportional zu U, also etwa gleich $(k/2)\,U$ ist. Es treten daher ausser den gewöhnlichen Druckkräften:

$$(1) \qquad X_x = Y_y = Z_z = p$$

die folgenden auf:

$$(1) \qquad Y_z = -Z_y = \frac{k}{2}U, \quad Z_x = -X_z = \frac{k}{2}V, \quad X_y = -Y_x = \frac{k}{2}W.$$

Für die Bewegung parallel der X-Axe gilt daher die Gleichung:

$$\varrho \frac{d^2 \xi}{d t^2} = \frac{k}{2}\left(\frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial y}\right) - \frac{\partial p}{\partial x}.$$

Hier ist

$$\frac{d^2 \xi}{d t^2} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}.$$

Wir setzen voraus [1]), dass die vorkommenden Geschwindigkeiten sämmtlich so klein sind, dass auf der rechten Seite die letzten Glieder gegen das erste vernachlässigt werden dürfen. Dann ist in erster Annäherung $(d^2 \xi / d t^2) = (\partial u / \partial t)$. Unsere obige Gleichung lautet daher nebst 2 entsprechenden:

$$\varrho \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{k}{2}\left(\frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial y}\right) - \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\varrho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{k}{2}\left(\frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial z}\right) - \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\varrho \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{k}{2}\left(\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x}\right) - \frac{\partial p}{\partial z}.$$

Wir betrachten nur solche Bewegungen, bei denen der Aether im Unendlichen ruht. Dann ist im Unendlichen $\partial p / \partial x = \partial p / \partial y = \partial p / \partial z = 0$. Wir differentieren die 1., 2. und 3. der vorstehenden Gleichungen bez. nach x, y und z, wobei wir voraussetzen, dass die hierbei auftretenden Diffe-

1) Vgl. Sir W. Thomson, Math. and Phys. Pap. Art. 49. § 11.

rentialquotienten; $\partial \varrho u / \partial x$ etc., $\partial^2 V / \partial x \partial z$ etc. exist
Durch Summation ergibt sich dann wegen der Incomp
bilitätsbedingung $\Delta p = 0$. Aus den vorstehenden Gleichu
für p folgt[1]: p ist constant, d. h. unabhängig von x,
Unsere Gleichungen gehen daher über in:

$$\text{(2a)} \quad \left\{ \begin{aligned} \varrho \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{k}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial y} \right) \\ \varrho \frac{\partial v}{\partial t} &= \frac{k}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial z} \right) \\ \varrho \frac{\partial w}{\partial t} &= \frac{k}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x} \right). \end{aligned} \right.$$

Als Definitionsgleichnng für U gilt: $U = \frac{1}{2}(\partial \zeta / \partial y - \partial \eta /$
Aus dieser und den entsprechenden Gleichungen für V
W folgt durch Differentiation nach t:

$$\text{(2b)} \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial V}{\partial t} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial W}{\partial t} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right), \end{aligned} \right.$$

und durch Differentiation derselben Gleichungen nach x,
und Summation:

$$\text{(2c)} \quad \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0;$$

endlich fügen wir noch die Incompressibilitätsbedingung hi

$$\text{(2d)} \quad \frac{\partial \varrho u}{\partial x} + \frac{\partial \varrho v}{\partial y} + \frac{\partial \varrho w}{\partial z} = 0.$$

Die in der Volumeinheit des Aethers enthaltene ki
sche Energie beträgt:

$$E_k = \frac{\varrho}{2} (u^2 + v^2 + w^2)$$

und die bei der Drehung eines Volumelementes aufgewa
Arbeit, gleichfalls berechnet auf die Einheit des Volumer

$$E_p = \frac{k}{2} (U^2 + V^2 + W^2).$$

---

1) Vgl. Kirchhoff, Mechanik, 16. Vorlesung § 7.

Wir nennen Ep die potentielle Energie; diese Bezeichnung wird dadurch gerechtfertigt; dass, wie sich aus bekannten Rechnungen [1]) ergibt, für ein vollständiges System [2]), d. h. für ein Gebiet, auf dessen Oberfläche entweder die u, v, w oder die U, V, W sämmtlich verschwinden, die Gleichung besteht:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int d\tau\,(E_k + E_p) = 0.$$

Die gesammte Energie ist

$$(3)\quad E = E_p + E_k = \frac{k}{2}(U^2 + V^2 + W^2) + \frac{\varrho}{2}(u^2 + v^2 + w^2).$$

§ 2. **Bewegungsgleichungen in Nichtleitern.**

Unsere bisherigen Gleichungen stellen die electrodynamischen Erscheinungen im freien Aether dar. Aendern wir die Werthe der Constanten k und ϱ, so kommen wir zu den Gleichungen für Nichtleiter im allgemeinen. Wir zeichnen die Werthe dieser Grössen im freien Aether durch den Index 0 aus, und nennen die Verhältnisszahlen:

$$\varepsilon = \frac{k_0}{k}, \qquad \mu = \frac{\varrho}{\varrho_0},$$

die Dielectricitäts- bez. die Magnetisirungsconstante des betreffenden Nichtleiters. Ferner möge

$$A = 2\sqrt{\frac{\varrho_0}{k_0}}$$

die „reciproke Lichtgeschwindigkeit im freien Aether" heissen. Endlich definiren wir als electrische und magnetische Kräfte Grössen X, Y, Z, L, M, N, welche mit U, V, W, u, v, w proportional sind, nämlich

$$X = c_1 U, \quad Y = c_1 V, \quad Z = c_1 W \qquad c_1 = \frac{k}{k_0}\sqrt{4\pi k_0}$$

$$L = c_2 u, \quad M = c_2 v, \quad N = c_2 w \qquad c_2 = -\sqrt{4\pi\varrho_0}.$$

Dann gehen die Gleichungen (2a) und (2b) über in die Gleichungen (4) bei Hertz und die Gleichung (3) in:

$$(3\text{a})\quad E = \frac{\varepsilon}{8\pi}(X^2 + Y^2 + Z^2) + \frac{\mu}{8\pi}(L^2 + M^2 + N^2).$$

1) Vgl. z. B. H. Hertz, Wied. Ann. **40.** p. 583. § 3. 1890.

2) Vgl. H. Hertz, Wied. Ann. **40.** p. 601. § 11. 1800.

Aus den Gleichungen (2c) und (2d) ergibt sich ausserdem:

$$(4c)(4d) \quad \frac{\partial \varepsilon X}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon Y}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon Z}{\partial z} = 0 = \frac{\partial \mu L}{\partial x} + \frac{\partial \mu M}{\partial y} + \frac{\partial \mu N}{\partial z}.$$

Die Giltigkeit der ersten dieser Gleichungen soll jedoch beschränkt werden. Es könnte nämlich sein, dass die Differentiationen, welche zu der Gleichung (2c) führten, unerlaubt sind. Wir schreiben den ponderabeln Molecülen die Eigenschaft zu, den Aether derartig unstetig zu verdrehen, dass dieses eintritt und sagen, dass da, wo die Gleichung (4c) nicht erfüllt ist, sich eine gewisse Menge „wahrer Electricität" befinde. Im freien Aether, wo ponderable Molecüle nicht vorhanden sind, ist die Gleichung (4c) nothwendigerweise stets erfüllt. (Vgl. hierzu § 7 dieser Arbeit.)

§ 3. Bewegungsgleichungen des Aethers in vollkommenen Leitern.

Wir betrachten, wie früher, ein parallelopipedisches Volumelement. Die Verückungscomponenten seien ξ, η, ζ, die Componenten der Geschwindigkeit u, v, w. Mit U, V, W bezeichnen wir (im Gegensatz zu dem Früheren) die Rotationsgeschwindigkeiten (Wirbelcomponenten), so dass z. B. wird:

$$U = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right)$$

Nach unseren fundamentalen Annahmen besitzt der Aether in Leitern „Quasi-Viscosität", d. h. bei der Rotation des Theilchens tritt eine Kraft auf, welche der Rotation entgegenwirkt und der Rotationsgeschwindigkeit proportional ist. Bezeichnet daher $\sigma/2$ eine die Quasi-Viscosität messende Constante, p und ϱ, wie früher, Druck und Dichtigkeit, so sind die im Volumelement auftretenden Druckkräfte gegeben durch

$$(5) \quad \begin{cases} Y_z = -Z_y = \frac{\sigma}{2} U, \; Z_x = -X_z = \frac{\sigma}{2} V, \; X_y = -Y_x = \frac{\sigma}{2} W. \\ X_x = Y_y = Z_z = p \end{cases}$$

Setzt man auch hier die Geschwindigkeiten genügend klein voraus, so schliesst man wie in § 1, dass p in erster Annäherung von x, y, z unabhängig ist und erhält die Gleichungen:

$$(6a)\quad \begin{cases} \varrho \dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{\sigma}{2}\left(\dfrac{\partial V}{\partial z} - \dfrac{\partial W}{\partial y}\right) \\ \varrho \dfrac{\partial v}{\partial t} = \dfrac{\sigma}{2}\left(\dfrac{\partial W}{\partial x} - \dfrac{\partial U}{\partial z}\right) \\ \varrho \dfrac{\partial w}{\partial t} = \dfrac{\sigma}{2}\left(\dfrac{\partial U}{\partial y} - \dfrac{\partial V}{\partial x}\right), \end{cases}$$

wo die U, V, W jetzt definirt sind durch die Gleichungen:

$$(6b)\quad U = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) \quad V = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) \quad W = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

Die in der Volumeinheit enthaltene kinetische Energie ist, wie früher:

$$E_k = \frac{\varrho}{2}(u^2 + v^2 + w^2).$$

Wir sind aber nicht berechtigt, die Grösse

$$E_w = \sigma(U^2 + V^2 + W^2)$$

als potentielle Energie zu bezeichnen. Vielmehr folgt aus den Gleichungen (6) durch bekannte Rechnungen, dass für ein vollständiges System gilt:

$$\int d\tau \frac{\partial E_k}{\partial t} = -\int d\tau\, E_w$$

Die rechts stehende Grösse liefert die in der Zeiteinheit für die electromagnetischen Vorgänge verlorengehende Energiemenge. Wir nehmen an, dass wie bei allen Reibungserscheinungen die verschwindende kinetische Energie in Wärme umgesetzt wird und nennen E_w die *„Joule'sche Wärme"*.

§ 4. Bewegungsgleichungen in Halbleitern.

Der vollkommene Leiter ist lediglich eine Abstraction. Die in der Natur vorkommenden dielectrisch polarisirbaren Leiter, die „Halbleiter", erklären wir durch eine Vereinigung der Eigenschaften von Leiter und Nichtleiter. In dieser Hinsicht nehmen wir die sonst schon aufgestellte Hypothese an, dass ein Halbleiter anzusehen sei als ein Leiter in dem nichtleitende, oder als ein Nichtleiter, in dem leitende Teilchen eingelagert sind. Denken wir an die in der Einleitung versuchte Erklärung der Quasi-Viscosität, so ergiebt sich dieses von selbst. Wir haben dann um jedes der ihrer Lage nach festen ponderabeln Molecüle einen Raum abzugrenzen, die

Wirkungssphäre der Molecüle, in welchem der Aether Quasi-Viscosität besitzt, da in ihm die Eigenschaften des Aethers wesentlich durch die Anwesenheit der Molecüle bestimmt werden. In den übrig bleibenden Theilen des Raumes wird der Aether sich im Wesentlichen so verhalten, als ob ponderable Molecüle überhaupt nicht vorhanden wären. Hier wird dem Aether demnach Quasi-Starrheit zukommen.

Wir machen im Folgenden die vereinfachende Annahme, dass die beiden Zustände des Aethers unvermittelt ineinander übergehen, eine Annahme, mit der wir uns der Wirklichkeit jedenfalls annähern werden, und dass die Dichtigkeit des Aethers in den leitenden und nichtleitenden Theilchen dieselbe sei. In dem Volumelemente $d\tau$ sei $\alpha\, d\tau$ das Volumen der nichtleitenden, $(1-\alpha)\, d\tau$ das der leitenden Theile. Es muss $d\tau$ so gross sein, dass zu einem Volumelemente $d\tau'$ von gleicher Grösse und anderer Lage eine Zahl α' gehört, welche sich nicht merklich von α unterscheidet. Für nichtleitende bez. für leitende Partikelchen bedeuten $\xi^{(1)}\ldots$, $\xi^{(2)}\ldots$, $u^{(1)}\ldots$ $u^{(2)}\ldots$, $U^{(1)}\ldots$, $U^{(2)}\ldots$ dieselben Grössen, welche früher ξ, u, U hiessen, so dass z. B. wird:

$$U^{(1)} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \zeta^{(1)}}{\partial y} - \frac{\partial \eta^{(1)}}{\partial z}\right), \quad U^{(2)} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w^{(2)}}{\partial y} - \frac{\partial v^{(2)}}{\partial z}\right).$$

Die Gleichungen für die Bewegung eines nichtleitenden Theilchens parallel der X-Axe lauten dann:

$$(7\text{a}) \quad \varrho \frac{\partial u^{(1)}}{\partial t} = \frac{\sigma}{2}\left(\frac{\partial V^{(1)}}{\partial z} - \frac{\partial W^{(1)}}{\partial y}\right), \quad \frac{\partial U^{(1)}}{\partial t} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w^{(1)}}{\partial y} - \frac{\partial v^{(1)}}{\partial z}\right)$$

und die entsprechenden Gleichungen für ein leitendes Theilchen:

$$(7\text{b}) \quad \varrho \frac{\partial u^{(2)}}{\partial t} = \frac{\sigma}{2}\left(\frac{\partial V^{(2)}}{\partial z} - \frac{\partial W^{(2)}}{\partial y}\right), \quad U^{(2)} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w^{(2)}}{\partial y} - \frac{\partial v^{(2)}}{\partial z}\right).$$

Wir müssen jetzt Grössen $u\ldots$, $U\ldots$ einführen, welche dem *Gemische* (und nicht den *Teilen* desselben) charakteristisch sind. In dieser Beziehung bieten sich die Componenten der Bewegung des Schwerpunktes von $d\tau$ dar, nämlich:

$$(8) \quad \begin{cases} u = \alpha\, u^{(1)} + (1-\alpha)\, u^{(2)}, \quad v = \alpha\, v^{(1)} + (1-\alpha)\, v^{(2)}, \\ \qquad w = \alpha\, w^{(1)} + (1-\alpha)\, w^{(2)} \end{cases}$$

An der Grenze eines leitenden und nichtleitenden Partikels müssen die zur Trennungsfläche senkrechten Kraftcom-

ponenten einander gleich sein. Längs einer der Y-Z-Ebene parallelen Trennungsfläche wird daher:

$$(9)\quad \begin{cases} k\,V^{(1)} = \sigma\,V^{(2)}, \quad k\,W^{(1)} = \sigma\,W^{(2)}, \\ \text{Ebenso wird:} \\ \qquad k\,U^{(1)} = \sigma\,U^{(2)}. \end{cases}$$

da auch Stellen vorhanden sein müssen, an denen die Trennungsfläche der Z-X und der X-Y-Ebene parallel ist. Da wir uns ferner $d\tau$ so klein denken, dass in seinem Innern die Grössen $U^{(1)}$.. für die nichtleitenden und $U^{(2)}$ für die leitenden Theile als constant angesehen werden dürfen, so folgt, dass die in den Gleichungen (9) vorkommenden Grössen für das in $d\tau$ enthaltene Gemisch charakteristisch sind.

Multiplicirt man die Gleichungen (7a) und (7b) mit α und $1 - \alpha$ und addirt, so ergibt sich, wenn man noch U.., statt $U^{(1)}$.. schreibt mit Rücksicht auf (8):

$$(10)\quad \begin{cases} \varrho\,\dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{k}{2}\left(\dfrac{\partial V}{\partial z} - \dfrac{\partial W}{\partial y}\right), & \alpha\,\dfrac{\partial U}{\partial t} + (1-\alpha)\dfrac{k}{\sigma}\,U = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w}{\partial y} - \dfrac{\partial v}{\partial z}\right) \\ \varrho\,\dfrac{\partial v}{\partial t} = \dfrac{k}{2}\left(\dfrac{\partial W}{\partial x} - \dfrac{\partial U}{\partial z}\right), & \alpha\,\dfrac{\partial V}{\partial t} + (1-\alpha)\dfrac{k}{\sigma}\,V = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial z} - \dfrac{\partial w}{\partial x}\right) \\ \varrho\,\dfrac{\partial w}{\partial t} = \dfrac{k}{2}\left(\dfrac{\partial U}{\partial y} - \dfrac{\partial V}{\partial x}\right), & \alpha\,\dfrac{\partial W}{\partial t} + (1-\alpha)\dfrac{k}{\sigma}\,W = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial v}{\partial x} - \dfrac{\partial u}{\partial y}\right) \end{cases}$$

Als kinetische Energie der Volumeinheit des Gemisches bezeichnen wir hier die Grösse:

$$E_k = \frac{\varrho}{2}(u^2 + v^2 + w^2);$$

die potentielle Energie eines leitenden Theilchens ist 0, die eines nichtleitenden, dividirt durch das Volumen desselben, ist: $k/2\,(U^2 + V^2 + W^2)$ und die gesammte potentielle Energie in der Volumeinheit:

$$E_p = \frac{k}{2}\,\alpha\,(U^2 + V^2 + W^2)$$

Die gesammte Energie ist daher:

$$(11)\quad E = E_p + E_k = \frac{\alpha k}{2}(U^2 + V^2 + W^2) + \frac{\varrho}{2}(u^2 + v^2 + w^2).$$

Die in der Einheit des Volumens entwickelte Wärme beträgt:

$$E_w = (1-\alpha)\,\sigma\,(U^{(2)2} + V^{(2)2} + W^{(2)2}) = (1-\alpha)\frac{k^2}{\sigma}(U^2 + V^2 + W^2)$$

und für ein vollständiges System gilt die Gleichung:

$$\int d\tau \left(\frac{\partial E_k}{\partial t} + \frac{\partial E_p}{\partial t} + E_w \right) = o.$$

Die Abnahme der kinetischen Energie wird also zum Theil ersetzt durch eine Zunahme der potentiellen, zum Theil durch das Auftreten von Reibungswärme.

§ 5. Die Constanten des Halbleiters.

Wir definiren die Grössen

$$\mu = \frac{\varrho}{\varrho_0}, \qquad \varepsilon = \frac{\alpha k_0}{k}, \qquad 4\pi\lambda = \frac{(1-\alpha)k_0}{\sigma}$$

als Magnetisirungs-, Dielectricitäts- und specifische Leitungsconstante. (Aus dieser Definition ergibt sich die frühere in § 2 für $\alpha = 1$.) Ferner definiren wir die Grössen X, Y, Z, L, M, N, c_1, c_2 durch dieselben Gleichungen wie in § 2. Dann gehen die Gleichungen (10) über in die Gleichungen (6a) und (6b) bei Hertz, d. h. in die allgemeinen Gleichungen für den Zusammenhang der electrischen und magnetischen Kräfte in homogenen isotropen Medien. Gleichzeitig nimmt (11) wieder die Form der Gleichung (3a) an. Wir erwähnen noch die Formeln:

$$T = \frac{\varepsilon}{4\pi\lambda} = \frac{(1-\alpha)k}{\sigma} \quad \text{und} \quad \sqrt{\varepsilon\mu}\,A = 2\sqrt{\frac{\alpha\varrho}{k}};$$

Die erstere Grösse ist eine dem Halbleiter charakteristische Zeit, die „Relaxationszeit", die letztere eine reciproke Geschwindigkeit, die „Lichtgeschwindigkeit".

§ 6. Oberflächenbedingungen.

Es sei 0 ein Element der Trennungsfläche zwischen den Medien 1 und 2. Das Coordinatensystem sei so gewählt, dass 0 der XY-Ebene parallel ist. Wir fragen zunächst nach den Bedingungen für die magnetischen Kräfte. Jedenfalls muss die Masse der während einer gewissen Zeit in 0 ein- und ausströmenden Flüssigkeit dieselbe sein; es muss also sein: $\varrho_1 w_1 = \varrho_2 w_2$. Daraus folgt (vgl. § 2 und 5):

$$\mu_1 N_1 = \mu_2 N_2. \tag{12a}$$

Unstetige Aenderungen der Componenten u und v beim Durchgange durch 0 können nicht zu Stande kommen, da die

entgegenwirkenden Kräfte $k/2\,U$, $k/2\,V$ unendlich gross sein würden. Es wird also:

(12b) $\quad u_1 = u_2, \quad v_1 = v_2$ oder $L_1 = L_2, \quad M_1 = M_2$.

Ferner müssen die zu 0 senkrechten Druckcomponenten — das sind: X_z, Y_z, Z_z — auf beiden Seiten gleich sein. Es muss also sein:

$$k_1\,U_1 = k_2\,U_2, \quad k_1\,V_1 = k_2\,V_2.$$

Daraus folgt nach § 2 und § 5:

(13a) $$X_1 = X_2, \quad Y_1 = Y_2.$$

Die Gleichungen (12b) gelten für alle Punkte der Grenzfläche. Sie können daher nach x und y differentiirt werden. Wir finden so, dass für den allgemeinen Fall des Halbleiters die Grösse:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) = \frac{\alpha}{2}\left(\frac{\partial v^{(1)}}{\partial x} - \frac{\partial u^{(1)}}{\partial y}\right) + \frac{1-\alpha}{2}\left(\frac{\partial v^{(2)}}{\partial x} - \frac{\partial u^{(2)}}{\partial y}\right)$$
$$= \alpha\,\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{(1-\alpha)}{\sigma}\,k\,W$$

oder auch, was auf dasselbe hinauskommt, die Grösse

$$\varepsilon\,\frac{\partial Z}{\partial t} + 4\,\pi\,\lambda\,Z$$

an der Trennungsfläche für beide Medien denselben Werth besitze. Für den stationären Zustand folgt im Speciellen:

$$\lambda_1\,Z_1 = \lambda_2\,Z_2$$

und für einen Nichtleiter ($\alpha = 1$):

$$\varepsilon_1\,Z_1 = \varepsilon_2\,Z_2 + C \quad \text{oder} \quad W_1 = W_2 + C,$$

wo C eine Constante ist, auf deren Bedeutung wir zurückkommen werden.

§ 7. Unterschiede zwischen electrischen und magnetischen Erscheinungen.

Der Grund, weshalb wir im Gegensatz zu Thomson die U, V, W als electrische Kräfte und nicht als magnetische definirten, liegt darin, dass bei dieser Verfügung, neben der Existenz von Nichtleitern, sich naturgemäss die von Leitern ergibt, während gleichzeitig die Existenz von magnetischen Leitern ausgeschlossen erscheint. Weitere Gründe ergeben sich aus dem Folgenden:

Aus der bekannten hydrodynamischen Gleichung

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} = \frac{\partial \varrho u}{\partial x} + \frac{\partial \varrho v}{\partial y} + \frac{\partial \varrho w}{\partial z}$$

folgt (zunächst für den stationären Zustand und dann auch allgemein) die Gleichung (4d) im § 2. In Worte übertragen gemäss der Ausdrucksweise von Hertz lautet dieselbe: *„Wahren Magnetismus kann es nicht geben."* Dieses Resultat steht zwar im allgemeinen in Uebereinstimmung mit der Erfahrung, zeigt aber gleichzeitig, dass unsere Darstellung die Erscheinungen in Stahlmagneten nicht umfasst. Das gleiche Resultat wird für die Oberfläche zweier heterogener Körper ausgesprochen durch die Gleichung (12a). Dieselbe sagt gleichzeitig aus, dass bei sprungweiser Aenderung der Dichtigkeit in 0 „freier Magnetismus" auftritt, gegeben durch die Gleichung

$$N_1 - N_2 = 4\,\pi\, m_f.$$

Wahre Electricität tritt in unserer Darstellung als Flächenbelegung auf. Wir sagen, auf einer Fläche befindet sich ein gewisses Quantum e_w von wahrer Electricität, wenn die zur Fläche normale Componente des Drehungswinkels $U \cos n, x + V \cos n, y + W \cos n, z$ auf beiden Seiten um den Betrag $\sqrt{4\,\pi / k_0}\; e_w$ verschieden ist. Die Möglichkeit, dass dieses auf der Grenze zweier heterogener Medien stattfinden kann, lässt Gleichung (13b) offen. Dieselbe ergibt nämlich das Auftreten wahrer Electricität, wenn der Integrationsconstanten C ein von 0 verschiedener Werth beigelegt wird. Ist aber wahre Electricität nicht vorhanden, so haben wir in 0 jedenfalls „freie Electricität", gegeben durch die Gleichung:

$$Z_1 - Z_2 = 4\,\pi\, e_f.$$

Die Unstetigkeit in der Drehung des Aethers, durch welche die wahre Electricität repräsentirt wird, kann durch die von uns betrachteten Vorgänge in Nichtleitern weder hervorgerufen noch aufgehoben werden. Wir sehen in dem Auftreten von wahrer Electricität daher die Wirkung anderer, und zwar molecularer Bewegungen (vgl. § 2).

Ein anderer Unterschied zwischen electrischen und magnetischen Kräften ergibt sich, wenn wir nach der Erweiterung unserer Gleichungen für anisotrope Körper fragen. Während nämlich k und somit auch ε mit der Richtung der Drehungs-

e variiren können, sind die Grössen ϱ und μ keine Richtungs-
össen. Es kann daher wohl electrische, aber nicht magne-
che Krystalle in unserer Darstellung geben.

§ 9. Vergleiche.

Es möge betont werden, dass bei der vorgetragen mechani-
ien Darstellung die „Einheit der electrischen und magne-
chen Kraft" gewahrt ist, insofern beide als gleichberechtigte
scheinungen nebeneinander auftreten.

Den electrischen Verschiebungen Maxwell's entspricht in
serer Darstellung diejenige Drehung, um welche ein Aether-
eilchen aus seiner Ruhelage herausbewegt wird. Die Ge-
ıwindigkeit, welche nach der gewöhnlichen Anschauung in
itern an Stelle der Verschiebung tritt, ist in unserer
ırstellung eine Winkelgeschwindigkeit. Die „cyklische Coor-
ıate"[1]) dieser Bewegung ist der Winkel, um welchen das
thertheilchen im ganzen rotirt worden ist. Ein Unterschied
steht jedoch darin, dass nach der gewöhnlichen Anschauung
rrückung und Geschwindigkeit in die Richtung der Kraft
len, nach unserer Anschauung aber senkrecht zu dieser
hen. Nahe verwandt ist die Hypothese der Quasi-Starrheit
t der dynamischen Lichttheorie von Mac Cullagh. Die
össe E_p (in § 1) ist identisch mit Mac Cullagh's Aether-
tential in isotropen Körpern. Endlich sei erwähnt, dass die
klärung, die wir von der magnetischen Kraft gegeben haben,
ineswegs neu ist. Dieselbe ist für den stationären Zustand
freien Aether bereits von Euler aufgestellt worden.[2]) Der
ther befindet sich dann in dem Zustande einer vollkommenen
üssigkeit bei Existenz eines Geschwindigkeitspotentials, wie
in der Hydrodynamik behandelt wird.

---

1) Vgl. L. Boltzmann, Vorlesungen über Maxwell's Theorie.
itte Vorlesung. § 28.

2) Vgl. hierzu Sir W. Thomson, Electrostatics and Magnetism.
573—583.

X. *Verfahren zur Herstellung reiner Wasser- und Quecksilberoberflächen; von W. C. Röntgen.*

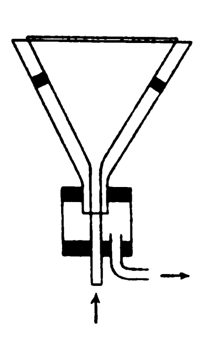
Am Schluss meiner Mittheilung „Ueber die Dicke von cohärenten Oelschichten auf der Oberfläche des Wassers"[1]) sprach ich die Ansicht aus, dass die dünne Schicht, mit welcher gewöhnlich eine Wasseroberfläche überzogen ist, einen Einfluss ausüben könnte auf das optische Verhalten, sowie auf die Zähigkeit derselben. Orientirende Vorversuche, sowie die Versuche von Drude mit festen Körpern und die Versuche von Oberbeck hatten mich zu dieser Ansicht geführt und ich hoffte bald über definitive Versuche berichten zu können. Diese Versuche wurden aber durch den Mangel an den nöthigen optischen Apparaten sehr verzögert, so dass dieselben auch jetzt noch nicht abgeschlossen sind. Kurze Zeit nach jener Mittheilung veröffentlichte Lord Rayleigh seine Versuche über die Zähigkeit von Oberflächenschichten und vor wenigen Wochen erschien auch eine Arbeit desselben Verfassers über die Reflexionsconstanten des Wassers[2]), welche unter anderen auch die von mir erwarteten und zum Theil bereits gefundenen Resultate enthält.

Es erscheint mir deshalb zwecklos, über meine mit den Lord Rayleigh'schen parallel laufenden Versuche zu berichten; nur möchte ich das Verfahren mittheilen, durch welches es mir gelang, reine Oberflächen herzustellen, da sich dasselbe, wie ich glaube, durch grössere Einfachheit und Zweckmässigkeit von den Lord Rayleigh'schen unterscheidet.

Um eine möglichst reine Wasseroberfläche zu erhalten, verbinde ich den Hals eines 20 cm weiten Trichters, dessen oberer eben abgeschliffener Rand möglichst gut horizontal gestellt wird, durch einen Kautschukschlauch mit der städtischen Wasserleitung und lasse durch den Trichter einen kräftigen Wasserstrom aufsteigen. Das überfliessende Wasser wird von einem weiteren, den ersteren umgebenden Trichter aufgefangen und durch einen zweiten Schlauch fortgeleitet. Wie die beiden

1) Röntgen, Wied. Ann. **41.** p. 321. 1890.
2) Rayleigh, Phil. Mag. **33.** p. 1. 1892.

Trichter durch Korke und eine kurze weite Glasröhre mit einander verbunden sind, zeigt die nebenstehende Figur.



Nach dem Absperren des Hahnes der Wasserleitung erhält man in dem inneren Trichter eine ruhige, schichtenfreie Oberfläche, an welcher die von Lord Rayleigh beschriebenen optischen Erscheinungen sehr gut zu beobachten sind. Da die reine Oberfläche sehr beweglich ist, müssen die Trichter möglichst erschütterungsfrei aufgestellt werden. An Stelle des Sonnenlichtes kann man auch das Licht eines Linnemann'schen Brenners benutzen; indessen ist das erstere der grösseren Helligkeit halber vorzuziehen.

Ich habe dann versucht, in ähnlicher Weise reine Quecksilberflächen zu erhalten und bin zu einem sehr befriedigenden Resultate gekommen, was mir um so erwünschter ist, als die Herstellung einer Quecksilberoberfläche, die so rein ist, dass sich Wasser darauf ausbreitet, bis jetzt bekanntermaassen nicht leicht war. So sagt darüber z. B. Lord Rayleigh[1]) „Prof. Quincke (Pogg. Ann. 139. p. 66. 1870) fand, dass es möglich war, Quecksilber so herzustellen, dass sich Wasser darauf ausbreitete. Aber die erforderlichen Vorsichtsmaassregeln sind so mühevoll (elaborate), dass wahrscheinlich Niemand ausserhalb des Laboratoriums von Prof. Quincke je beobachtet hat, was nichtsdestoweniger als das normale Verhalten dieser zwei Körper angesehen werden muss."

Auf den längeren Schenkel einer ⌊-förmigen Glasröhre ist mittelst eines Korkes eine umgekehrte abgesprengte Glasflasche aufgesetzt; dieselbe dient zur Aufnahme des Hg. Auf dem kürzeren zu einer engen Spitze ausgezogenen Schenkel wird ein Trichterchen mit abgeschliffenem Rand durch Siegellack so befestigt, dass die Spitze der Glasröhre noch in den Trichter hineinragt. Dicht unterhalb der Flasche befindet sich ein nicht gefetteter Glashahn; wird derselbe geöffnet, so strömt das Hg aus der Flasche in den Trichter. Die beschriebene Vorrichtung wird mittelst eines Statives in eine grössere zur Aufnahme des überfliessenden Hg geeigneten Wanne gestellt

1) Nature. 42. p. 284. 1890.

und so gerichtet, dass der abgeschliffene Trichterrand horizontal zu liegen kommt.

Das Hg braucht gar nicht besonders vorbereitet zu werden; ich habe zu den Versuchen sowohl frisch destillirtes, als auch solches benutzt, das bereits mehrmals im Laboratorium zu Dampfdichtebestimmungen etc. verwendet worden war und fand keinen Unterschied in ihrem Verhalten; auch ist es nicht nöthig, die Glastheile der Apparate besonders sorgfältig zu reinigen, wenn diese vorher nicht gerade mit grösseren Mengen von Fett verunreinigt waren. Die erforderliche letzte Reinigung geschieht durch das Hg selbst. (Vgl. unten p. 156).

Um nun eine reine Hg-Oberfläche zu erhalten, liess ich eine Hg-Menge durch den Trichter rasch durchlaufen und über dessen Rand wegfliessen; in dieser Weise bekam ich stets eine Oberfläche, auf welcher ein Tropfen Wasser sich ausbreiten konnte. Da jedoch bei diesem Verfahren eine grössere Hg-Menge gebraucht wird, und es wegen der grossen Empfindlichkeit der Oberfläche gegen Verunreinigungen erwünscht ist, innerhalb kurzer Zeit mehrmals eine reine Oberfläche zu erhalten, so habe ich das Verfahren ein wenig abgeändert.

Ich lasse nach dem Zusammensetzen des Apparates zur Reinigung des Glastrichters zuerst eine Quantität Hg überfliessen, dann aber vor jedem Versuch nur so viel Hg in den Trichter einlaufen, dass die Oberfläche desselben über dem Rand steht. Mit einem gereinigten schmalen Glasstreifen, den ich auf den äussersten Rand des Trichters auflege, schleudere ich dann das überstehende Hg möglichst rasch weg, indem ich dafür sorge, dass der Glasstreifen genau über die Ränder des Trichters weggleitet. Unter Umständen ist diese Operation zu wiederholen. Die Reinigung des Glasstreifens geschieht durch Ausglühen, indessen ist auch diese Vorsichtsmaassregel gar nicht immer nöthig. Durch einen kastenähnlichen Aufbau verhindert man, dass das weggeschleuderte Hg verloren geht.

Die nach dem Abstreifen vorhandene Hg-Oberfläche ist im Vergleich zu einer gewöhnlichen ungemein beweglich, und man erkennt nach einiger Uebung bald an dem Verhalten der kleinen Kräuselungen der Oberfläche den Grad ihrer Reinheit.

Es sei mir noch gestattet, einige Versuche mitzutheilen, welche ich mit solchen Oberflächen anstellte.

Bringt man einen Tropfen Wasser mit reiner Oberfläche auf das Hg, so breitet sich dasselbe sofort zu einer dünnen Schicht bis an den capillar gekrümmten Theil der Hg-Oberfläche aus. Um einen solchen Tropfen zu erhalten, taucht man am einfachsten eine vorher ausgeglühte Platinöse in den zum Zwecke der Selbstreinigung schon seit einiger Zeit fliessenden Strahl der Wasserleitung. War die Hg-Oberfläche nicht ganz rein, so breitet sich das Wasser weniger aus; es bleibt in der Form einer flachen Scheibe auf dem Hg liegen. Der Durchmesser dieser Scheibe ist um so kleiner, je weniger rein das Hg ist, und von einem gewissen Grade der Verunreinigung an findet überhaupt keine Ausbreitung mehr statt, das Wasser bleibt in der Gestalt einer stark gekrümmten Linse in der Mitte des Hg liegen. Dieser Versuch beweist, dass die Aenderung der Oberflächenspannung des Hg (wie beim Wasser) von der Dicke der Oberflächenschicht abhängig ist.[1])

Eine weitere Stütze für diese Thatsache bildet folgender Versuch. Legt man einen Wassertropfen auf eine mässig reine Hg-Oberfläche, sodass sich derselbe zu einer flachen Scheibe ausbreitet und verkleinert dann die Hg-Oberfläche, indem man durch einen zweiten Hahn in der Glasröhre Hg ausfliessen lässt; dabei zieht sich das Wasser immer mehr und mehr zusammen, je tiefer das Hg im Trichter zu stehen kommt. Lässt man dann wieder Hg zutreten und dadurch die Oberfläche sich vergrössern, so breitet sich das Wasser wieder mehr und mehr aus.

Es schien mir von Interesse zu sein, zu untersuchen, wodurch eine reine Hg-Oberfläche verunreinigt werden kann. Dies geschieht u. a.:

1. Durch Stehen an der Luft. Im Arbeitszimmer wurde die Oberfläche fortwährend unreiner, und zwar je nach Umständen verschieden rasch. Die Zeit, die vergehen musste, um die Oberfläche so stark zu verunreinigen, dass ein Wassertropfen als kleine Linse liegen blieb, lag an verschiedenen Tagen bei meinen Versuchen zwischen 3 und 5 Minuten. Stand der Apparat im Freien, so fand die Verunreinigung auffallender Weise viel rascher statt; schon nach einer halben Minute zeigte der Probetropfen keine Spur von Ausbreitung. Dass die Verunreinigung hauptsächlich aus der Luft und nicht von

1) Vergl. Quincke, Pogg. Ann. **139**. p. 67. 1870.

der Wand des Glastrichters herrührte, konnte dadurch nachgewiesen werden, dass die Oberfläche in allen Fällen viel länger rein blieb, wenn der Trichter sofort nach der Reinigung der Oberfläche mit einem Uhrglas bedeckt wurde.

2. Durch Tabaksrauch. Gegen Rauch ist die Hg-Oberfläche äusserst empfindlich: ein einmaliges Berauchen genügt, um dieselbe sofort vollständig zu verunreinigen. Durch Behauchen wird die Oberfläche vorübergehend verunreinigt; wenigstens verschwindet die verunreinigende Schicht zum grössten Theile wieder, wie man an einem vor dem Behauchen aufgelegten Wassertropfen beobachten kann.

3. Durch Leuchtgas. Ein schwacher Strom von Leuchtgas kurze Zeit gegen die Oberfläche gerichtet, reicht aus, um diese dauernd zu verunreinigen. Ebenso ein Bestreichen mit einer Bunsen'schen Flamme. Geschieht dieses Bestreichen dagegen sehr rasch, so wird die Oberfläche wohl verunreinigt, sie erholt sich aber bald wieder.

4. Ich versuchte nun, welche Wirkung Kohlensäure. schweflige Säure, Sauerstoff und Wasserdampf ausüben. Die drei ersteren Gase verhielten sich indifferent; das Verhalten des Wasserdampfes ist noch nicht ganz festgestellt. Jedenfalls ist derselbe ohne Wirkung, wenn er sich nicht als Hauch auf das Hg niederschlägt.

5. Durch Luft, welche über Fett oder Oel geführt und dann über die Hg-Oberfläche geleitet wird, wird eine dauernde Verunreinigung erzeugt.

6. Ebenso durch Berühren mit dem Finger oder durch Eintauchen eines durch die Finger gezogenen Platindrahtes.

7. Von besonders praktischem Interesse ist das Verhalten einer vorher nicht gereinigten Glasplatte. Legt man dieselbe auf eine reine Hg-Fläche, so stellt sich dieselbe, wie zu erwarten ist, nach dem Abheben der Platte als verunreinigt heraus. Wiederholt man den Versuch mit *derselben Stelle* der Platte und einer neuen reinen Hg-Oberfläche, so wird das Hg schon weniger verunreinigt als vorher; beim dritten Versuch noch weniger u. s. w. Man erhält bald eine Stelle der Glasplatte, die das Hg nicht mehr verunreinigt; wenigstens bei nicht zu langer Berührung.

Dass die Glasplatte dabei nicht vollständig rein geworden

ist, erkennt man am Leichtesten daran, dass ein Wassertropfen sich auf derselben noch nicht ausbreitet. Die noch auf dem Glase übrig gebliebene Schicht haftet also so fest daran, dass man dieselbe mit Hg in Berührung bringen kann, ohne dass das letztere verunreinigt wird.

8. Ein Luftstrom, der über Salzsäure oder Salpetersäure gegangen ist, verunreinigt das Hg sehr bald. Die Säuredämpfe greifen das Metall an und man sieht in diesem Falle auch, dass sich dasselbe mit einer Haut überzieht. Diese Haut ist fest und kann zerrissen werden; in diesem Falle breitet sich dann das Wasser auf der von der Haut befreiten Stelle leichter aus als auf der anderen.

9. Dampf von Aethylalkohol und Schwefeläther verunreinigen das Hg nur vorübergehend.

10. Reines unberührtes Filtrirpapier aus der Mitte eines grösseren Paketes genommen, verunreinigt die Oberfläche nicht, dagegen unter Umständen wohl solches, das längere Zeit an der Luft gelegen hat.

11. Nachdem ein Tropfen Leitungswasser, der sich auf einer reinen Oberfläche ausgebreitet hatte, verdunstet ist, stellt sich die Oberfläche als verunreinigt heraus.

12. Bringt man auf eine reine Hg-Oberfläche ein Stückchen Campher, so sieht man daran dieselben Bewegungen, wie wenn dasselbe auf reines Wasser geworfen würde; auf einer stark verunreinigten Hg-Oberfläche bewegen sich die Campherstückchen nicht.

Aus den oben mitgetheilten Versuchen ergibt sich:

a) Die Oberfläche des Hg wird dauernd verunreinigt durch die Bildung einer nicht oder nur wenig flüchtigen Schicht von Substanzen, die sich darauf ausbreiten.

b) Die Oberfläche kann vorübergehend verunreinigt werden, wenn diese Schicht aus einer flüchtigen Substanz besteht.

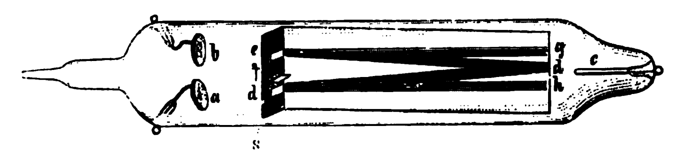
c) Die Verunreinigung kann in einigen Fällen auf eine chemische Veränderung der Oberfläche zurückgeführt werden.

Für viele Versuche dürfte die Anwendung eines kleineren circa 3 cm weiten Trichters genügen; indessen will ich noch erwähnen, dass die obigen Versuche auch mit einem 9 cm weiten Trichter sehr gut gelingen.

Würzburg, Physik. Institut, Februar 1892.

XI. *Ueber die angebliche Abstossung paralleler Kathodenstrahlen; von E. Wiedemann und H. Ebert.*

In einer vor kurzem in den Sitzungsberichten der Societas Physico-Medica zu Erlangen publicirten Abhandlung haben wir eine Reihe von Eigenschaften der Kathodenstrahlen behandelt (Durchlässigkeit dünner Metallschichten für dieselben, diffuse Reflexion, Dispersion u. a. m.) und den Versuch gemacht, die Erscheinungen, die dieselben darbieten, vom Standpunkte einer einheitlichen, die Phänomene der Gasentladungen im allgemeinen umfassenden Anschauung zu erklären. Dabei stellen sich einer Begründung des von Hrn. Crookes aufgestellten Satzes: „Zwei gleichgerichtete parallele Kathodenstrahlen stossen einander ab",



gewisse Schwierigkeiten entgegen. Wir sind dadurch veranlasst worden, die Beweiskraft des Crookes'schen Versuches genauer zu prüfen. Hr. Crookes bringt an dem einen Ende einer Röhre zwei ebene, etwas gegeneinander geneigte Aluminiumplatten *a* und *b* an, an dem anderen die Anode, und vor *a* und *b* einen Schirm aus Glimmer mit zwei Oeffnungen *d* und *e*; ferner legt er in die Röhre parallel zu ihrer Axe eine mit einem phosphorescirenden Körper bestrichene Glimmerplatte, auf der sich die eventuell aus *d* und *e* austretenden Kathodenstrahlenbündel deutlich abzeichnen. Macht man nur die eine Platte *a* oder *b* zur Kathode[1]), so erhält man ein Kathodenstrahlenbündel, das am Ende etwa die Axe des Rohres

1) Wir benutzten als Electricitätsquelle eine grosse 20paarige Influenzmaschine, mit der die Erscheinung einen ausserordentlich stetigen Charakter erhielt, deren Anschaffung durch eine Bewilligung aus dem Elisabeth Thomson Science-Fond ermöglicht wurde, wofür ich auch bei dieser Gelegenheit meinen besten Dank sage. E. W.

schneidet. Verbindet man beide Platten mit dem negativen Pole der Electricitätsquelle, so weichen die jetzt auftretenden zwei Kathodenstrahlen voneinander zurück, sie sind wie vorher geradlinig und verlaufen von der Austrittsstelle aneinander parallel. Es hat in der That den Anschein, als ob sie sich gegenseitig abstiessen, obgleich es schon sonderbar ist, dass sie nicht gekrümmt sind.

Wir haben den ursprünglichen Apparat dahin abgeändert, dass wir einen kleinen Schirm von Glimmer, der um Scharniere drehbar war, oberhalb der einen Oeffnung *d* befestigen. Er konnte dann beliebig von *d* zurückgeklappt oder vor *d* vorgeklappt werden, sobald man das Rohr etwas drehte und dabei erschütterte. Im letzteren Falle werden die von *a* ausgehenden Kathodenstrahlen aufgehalten. Nur so konnte entschieden werden, ob die ablenkende Wirkung wirklich den Strahlen selbst zuzuschreiben ist oder nicht vielmehr ihre Ursache in Vorgängen an den Kathoden hat. Letzteres ergab sich durch den Versuch.

Machte man erst *b* und dann *a* zur Kathode, so trat die Ablenkung des Bündels in genau gleicher Weise auf, mochte der Schirm vor *d* sich befinden oder nicht.[1])

Die Ablenkung der Kathodenstrahlen hat also nicht ihren Grund darin, dass sie in ihrem Verlauf jenseits *d* und *e* Kräfte aufeinander ausüben, sondern darin, dass, wenn in der Nähe einer Kathode sich eine andere befindet, der Austritt der Strahlen aus ersterer ein wesentlicher anderer ist, als wenn sie allein vorhanden ist.

Dies stimmt mit der am angeführten Orte ausgesprochenen Ansicht, nach welcher für die Ausbildung der Kathodenstrahlen Bewegungen maassgebend sind, welche bereits in der Kathode präformirt vorhanden sind. Die Erscheinung hängt eng mit den von Goldstein untersuchten Deflexionserscheinungen zusammen.

Resultat.

Aus den Versuchen des Hrn. Crookes lässt sich auf eine Abstossung paralleler Kathodenstrahlen nicht schliessen.

1) An den Glaswänden um die Kathoden hinter dem Schirme zeichnen sich stets grüne Ringe ab, auch diese werden deformirt, wenn man etwa erst *b* und dann *a* zur Kathode oder umgekehrt macht.

XII. *Bemerkung zu der Erwiderung des Hrn. Walter gegen Hrn. Böhlendorff; von E. Wiedemann.*

Da Hr. Böhlendorff die Arbeit[1]) auf welche sich die Erwiderung des Hrn. Walter[2]) bezieht, in meinem Institut ausgeführt hat, aber augenblicklich nicht mehr hier beschäftigt ist, so erlaube ich mir an seiner Stelle zu der Publication des Hrn. Walter Folgendes zu bemerken.

1. Hr. Böhlendorff wendet sich in seiner Arbeit selbstverständlich nicht gegen die allbekannte Thatsache, dass in Lösungen gewisser Substanzen mit fortschreitender Verdünnung moleculare Aenderungen eintreten, die sich auch in den Absorptionsspectren geltend machen müssen. Er prüft vielmehr zunächst, inwieweit die Beobachtungsmethode stichhaltig ist, mit welcher Hr. Walter[3]) seinen mit Nr. 3 bezeichneten Satz zu beweisen sucht: „Das Einzelmolecül hat im Spectrum seinen ganz bestimmten Absorptionsbezirk, über welchen hinaus es kein Licht zu absorbiren vermag; die Absorption der Molecülgruppen dagegen umfasst gewöhnlich auch noch die angrenzenden Spectraltheile.“ Es kommen daher für Hrn. Böhlendorff weder die quantitativen Absorptionsbestimmungen, noch die Fluorescenzbeobachtungen des Hrn. Walter in Betracht, sondern vor allem seine nach der von ihm benutzten Beobachtungsmethode angestellten Versuche, bei denen es sich um die Bestimmung des Halbschattens handelt, welcher in den Absorptionsspectren vieler Körper der totalen Absorption eines Spectralendes angelagert ist.

2. Hr. Walter scheint (seiner Erwiderung nach zu schliessen) dieser Beobachtungsmethode neuerdings eine ziemlich geringe Beweiskraft beizulegen, indem er angibt, dass er dieselbe nur „zur bequemeren Auffindung“ von Molecularunterschieden „nicht aber zur endgültigen Entscheidung“ über dieselben in seiner früheren Abhandlung angeführt hat. — Nichts-

1) W. Böhlendorff, Wied. Ann. **43.** p. 784. 1891.
2) B. Walter, Wied. Ann. **45.** p. 189. 1892.
3) Walter, Wied. Ann. **36.** p. 523 und p. 526 ff.

destoweniger stützt sich aber doch seine Annahme eines mit der Verdünnung fortschreitenden Molecularzerfalles bei Eisenchlorid, Kupferchlorid und rothem Blutlaugensalz wesentlich auf die Beobachtungsmethode des Halbschattens, nur bei Fluoresceïn und Magdalaroth auch auf Fluorescenzbestimmungen und quantitative Absorptionsmessungen.

3) Hr. Walter gibt in seiner Erwiderung zu, dass die von Hrn. Böhlendorff angewandte Beobachtungsmethode als eine Verbesserung der seinigen anzusehen ist, und dass seine Halbschattenbeobachtungen sich danach „etwas" modificiren. Wieweit diese Modification zu gehen habe, ist nicht angeführt. Es geht dies jedoch aus einem Vergleiche der Resultate der Hrn. Walter und Böhlendorff hervor. Weder bei Fluoresceïn, noch bei Magdalaroth, noch bei rothem Blutlaugensalz fand Hr. Böhlendorff bei fortschreitender Verdünnung das von Hrn. Walter beobachtete Verschwinden des Halbschattens, welches nach der Ansicht des letzteren für eine moleculare Veränderung der Lösung charakteristisch ist.

4. Beschränkt man sich bei der von Hrn. Böhlendorff benutzten Methode nicht auf die Beobachtung des Halbschattens, sondern bestimmt auch die Grenzen der totalen Absorption, so kann man allerdings bei Fluoresceïn und Magdalaroth auf eine mit der Verdünnung eintretende moleculare Veränderung schliessen, falls nicht secundäre (mit der Fluorescenz etc. zusammenhängende) Umstände auftreten. Während also bei diesen beiden Substanzen die Methoden von Walter und Böhlendorff zu demselben Resultate führen können, ergibt die Methode des letzteren für rothes Blutlaugensalz ein dem Walter'schen entgegengesetztes Resultat, indem weder eine Veränderung des Halbschattens, noch eine Verschiebung der Absorptionsgrenze auf eine moleculare Aenderung der Lösung zu schliessen berechtigt. Somit dürfte die von Hrn. Böhlendorff behauptete Unsicherheit der aus Beobachtungen des Halbschattens gewonnenen Resultate bewiesen sein. [1])

Erlangen, im Januar 1892.

1) Nach erfolgter Replik und Duplik sieht sich die Redaction der Annalen leider genöthigt, in hergebrachter Weise diese Polemik nunmehr als abgeschlossen anzusehen.

XIII. *Bemerkungen über das Carnot-Clausius'sche Princip; von Max Planck.*

Der zweite Hauptsatz der Wärmetheorie: Das Carnot-Clausius'sche Princip, ist in neuerer Zeit nach dem Vorgang von H. von Helmholtz zu wiederholten Malen für die Berechnung von Potentialdifferenzen mit Erfolg benutzt worden. Da jedoch die Anwendbarkeit dieses Princips keine unbeschränkte, sondern bestimmten angebbaren Grenzen unterworfen ist, so dürfte es für die gesunde Weiterentwicklung der Theorie nicht ohne Nutzen sein, dieses Gebiet etwas schärfer zu bezeichnen, als bisher geschehen ist.

Zunächst möchte ich einiges Allgemeinere über die Stellung des Carnot-Clausius'schen Princips zum Princip der Vermehrung der Entropie vorausschicken. Der zweite Hauptsatz der Wärmetheorie lässt sich, wie bekannt, in verschiedenen Formen darstellen, von denen jede ihre eigenthümlichen Vorzüge besitzt; der Sache nach stimmen sie sämmtlich überein. Unter allen diesen Formen gibt es aber eine einzige, die sich auch für einen endlichen Process aussprechen lässt, ohne dass man irgend eine Angabe über den Verlauf des Processes (ob isotherm, adiabatisch u. s. w.) zu machen braucht. Alle übrigen Formen führen für die Richtung einer eintretenden Zustandsänderung auf Differentialgesetze (Gleichungen für reversible, Ungleichungen für irreversible Processe), die zunächst nur für unendlich kleine Processe gelten und sich nur dann vollständig integriren lassen, wenn die äusseren Bedingungen der Zustandsänderung bekannt sind. Dies ist der Grund, weshalb ich jene ausgezeichnete Form: Das Princip der Vermehrung der Entropie, bei principiellen Ueberlegungen vor den übrigen bevorzuge, während andererseits hervorzuheben ist, dass bei speciellen Vorgängen andere Formen (namentlich bei isothermen Processen die der freien Energie) sich directer handhaben lassen.

Das Carnot-Clausius'sche Princip ist manchmal, besonders von englischen Physikern, als das der „Zerstreuung der Energie“ bezeichnet worden. Indess stellt dieser Aus-

druck die Sache nur von einer Seite dar. Es gibt irreversible Processe, deren Endzustand genau dieselben einzelnen Energieformen aufweist wie der Anfangszustand, wie z. B. die Diffusion zweier vollkommener Gase, die weitere Verdünnung einer sehr verdünnten Lösung. Ein solcher Process erzeugt keine merkliche Wärmetönung, überhaupt keinen endlichen Umsatz von Energie (eine „Disgregationsenergie" gibt es nicht), er geht nur deshalb vor sich, weil ihm eine Entropievermehrung entspricht. Man könnte hier also in voller Analogie von einer „Zerstreuung der Materie" reden, und hätte damit nur eine andere Seite der Sache bezeichnet. Allgemein erschöpfend aber kann der Inhalt des zweiten Hauptsatzes nur durch den Begriff der Entropie ausgedrückt werden, deren Wachsthum das allgemeinste Maass der Irreversibilität bildet. Die Entropie eines Körpersystems kann gemessen werden durch jeden reversibeln Process, der das System in einen bestimmten nach Willkür fixirten Nullzustand überführt; dieser ideale Process hat, wie vielleicht nicht überflüssig ist, zu bemerken, garnichts zu thun mit den Zustandsänderungen, die das System in Wirklichkeit erleidet oder erlitten hat.

Da die Entropie bei jeder wirklichen Zustandsänderung zunimmt, so ist jeder absolute Gleichgewichtszustand durch das Maximum der Entropie bezeichnet, und aus diesem Satze fliessen alle bis jetzt bekannten Folgerungen über thermodynamische, chemische, elektrische Gleichgewichtszustände. Hierin liegt aber zugleich auch die Beschränkung der Anwendbarkeit des Princips auf die Berechnung von Potentialdifferenzen. Diese Berechnung ist nur dann streng, wenn es sich wirklich um einen *Gleichgewichtszustand* handelt, und als solchen darf man weder eine ungleichmässig concentrirte Lösung noch zwei verschiedene sich berührende Lösungen betrachten, sondern nur den Fall der Berührung zweier metallischer Leiter, sowie eines metallischen und eines elektrolytischen Leiters. Für den Fall unpolarisirbarer Electroden hat zuerst Nernst die Potentialdifferenz sowohl auf theoretischem Wege, ausgehend von den Gesetzen des osmotischen Druckes, abgeleitet als auch experimentell bestätigt.

Ich darf bei dieser Gelegenheit auf eine von Hrn. Nernst[1])

1) Nernst, Wiedem. Ann. 45. p. 368. 1892.

beanstandete Bemerkung aus meiner letzten Abhandlung, in welcher ich mittelst der früher von mir berechneten Entropie verdünnter Lösungen dasselbe Resultat wiederfand, mit einem Worte der Rechtfertigung zurückkommen. Dass Hr. Nernst bei seiner theoretischen Ableitung der Potentialdifferenz an unpolarisirbaren Electroden und zwischen zwei Lösungen desselben Electrolyten thatsächlich mit dem Carnot-Clausius'schen Princip operirte, erkenne ich vollständig an, und füge auch gerne hinzu, dass seine mehr intuitive Art, sich des zweiten Hauptsatzes zu bedienen, ohne ihn zu nennen, das Verdienst der Entdeckung für mich eher erhöht als verringert. Aber gleichwohl muss ich daran festhalten, dass der zweite, von der Vorstellung des osmotischen Druckes unabhängige Weg von dem ersten verschieden ist. Nur wenn man den osmotischen Druck selber und seine Gesetze als eine Consequenz des zweiten Hauptsatzes hinstellt, werden beide Wege identisch, sonst nicht; und bei dem heutigen Stand der Forschung scheint mir dieser Punkt immer noch wesentlich zu sein.

Hiermit wäre das Gebiet der unmittelbaren Anwendbarkeit des Carnot-Clausius'schen Princips für die Berechnung von Potentialdifferenzen abgeschlossen. Dass das Princip sich trotzdem auch für die Bestimmung des Potentialgefälles in einer ungleichmässig concentrirten Lösung, also in einem *Bewegungszustand*, verwerthen lässt, wird nur durch das Hinzutreten eines weiteren besonderen Umstandes ermöglicht: Dass die Herstellung des electrischen Gleichgewichts in Lösungen durch seine Schnelligkeit wesentlich unabhängig erfolgt von dem irreversibeln Vorgang der Diffusion. Denn nur dadurch ist es gestattet, das electrische Gleichgewicht vom Diffusionsgleichgewicht ganz zu trennen und bei der Aufsuchung des ersten von den Diffusionsvorgängen abzusehen. Es ist dies ein ganz ähnlicher Fall, wie er bei der Benutzung des zweiten Hauptsatzes für thermoelectrische Vorgänge eintritt, indem dort ebenfalls die irreversible Wärmeleitung gegen die Electricitätsleitung vernachlässigt wird.[1])

Der Einfluss der Diffusion wird aber von Bedeutung, wenn es sich um die Berechnung der Potentialdifferenz zwischen

1) Vgl. aber Boltzmann, Wien. Ber. 96. 2. Abth. p. 1258. 1887.

zwei Lösungen verschiedener Electrolyte handelt. Hier ist das Concentrationsgefälle an der Grenze so gross, dass die Diffusion schon in sehr kurzer Zeit erhebliche Zustandsänderungen in der Grenzschicht hervorruft, bis schliesslich ein gewisser stationärer Zustand resultirt. In diesem Falle bedarf es einer besonderen Untersuchung, um erst die Bedingungen für den stationären Zustand der Grenzschicht zu finden. Diese Untersuchung verlässt aber den Boden des zweiten Hauptsatzes, da sie mit der Grösse der Zeit rechnet, sie begibt sich auf die Basis des Ohm'schen Gesetzes, welches selber kein Princip, wie das Carnot-Clausius'sche, repräsentirt, sondern eine Annäherung, die für schnell wechselnde Kräfte sicher nicht mehr richtig bleibt[1]; denn nach den Principien der Mechanik ist nicht die Geschwindigkeit, sondern die Beschleunigung eines ponderabeln Theilchens der darauf wirkenden Kraft proportional.

Sobald also in einer galvanischen Kette zwei Lösungen verschiedenartiger Ionen aneinander grenzen, ist die Berechnung ihrer electromotorischen Kraft allein aus dem Carnot-Clausius'schen Princip unmöglich. Es werden dann in den Ausdruck der electromotorischen Kraft immer auch die Beweglichkeitszahlen der Ionen eingehen, und diese lassen sich aus thermodynamisch-chemischen Gleichgewichtszuständen, ohne Rücksichtnahme auf die speciellen electrochemischen Vorgänge, nicht ableiten.

Neuerdings haben Tammann und Nernst[2]) eine Untersuchung veröffentlicht über die thermodynamisch ausserordentlich wichtige „Maximaltension, mit welcher Wasserstoff aus Lösungen durch Metalle in Freiheit gesetzt wird“, und darin unter Anderem eine Formel zur Berechnung der electromotorischen Kraft einer Kette nach dem Typus des Daniell'schen Elements $Zn \mid ZnSO_4\,aq \mid CuSO_4\,aq \mid Cu \mid Zn$ mitgetheilt. Jene Formel unterliegt aber, ausser der von den Verfassern selber hervorgehobenen Beschränkung (Leitung durch die Wasserstoff-Ionen) noch dem eben erhobenen Einwande. Denn bei ihrer Ableitung ist vorausgesetzt, dass ein gewisser electrischer

1) Vgl. E. Cohn, Wied. Ann. **38.** p. 217. 1889.

2) Zeitschr. f. phys. Chem. **9.** p. 1. 1892. Desgl. Gött. Nachr. **6.** p. 202. 1891.

Vorgang (Durchgang von Electricität) das System in den nämlichen Endzustand bringt wie ein gewisser thermodynamisch-chemischer Vorgang (Auflösung von Zn in der einen Lösung und Fällung von Cu aus der anderen). Das ist aber nicht genau der Fall. Denn der thermodynamische Process bewirkt nur die chemische Aenderung, der electrische aber schafft ausserdem eine gewisse, von den relativen Beweglichkeiten der Ionen abhängige Menge $Zn\,SO_4$ von der Grenzfläche der Lösungen an die Zn-Electrode (oder, was hier dasselbe bedeutet, in das Innere der $Zn\,SO_4$-Lösung) und ebenso eine gewisse Menge $Cu\,SO_4$ von der Cu-Electrode (oder aus dem Innern der $Cu\,SO_4$-Lösung) an die Grenzfläche der Lösungen. Diese Vorgänge bedingen aber ebenfalls eine merkliche Arbeitsleistung. Der durch ihre Vernachlässigung verursachte Fehler wird dann relativ am geringsten werden, wenn die Beweglichkeiten der Metall-Ionen und die Concentrationen der Lösungen nahezu gleich, die Maximaltensionen des Wasserstoffs über den Lösungen aber sehr verschieden sind, wie das z. B. beim Daniell'schen Element selber zutrifft.

Berlin, März 1892.

XIV. *Ueber den sogenannten osmotischen Druck; von Lothar Meyer.*

Im Märzhefte dieser Annalen, p. 589, bespricht Hr. C. Dieterici einige Punkte aus einem von mir der kgl. Academie der Wissenschaften zu Berlin mitgetheilten Aufsatze, welche, losgelöst aus dem Gedankengange desselben, leicht den Anschein erwecken könnten, als sei das Ziel meiner beiden Aufsätze [1]) über diesen Gegenstand ein anderes als das, welches mir bei deren Auffassung wirklich vorschwebte. Ich darf daher vielleicht hier den ganzen Gedankengang kurz zusammenfassen.

Schon in dem ersten Aufsatze habe ich es (p. 24) für *zulässig* erklärt, von einem „*Drucke*" zu reden, wo in einer Flüssigkeit gegen irgend eine Fläche in der einen Richtung mehr Theilchen als in der entgegengesetzten sich bewegen oder bewegt gedacht werden. Meine Einwendungen erstrecken sich daher nicht, wie Hr. Dieterici anzunehmen scheint, gegen den von ihm angenommenen „*Diffusionsdruck*" zweier Lösungen gegeneinander. Ich habe aber Einspruch dagegen erhoben, dass dieser in die theoretische Betrachtung eingeführte Druck als *osmotischer Druck* bezeichnet werde, also seinen Namen von einer Naturerscheinung erhalte, welche meiner Ansicht nach viel verwickelter ist als die Vorgänge, auf welche sich Hrn. van't Hoff's theoretische Betrachtungen erstrecken. Um die Nothwendigkeit zu betonen, beide auseinander zu halten, habe ich darauf hingewiesen, dass die an wirklichen Membranen angestellten osmotischen Beobachtungen zum grossen Theile etwas ganz anderes ergeben, als was die van't Hoff'sche Theorie verlangt, dass wir daher, mindestens bis zum Beweise des Gegentheiles, die osmotischen Vorgänge als von der stofflichen Natur der Membran abhängig ansehen müssen. Auch Hr. Dieterici ist der Ansicht, dass vielleicht keine einzige wirkliche Membran den von der theoretischen Betrachtung gestellten Forderungen völlig genügen möchte.

Ferner habe ich ganz entschieden der Hypothese widersprochen, dass der wirkliche osmotische Druck ein Druck des gelösten Stoffes und nicht des Lösungsmittels sei, und habe es

1) Zeitschr. f. physik. Chemie. 5. p. 23 1890. Berl. Acad. Sitzungsberichte. p. 993. 1891.

für unzulässig erklärt, den gelösten Stoff als ein Gas im leeren Raume zu betrachten, die Gegenwart des Lösungsmittels aber zu ignoriren. Ich glaube gezeigt zu haben, dass diese Auffassung zu den schroffsten Widersprüchen führt, sobald man die den beiden Bestandtheilen der Mischung willkürlich zugetheilten Rollen des gelösten Stoffes und des Lösungsmittels nur einfach miteinander vertauscht.

Nur in einem Punkte glaube ich, wie ich zu meinem Bedauern zu spät erfahre, Hrn. van't Hoff missverstanden zu haben, indem ich annahm, er habe seinen Druck der Gefrierpunktserniedrigung einer Lösung geradezu proportional gesetzt, während er diese zuvor noch durch das Molecularvolumen des Lösungsmittels dividiren lässt. Dieser Irrthum ist vielleicht darum etwas entschuldbarer, weil zwar die Betrachtung in der Regel von dem sogenannten osmotischen Drucke ausgeht, diesen aber bald durch die ihm proportionale absolute Temperatur ersetzt, so dass der Leser leicht den Ueberblick verliert über das, was eigentlich von jenem Drucke ausgesagt wird.

Den Kern unserer Meinungsverschiedenheiten berührt dieser Punkt indessen nicht. Als *„osmotisch"* möchte ich, dem seitherigen Gebrauche entsprechend, nur diejenigen Vorgänge bezeichnet wissen, welche wesentlich von dem Verhalten der Membranen abhängen. Ich habe daher vorgeschlagen, jenen als Hülfsgrösse in die theoretische Betrachtung eingeführten *„Druck"* als *„Moleculardruck"* zu bezeichnen, wofür man wohl auch den von Hrn. Dieterici gebrauchten Ausdruck *„Diffusionsdruck"* benutzen könnte. Viel mehr Gewicht aber lege ich darauf, dass der glücklich angebahnte Fortschritt der Theorie der Lösungen nicht durch scheinbar glänzende, aber vorschnelle Verallgemeinerungen beeinträchtigt werde. Ich möchte davor warnen, dass ein Druck, welcher unzweifelhaft durch Eindringen von Wasser erzeugt wird, als ein Druck gasförmigen Zuckers angesehen werde, und dass man von zwei Bestandtheilen einer Lösung willkürlich den einen verschwinden lässt, um dem anderen die Eigenschaften eines Gases beilegen zu können, die ihm in Wirklichkeit nicht zukommen. Auch Hr. Dieterici verwahrt sich sehr bestimmt dagegen, dass der gelösten Materie Gaszustand beigelegt werde.

Tübingen, 27. März 1892.

Jahrg. 11. Nr. 3.

Verhandlungen
der
Physikalischen Gesellschaft zu Berlin.

Sitzung vom 11. März 1892.

Vorsitzender: Hr. A. KUNDT.

Hr. **F. M. Stapff** sprach:

über die Zunahme der Dichte der Erde in ihrem Innern.

Hr. **L. Arons** machte dann Mittheilung von einem

Versuche über electrolytische Polarisation.

Theilt man eine mit verdünnter Schwefelsäure gefüllte Zersetzungszelle, welcher der electrische Strom durch platinirte Electroden zugeführt wird, durch eine Querwand aus edlem Metall (Platin, Gold, Silber) in zwei Hälften, so dass sämmtliche Stromlinien das Metall durchsetzen müssen, so wird im allgemeinen eine Schwächung des Stromes eintreten: Es wird nämlich auf derjenigen Seite der Wand, welche der Anode gegenüberliegt, Wasserstoffpolarisation, auf der anderen Sauerstoffpolarisation auftreten. Der eigentliche Widerstand der Zelle wird nicht merklich geändert sein, wenn die Dicke der Metallwand sehr klein gegen die Länge der Flüssigkeitszelle ist. Es drängt sich die Frage auf, ob man die Metallwand so dünn machen kann, dass sich die electrischen Polarisationen auf beiden Seiten der Wand in ihrer Wirkung aufheben. Es ist mir in der That gelungen, diese Erscheinung zu beobachten.

Die Zersetzungszelle (22 cm lang, 5 cm breit, 8 cm hoch) war etwa in der Mitte durch eine Glasplatte in zwei Hälften getheilt; in die Glasplatte war ein Loch von 1,5 cm Durchmesser gebohrt; die Glasplatte konnte leicht entfernt und durch genau gleiche ersetzt werden, bei welchen die Bohrung mit verschiedenen Metallplatten bedeckt war. Die Zersetzungszelle bildete zunächst einen einfachen Stromkreis mit einem Galvanometer und einer Batterie von 2 oder 5 Accumulatoren.

Setzte man an Stelle der Platte mit freier Oeffnung eine solche, deren Oeffnung durch ein aufgekittetes Platinblech von 0,1 mm Dicke bedeckt war, so ging der Galvanometerausschlag bedeutend herunter, an beiden Seiten fand eine starke Gasentwicklung statt. Die Oeffnung einer zweiten Glasplatte war mit echtem Blattgold bedeckt, welches mit Canadabalsam an der Platte befestigt war. Wurde diese Platte statt derjenigen mit freier Oeffnung eingesetzt, so blieb der Galvanometerausschlag unverändert, keine Spur von Gasentwicklung wurde sichtbar. Das Ergebniss blieb das gleiche, wenn statt des Blattgold Blattsilber die Oeffnung der Glasplatte bedeckte. Mann könnte zunächst vermuthen, dass der Strôm die dünne Metallschicht gar nicht durchsetze, sondern kleine Löcher im Blattmetall als Bahn benutze. Nun waren aber im durchfallenden Licht derartige Löcher in den benutzten Schichten nicht zu bemerken; sie konnten also, wenn vorhanden, nur mikroskopisch sein und die Summe ihrer Querschnitte musste gegen die Oberfläche des Metalls verschwinden. Aber selbst beträchtlich grosse Oeffnungen könnten das vollständige Ausbleiben der Polarisation an diesen dünnen Platten nicht erklären; zum Beweise bohrte ich in die oben erwähnte Platinplatte ein Loch von ca. 3 mm Durchmesser, so dass der Strom zum Theil durch dieses Loch fliessen konnte. Auch bei Einführung dieser durchbohrten Platte zeigte sich noch eine sehr erhebliche Stromabnahme und gleichzeitig ein starke Gasentwicklung auf beiden Seiten. Ich habe die Beobachtungen durch einen Practicanten des hiesigen Instituts, Hrn. John Daniel, in der Weise fortsetzen lassen, dass nach Einführung der verschiedenen Metallwände durch Ausschalten von Zusatzwiderständen im äusseren Stromkreis der Galvanometerausschlag, falls eine Aenderung eingetreten war, auf die ursprüngliche Grösse gebracht wurde. Unter diesen Umständen (bei gleicher Stromdichte, bleibt die Polarisation an den Endelectroden ungeändert und der ausgeschaltete Widerstand ist der Gesammtpolarisation an der Metallwand proportional.[1])

Zur Untersuchung kam ausser den oben erwähnten Platten

1) Selbstverständlich mit Ausnahme der durchbohrten Platinplatte, bei deren Benutzung in der Zelle eine Stromverzweigung eintrat.

noch eine solche, deren Oeffnung mit vier übereinander gelegten Goldblättchen bedeckt war. Die vier Goldblättchen gaben anscheinend eine ganz homogene Platte. Es mussten ausgeschaltet werden bei Benutzung der

durchbohrten Platinplatte	5 S. E.
Platinplatte	19 S. E.
Blattsilber einfach	0 S. E.
Blattgold einfach	0 S. E.
Blattgold vierfach	0,25 S. E.

Es wird von Interesse sein, die Abhängigkeit der Stärke der Polarisation von der Dicke und der Natur der Metallwand zu untersuchen. Hr. Daniel beabsichtigt diese Untersuchungen im hiesigen Laboratorium auszuführen.

Hr. **H. Rubens** berichtet darauf über seine Versuche betreffend

die Dispersion ultrarother Strahlen von sehr grosser Wellenlänge im Fluorit, Steinsalz und Sylvin.

Sitzung vom 25. März 1892.

Vorsitzender: Hr. A. Kundt.

Hr. **Mewes** (als Gast anwesend) sprach über

Emission und Absorption.

Hr. **Th. Gross** macht eine vorläufige Mittheilung

über die chemische Zerlegbarkeit des Schwefels durch Electrolyse.

Ich erhitzte in einem Silbertiegel eine Mischung aus 1 Theil Bariumsulfat und 6 Theilen Kaliumnitrat zur Rothgluth und leitete dann durch sie den Strom von 30 zu 6 verbundenen Leclanché-Elementen oder von 6 Bunsen, indem der Tiegel die Anode, ein 0,3 oder 0,9 mm starker Platindraht die Kathode bildete. Dieser erglühte, während seine übrigen Theile dunkel blieben, da, wo er in die schmelzende Masse tauchte, weit lebhafter als die letztere und schmolz allmählich

ab, sodass, um die Leitung zu unterhalten, stets neue Theile von ihm eingetaucht werden mussten. Während beständig Rothgluth unterhalten blieb, wurde die Schmelze allmählich fest, konnte aber durch wiederholten Zusatz von Kaliumnitrat verflüssigt werden, wozu im Ganzen noch 16 Theile verbraucht wurden.

Nachdem in einigen Stunden 3 Gewichtstheile der Kathode abgeschmolzen waren, wurde der Strom geöffnet und die nach dem Erkalten schwarze Schmelze in einen Ueberschuss verdünnter Salzsäure eingetragen, worin sie sich zum Theil löste. Das Gelöste wurde abfiltrirt, und das Ungelöste mit Königswasser ausgekocht, wobei ein braunes Pulver ungelöst blieb, das zuerst mit Wasser, dann zur Entfernung von Chlorsilber mit Ammon und nochmals mit Wasser ausgewaschen wurde. Die ammoniakalische Flüssigkeit war frei von Schwefelsäure. Die sauren und neutralen wie vorstehend angegeben erhaltenen Lösungen (I) wurden ohne Verlust mit Bariumchlorid in grossem Ueberschusse versetzt, wodurch allmählich ein in verdünnten Säuren unlöslicher Niederschlag (I_1) entstand. Vollkommen ausgewaschen getrocknet und wie üblich geglüht hatte er eine bräunlichgelbe Färbung, die durch Auskochen mit Königswasser nicht verschwand. Sein Gewicht betrug bei Verwendung von 0,53 g Bariumsulfat 0,15 g.

Aus dem in Königswasser unlöslichen, Barium haltigen Theile (II) der Schmelze konnte durch Reduction mit Zink und Salzsäure, wobei sich kein Schwefelwasserstoff entwickelte, Platin abgeschieden werden. Durch Schmelzen mit Alkalien und Behandeln der Schmelze mit Salzsäure war er, soweit er nicht aus Platin bestand, in Lösung zu bringen. In ihr bewirkte ein Ueberschuss von Bariumchlorid einen wie (I_1) beschaffenen Niederschlag (II_1), der, ausgewaschen, getrocknet und geglüht, bei dem angeführten Versuche 0,07 g wog.

Ausserdem konnte aus der Auflösung der aufgeschlossenen Masse (II) durch Schwefelwasserstoff ein brauner Niederschlag (II_2) gefällt werden, der sich in heissem Schwefelammon nicht merklich löste und von den Körpern, die zu derselben Gruppe gehören, zu trennen war. An der Luft stark geglüht stellte er ein grauschwarzes, nicht glänzendes, ungeschmolzenes Pulver (II_2^*) dar, das sich durch starkes Glühen im Wasserstoffstrome nicht änderte. Mit Salpetersäure, Königswasser und Fluss-

säure gekocht löste es sich nicht merklich. Bei Verwendung von grösseren Mengen Bariumsulfat erhielt ich von dieser Substanz etwa 30 Proc. des in dem Sulfate enthaltenen Schwefels.

Nimmt man nun, um das Maximum des Schwefels zu bestimmen, der nach der Electrolyse noch vorhanden war, an, dass (I_1) und (II_1) aus reinem Bariumsulfat bestanden, so waren bei dem angeführten Versuche von den ursprünglich verwendeten 0,53 g Bariumsulfat nach der Electrolyse noch 0,22 g übrig; es waren also mehr als 50 Proc. des darin enthaltenen Schwefels verschwunden. Dafür war der eigenthümliche Körper (II_2^*) erhalten.

Zur Erklärung der vorstehend angegebenen Thatsachen nehme ich an, dass der Schwefel eine Wasserstoffverbindung ist, und dass durch die Electrolyse Wasserstoff aus ihm ausgeschieden und dafür Platin in ihn eingeführt wird, indem aus dem Reste des Schwefelmolecüls, Platin und auch Barium eigenthümliche Verbindungen entstehen.

Bereits angestellte weitere Beobachtungen, deren Mittheilung ich mir vorbehalte, bestätigen nach meiner Meinung diese Auffassung.

Hr. **E. Budde** sprach dann

Ueber Herstellung todter Räume durch blosse Verdunstung, und über die angebliche Capillaritätsspannung von Emulsionsoberflächen.

Bei der Reaction von Soda auf Chloralhydrat zeigt sich, während in der Flüssigkeit im allgemeinen Chloroformnebel gebildet wird, da, wo sie an Luft grenzt, unter der Oberfläche derselben eine klare Schicht, die von O. Liebreich[1]) als „toter Raum“ bezeichnet wurde. Ich habe nachgewiesen[2]), dass diese Schicht durch die einfache Annahme zu erklären ist: In der Nähe der freien Oberfläche verdunstet das durch die Reaction gebildete Chloroform, daher bleibt die Flüssigkeit klar bis zu derjenigen Grenze, wo die Fortschaffung des Chloroforms durch Diffusion und Verdunstung der Neubildung

1) O. Liebreich, Berl. Sitzungsber. 1889. p. 169—197; Zeitschr. für physikalische Chemie. 5. p. 529—558. 1890.

2) E. Budde, Zeitschr. für physik. Chemie. 7. p. 586—600. 1891.

das Gleichgewicht hält. Zur Stütze dieser Auffassung war es wünschenswerth, deutliche tote Räume durch Verdunstung ohne Zuhülfenahme eines chemischen Processes herzustellen, und das ist mittelst folgender Ueberlegungen gelungen: Soll eine Emulsion über sich einen deutlichen toten Raum zeigen, so muss sie eine scharfe obere Grenze haben. Eine solche ist nur durch Verdunstung zu erzielen, dabei muss aber jede Operation vermieden werden, durch welche Tröpfchen der emulsionirten Flüssigkeit an die Oberfläche des Wassers gelangen, denn sie setzen sich dort fest und verhindern, dass unmittelbar unter der Oberfläche eine regelmässige Verdunstung stattfindet. Man darf also die Emulsion nicht durch Schütteln herstellen, sondern muss sie im Innern des Wassers entstehen lassen. Hierzu gelangt man, wenn man die Eigenschaft des Chloroforms, des Schwefelkohlenstoffs und verwandter Körper benutzt, in kaltem Wasser stärker löslich zu sein als in warmem. Ich schüttle beispielsweise Chloroform bei 0° C. mit Wasser, bis es sich in sehr feinen Tröpfchen durch dasselbe vertheilt hat. Dann filtrire ich diese „grobe Emulsion“ durch gewöhnliches Filtrirpapier; sie geht klar durch, und wenn man während der Operation in das Gefäss, welches die Lösung aufnimmt, einen mit Chloroformdampf gesättigten Luftstrom leitet, so erhält man eine bei 0° nahe gesättigte klare Lösung von Chloroform in Wasser. Diese lässt sich viele Stunden lang aufbewahren, wenn man in den Hals der Flasche einen mit Chloroform mässig getränkten Wattepfropf schiebt und über diesen einen gut schliessenden Stöpsel setzt.

Stellt man ein Probirglas mit dieser Lösung in Wasser von etwa 18° bis 25°, so scheidet sich flüssiges Chloroform als sehr feine Emulsion aus und man sieht unmittelbar unter der Wasseroberfläche einen toten Raum, der an Schärfe und Schönheit dem der Chloral-Soda-Reaction ganz gleich kommt. Saugt man mit einem Capillarröhrchen aus diesem toten Raume einen Theil der Flüssigkeit ab und lässt das Abgesogene bei 18° stehen, so bildet es keinen neuen toten Raum, zum Beweise, dass das überschüssige Chloroform aus ihm wirklich entfernt ist. Rührt man den primären toten Raum leise und auf geringe Tiefe um, so vergrössert er sich, weil das in seiner oberen Schicht enthaltene ungesättigte Wasser weiteres Chloroform auflöst.

Ebenso wie Chloroform verhält sich Schwefelkohlenstoff, ur darf man bei diesem nicht auf Temperaturen über etwa 20° ehen, weil er sonst verdunstet, ehe die Nebelbildung eintritt; ie Lösung muss demgemäss mit einiger Sorgfalt gesättigt werden.

Der tote Raum der Chloral-Soda-Reaction zeigt nun eigenıümliche Gestalten (siehe Hrn. Liebreich's Zeichnungen l. c.), relche bei Liebreich durchweg die Eigenschaft aufweisen, ass die Unterfläche des toten Raumes, also die Oberfläche er Emulsion, mit der Wand des Gefässes einen nahe contanten Winkel macht. Ich habe früher diese Randwinkel für urchaus constant gehalten und daraus den Schluss gezogen, lass sich in ihnen eine besondere Capillarspannung der Emulsionsoberfläche kund gebe. Beim Studium der Ercheinungen, welche die nach obiger Methode hergestellten Emulsionen darbieten, zeigte sich nun, dass die Form der toten Räume ganz deutlich und in erster Linie von Temperaturverhältnissen abhing. Ihre Unterfläche ist nach oben convex, wenn die Flüssigkeit, in der sie entstehen, Wärme nach aussen abgibt, concav dagegen, wenn Wärme von aussen in sie hineinströmt. Hierdurch aufmerksam gemacht, untersuchte ich die Form der toten Räume bei der Chloral-Soda-Reaction unter verschiedenen Temperaturbedingungen und fand in der That, lass auch diese nicht constant sind, dass vielmehr auch ihre Gestalt durch Temperatureinflüsse bedingt wird. Giesst man lie Reactionsflüssigkeiten, Chloral- und Sodalösung, einfach bei Zimmertemperatur zusammen, so ist das Gemisch, weil die Reaction exotherm vor sich geht, dauernd wärmer als seine Umgebung und zeigt die soeben besprochenen stumpfen Randwinkel. Bringt man aber das bei 15° zusammengegossene Gemisch im Probirröhrchen in ein Wasserbad von wenig höherer Temperatur, etwa 18°, so ist es, wenn die ersten Chloroformtröpfchen erscheinen, noch kühler als seine Umgebung; dann zeigt es nicht stumpfe, sondern spitze Randwinkel. Nach einiger Zeit wird indessen die Oberfläche der Emulsion flach, und etwa eine halbe Minute später ist sie merklich nach oben gewölbt, der Randwinkel wird stumpf. Taucht man in diesem Augenblick ein Thermometer in die Emulsion, so findet man, dass es einige Zehntel höher als 18° steht; unter dem vereinten Einfluss der Wärmezuleitung

und der inneren Wärmebildung hat sich also die Temperatur der Emulsion über diejenige des Wasserbades gehoben, und von dem Augenblicke an, wo dies geschehen ist, erscheint auch der stumpfe Randwinkel wieder. Taucht man dagegen das bei 15° zusammengegossene Reactionsgemisch in ein Bad, welches bedeutend wärmer, etwa auf 25°, gehalten wird, so erreicht die Emulsion in längerer Zeit nicht die Temperatur des umgebenden Bades und der Randwinkel bleibt spitz.

Hieraus und aus verwandten Ergebnissen an toten Räumen in Gefässen von verwickelterer Form schliesse ich, dass meine frühere Annahme, die Gestalt des toten Raumes sei wesentlich durch Capillarspannung der Emulsion bedingt, nicht richtig ist; das, was man an toten Räumen, die ohne besondere Vorsichtsmaassregeln hergestellt sind, von eigenthümlichen Formen beobachtet, ist sicherlich weit weniger durch Capillarität als durch v. Bezold'sche Temperaturströmungen verursacht. Dass die Emulsionsoberflächen eine besondere Oberflächenspannung besitzen, bleibt theoretisch möglich; dieselbe wird sich aber nur unter sorgfältigstem Ausschluss aller Temperaturstörungen wahrnehmen lassen.

Man kann nun aus einer Chloroformlösung das Chloroform auch in der Kälte austreiben, indem man ihr Chlorcalciumlösung zusetzt. Auch dann zeigt sich ein toter Raum in der Nähe ihrer Oberfläche, der sich übrigens sehr langsam bildet, entsprechend dem Umstande, dass das Chloroform sich in der Chlorcalciumlösung sehr wenig löst, also auch sehr langsam durch dieselbe nach oben diffundirt. Hier sind gröbere Wärmewirkungen ausgeschlossen, indessen die Masse erweist sich, ganz den Beobachtungen von v. Bezold gemäss, so empfindlich gegen die kleinsten Temperaturunterschiede, dass meine Mittel bisher nicht ausgereicht haben, um festzustellen, welche Formen sie annimmt, wenn alle Temperaturwirkung eliminirt ist. Die Frage, ob sich eine Oberflächenspannung der Emulsionen experimentell wahrnehmen lässt, muss ich also einstweilen unentschieden lassen.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

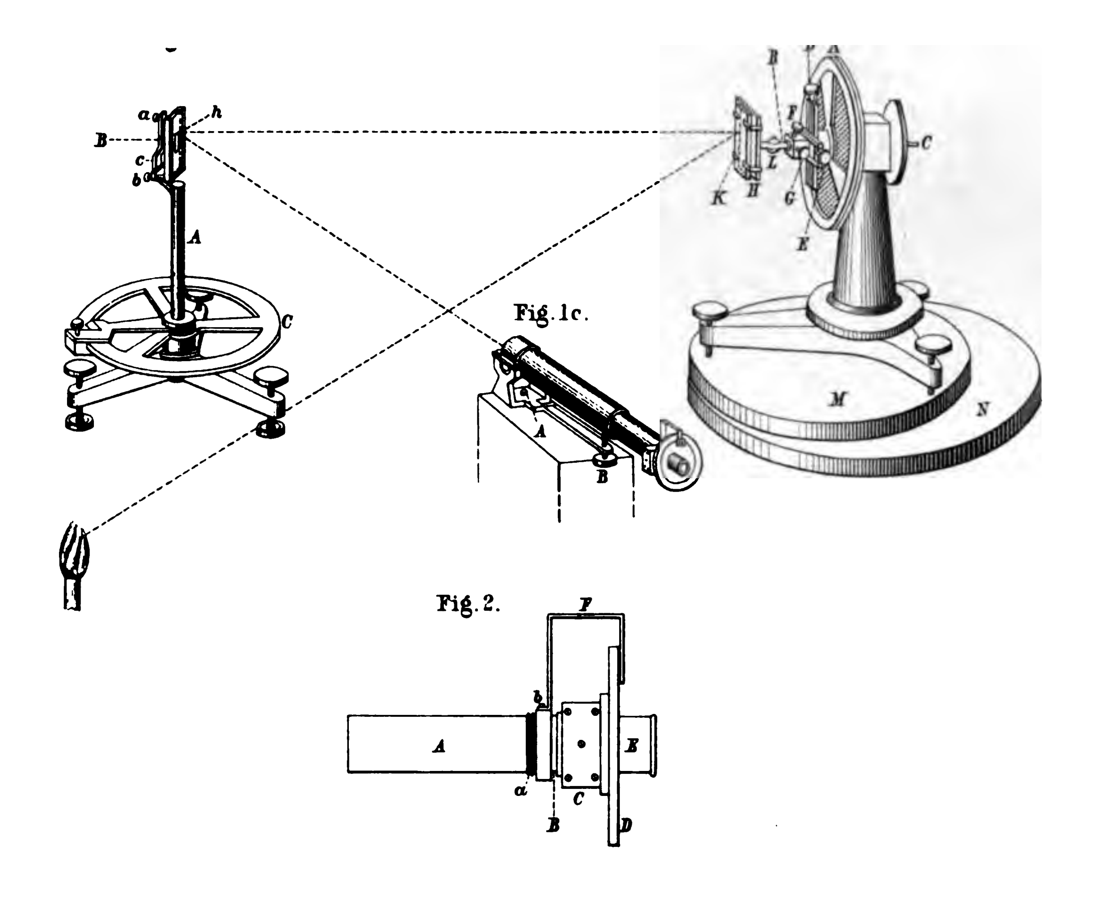


Fig. 1c.

Fig. 2.

1892. ANNALEN № 6.
DER
PHYSIK UND CHEMIE.
NEUE FOLGE. BAND XLVI.

Ueber die specifische Wärme von leicht schmelzbaren Legirungen und Amalgamen;
von L. Schüz.

Die Versuche Regnault's[1]) über „die specifische Wärme :r einfachen und zusammengesetzten Körper" ergaben für anche Legirungen und Amalgame mit niedrigen Schmelzınkten eine erhebliche Differenz zwischen den beobachteten und :n nach dem Mischungsgesesetz aus den specifischen Wärmen :r Bestandtheile berechneten Werthen. Man findet in dieser rbeit z. B. folgende Werthe.

Tabelle 1.

Legirung	berechneter Werth	beobachteter Werth
At. Pb + 2 At. Sn + 1 At. Bi	0,04012	0,04476
At. Pb + 2 At. Sn + 2 At. Bi	0,03785	0,06082
1 At. Hg + 1 At. Sn	0,04172	0,07294
1 At. Hg + 2 At. Sn	0,04563	0,06591
1 At. Hg + 1 At. Pb	0,03234	0,03827

Regnault hatte seine Versuche nach der Mischungsethode angestellt und dabei als Anfangs-Temperatur die :mperatur + 100° benutzt. Die Differenz zwischen den beachteten und berechneten Werthen hatte er dem Umstande geschrieben, dass die angeführten Körper bei 100° schon ıen grossen Theil ihrer Schmelzwärme enthalten könnten. ı hierüber noch keine anderen Versuche veröffentlicht worn sind, so habe ich auf Veranlassung des Hrn. Prof. Himedt eine Reihe von Versuchen angestellt um zu entscheiden, für die erwähnten Körper das Mischungsgesetz Gültigkeit sitzt. Zu diesem Zwecke wurden die Körper durch Kälte-

1) Regnault, Pogg. Ann. 53. p. 88. 1841.

mischungen oder feste Kohlensäure abgekühlt und dann in ein Mischungscalorimeter von Zimmertemperatur gebracht.

Man konnte erwarten, dass die so erhaltenen Werthe der specifischen Wärme jener niedrig schmelzenden Legirungen und Amalgame sich den berechneten Werthen mehr oder weniger nähern würden. Ausserdem konnte man hoffen, aus dem Verlaufe der specifischen Wärme der auf verschieden tiefe Temperaturen abgekühlten Amalgame erkennen zu können, ob das Quecksilber dieser Amalgame ganz oder theilweise zu erstarren vermöchte, ob also die Amalgame als einfache Gemische ihrer Bestandtheile anzusehen seien, oder nicht.

Zur Lösung dieser Fragen wurde eine Anzahl leicht schmelzbarer Legirungen und Amalgame untersucht und zwar Rose'sche Legirung (48,90 gr Bi + 27,54 gr Pb + 23,56 gr Sn), Wood'sche Legirung, d'Arcet'sche Legirung (49,25 gr Bi + 21,21 gr Sn + 27,55 gr Pb), Zinn-Cadmium-Legirung ($CdSn_2$); ferner die Amalgame: $SnHg$, Sn_2Hg, Sn_3Hg, Sn_4Hg, Sn_5Hg, $SnHg_2$, $PbHg$, Pb_2Hg, $Pb_{11}Hg_{10}$, Pb_7Hg_2, $ZnHg$, Zn_2Hg, Zn_3Hg_4, 3 procentiges Natrium-Amalgam, 10 procentiges Natrium-Amalgam und 9,58 procentiges Kalium-Amalgam. Um die erhaltenen Werthe mit den aus der specifischen Wärme der Bestandtheile berechneten Werthen vergleichen zu können, mussten auch die specifischen Wärmen der verwendeten Metalle für die benutzten Temperaturintervalle bestimmt werden. Diese Untersuchungen erstreckten sich auf Sn, Pb, Zn, Cd. Bi, Sb, K, Na, Cu und Pt.. Für die specifische Wärme des Quecksilbers wurden bei den Rechnungen die Bestimmung Regnault's[1]) und der von Milthaler[2]) ermittelte Aenderungs-Coefficient der specifischen Wärme des flüssigen Quecksilbers zu Grunde gelegt.

Zur Controle der für die Amalgame gefundenen Werthe wurde endlich noch eine Reihe von Versuchen angestellt, durch welche der Gang der Temperatur beim Abkühlen der Amalgame von 0° auf −80° und dem darauf folgenden Erwärmen auf 0° mit Hülfe eines Thermoelementes festgestellt wurde, dessen eine Löthstelle sich im Innern des Amalgames befand.

1) Regnault, Pogg. Ann. 78. p. 118. 1849.
2) Milthaler, Wied. Ann. 36. p. 897. 1889.

Die verwendeten Legirungen und Amalgame.

Die Legirungen und Amalgame wurden mit Ausnahme des Wood'schen Metalles, das der Sammlung des physikalischen Institutes zu Giessen entnommen war, aus den Bestandtheilen zusammengeschmolzen. Die dazu nöthigen Metalle waren aus der chemischen Fabrik von Merck in Darmstadt als chemisch reine Metalle bezogen worden. Zu den Amalgamen wurde Quecksilber verwendet, das nach vorheriger Reinigung durch Kaliumbichromat zweimal destillirt worden war. Da einige Proben gezeigt hatten, dass die Legirungen und Amalgame beim Zusammenschmelzen in freier Luft eine ziemlich bedeutende Oxydation erlitten, so wurden dieselben in einer Kohlensäure-Atmosphäre hergestellt. Zu diesem Zwecke diente ein kleiner, eiserner, verschlossener Schmelztiegel, in den während des Schmelzens Kohlensäure eingeleitet wurde. Auf diese Weise wurde erreicht, dass sich stets nur ein ganz dünnes Oxydhäutchen auf der Masse bildete. Da bei der Herstellung der Amalgame der Tiegel nur durch eine ganz schwache Flamme erwärmt wurde, so konnte kein erheblicher Verlust von Quecksilber durch Verdampfen entstehen. Die Amalgame des Kaliums und Natriums wurden hergestellt, indem das Quecksilber tropfenweise zu dem unter geschmolzenem Paraffin befindlichen Metall zugefügt wurde. Das Eingiessen des Quecksilbers war bei den ersten Tropfen von heftigen Reactionen mit Feuererscheinungen begleitet; diese Reactionen wurden in dem Maasse schwächer, als Quecksilber zugefügt wurde und blieben schliesslich ganz aus. Es sei hier noch erwähnt, dsss das Natrium viel heftigere Reactionen hervorbrachte, als das Kalium.

Die untersuchten Amalgame der Alkalien sind harte, spröde Körper mit ziemlich hohen Schmelzpunkten, welche an der Luft ihr anfangs metallisches Aussehen durch starke Oxydation schon nach wenigen Minuten vollständig verlieren und deshalb unter Petroleum aufbewahrt werden müssen. Die übrigen untersuchten Amalgame sind Körper, die infolge ihrer krystallinischen Structur leicht zerbröckeln und ziemlich niedere Schmelzpunkte besitzen. Einige an Quecksilber reiche Amalgame, z, B. $SnHg$, $SnHg_2$ und $PbHg$ sonderten nach längerem Aufbewahren einige Tropfen flüssigen Amalgams ab.

Apparate und Versuchsanordnung der Mischungsversuche.

Die Versuche zur Bestimmung der specifischen Wärme wurden nach der Mischungsmethode ausgeführt. Als Mischflüssigkeit wurde bei vielen Versuchen Wasser, bei anderen Versuchen Terpentinöl, bei den Versuchen mit Alkalimetallen und Amalgamen endlich Petroleum verwendet. Terpentinöl wurde für Körper mit niedriger specifischer Wärme namentlich deshalb gewählt, weil bei den Abmessungen der benutzten Apparate die Menge der untersuchten Substanzen gewisse Grenzen nicht übersteigen durfte, und weil trotzdem wegen der geringen specifischen Wärme der Mischflüssigkeit eine genügende Temperaturänderung erzielt werden konnte. Für die Versuche mit den Alkalien und Alkali-Amalgamen musste Petroleum verwendet werden, weil sich herausstellte, dass selbst frisch destillirtes Terpentinöl auf dieselben chemisch einwirkte.

Als Calorimeter dienten zwei aus dünnem Messingblech verfertigte cylinderförmige Gefässe von 5 cm Höhe und 3,5 cm Durchmesser, deren Wasserwerthe 0,753 und 0,769 betrugen. Diese Calorimeter wurden, um sie vor äusseren Einwirkungen zu schützen, in den Deckel eines allseitig verschlossenen Holzkästchens ($22 \times 12 \times 10$ cm) eingelassen. Als Calorimeter-Thermometer diente ein in Zehntelgrade getheiltes Quecksilber-Thermometer mit kleinem Gefässe. Dies Thermometer wurde, um den Wasserwerth der Nebentheile möglichst klein zu machen, gleichzeitig zum Umrühren der Flüssigkeit benutzt. Der Wasserwerth des eintauchenden Theiles dieses Thermometers wurde zu 0,170 bestimmt.

Zur Bestimmung der Temperaturen der abgekühlten Substanzen dienten zwei von Geissler in Bonn bezogene Weingeistthermometer, deren Theilung bis -130° reichte. Diese Thermometer waren, um ihre Angaben zu corrigiren, bei drei verschiedenen Temperaturen mit einem zu diesem Zwecke besonders eingerichteten Luftthermometer verglichen worden. Die 3 Vergleichstemperaturen (-79°, -35° und -20°) lagen in der Nähe der Temperaturen, bei welchen die Substanzen untersucht wurden. An den abgelesenen Temperaturen musste noch eine weitere Correction angebracht werden wegen des herausragenden Fadens, die bei der grossen Länge desselben

und bei dem oft beträchtlichen Temperaturunterschied zwischen Gefäss und Faden, manchmal 3⁰ betrug. Zur Bestimmung dieser Correction wurde die Formel benutzt:

$$c = 0{,}000913\, a\,(t - to).$$

Dabei ist a die Länge des Fadens, in Graden ausgedrückt, $t - to$ die Temperatur-Differenz zwischen Gefäss und Faden, 0,000913 der cubische Ausdehnungs-Coefficient des Alkohols. Zur Bestimmung der Temperatur des herausragenden Fadens dienten 2 bis 3 Hülfs-Thermometer. Die Constante 0,000913 ist das Mittel aus den in den Tabellen von Landolt und Börnstein angegebenen Werthen für den cubischen Ausdehnungs-Coefficienten des Alkohols. Um die Verwendbarkeit dieser Zahl für die benutzten Thermometer zu prüfen wurden die Correctionen derselben für lange herausragende Fäden bestimmt, während ihre Gefässe sich in schmelzendem Schnee befanden. Die mit den Correctionen versehenen Ablesungen nähern sich, wie folgende Tabetle zeigt, den wirklichen Nullpunkten hinreichend, um jene Constante brauchbar erscheinen zu lassen.

Tabelle 2.

Thermometer		Länge des Fadens	Temp. des Fadens	Correction	Abgelesen	Berechn. Nullp.	Wirklicher Nullp.
März 1889	I	120°	16,2°	− 1,69°	+ 1,7°	+ 0,01°	0,0°
	II	120°	16,2°	− 1,69°	+ 1,8°	+ 0,11°	0,0°
November 1890	I	120°	15,8°	− 1,69°	+ 1,9°	+ 0,21°	+ 0,2°
	II	120°	15,8°	− 1,69°	+ 1,9°	+ 0,21°	+ 0,3°

Wie aus den Werthen der letzten Columne dieser Tabelle hervorgeht, hatten sich die Nullpunkte der beiden Alkohol-Thermometer im Laufe der Untersuchungen etwas verschoben. Dieselbe Erscheinung zeigte das Calorimeter-Thermometer, dessen Nullpunkt während des ersten Winters bei + 0,56°, im zweiten Winter dagegen bei + 0,61° lag. Diese Nullpunkts-Aenderungen der Thermometer wurden bei den Rechnungen berücksichtigt.

Die zu untersuchenden Substanzen wurden erwärmt, resp. abgekühlt in Reagenzröhren von ungefähr 1,5 cm Durchmesser.

Um die Temperatur im Inneren dieser Röhren bestimmen zu können, waren die 2 Alkohol-Thermometer und, für Versuche mit erwärmten Substanzen, 2 Quecksilber-Thermometer derart mit Watte umwickelt, dass sie, in die Röhren hereingeschoben, deren Hohlraum grösstentheils ausfüllten. Die Gefässe der Thermometer waren nicht bewickelt; es blieb also zwischen ihnen und der Röhrenwand ein kleiner Raum frei zur Aufnahme der zu untersuchenden Substanz. Bei den Erwärmungs-Versuchen wurden die beschriebenen Reagenzröhren in einen entsprechend eingerichteten Dampf-Erhitzungs-Apparat gebracht und dort so lange der Einwirkung der Wasserdämpfe überlassen, bis die Thermometer im Innern constante Temperatur anzeigten.

Zu den Abkühlungs-Versuchen wurden zwei Arten von Kälte-Mischungen und feste Kohlensäure verwendet. Um eine Temperatur von — 20° zu erzielen, wurde eine Mischung nach gleichen Gewichtstheilen aus Schnee oder gestossenem Eis und Chlornatrium hergestellt. Diese Kälte-Mischung zeichnete sich durch grosse Constanz der Temperatur aus. Zur Erzeugung einer Temperatur in der Nähe von — 40° diente eine Mischung von 10 Gewichtstheilen krystallisirten Chlorcalciums mit 7 Gewichtstheilen Schnees oder fein geschabten Eises. Die Temperatur dieser Kälte-Mischung war nicht so lange constant, wie die der oben beschriebenen; doch behielt sie die tiefste Temperatur immerhin etwa 30 Minuten lang, eine Zeit, die genügte, um die zu untersuchenden Körper auf diese Temperatur zu bringen. Zur Abkühlung auf noch tiefere Temperaturen diente feste Kohlensäure.

Die Versuche zur Bestimmung der specifischen Wärme nahmen folgenden Verlauf. Es sei vorausgeschickt, dass stets zwei Versuche gleichzeitig vorbereitet und rasch nach einander ausgeführt wurden; es geschah dies einmal um die hergestellten Kälte-Mischungen u. s. w. möglichst auszunutzen, dann aber auch, um stets zwei unter möglichst gleichen Verhältnissen erzielte Resultate zu erhalten. Nachdem zwei Portionen der zu untersuchenden Substanz (30—40 g) abgewogen und in der beschriebenen Weise in die Reagenzröhren gefüllt waren, wurden letztere in dem Erhitzungs-Apparat erwärmt, oder in der Kälte-Mischung oder in Kohlensäure abgekühlt. Während

dieser Zeit wurden die Calorimeter mit abgewogenen Mengen der Mischflüssigkeit gefüllt. Wenn bei den Abkühlungs-Versuchen der Stand der Thermometer sich nicht mehr änderte, wurde die Calorimeter-Flüssigkeit auf eine etwas höhere Temperatur erwärmt, als die Umgebung zeigte und der Gang der Abkühlung in Intervallen von je 30 Sec. beobachtet. Aus dieser Vorbeobachtung wurde die Temperatur der Calorimeter-Flüssigkeit im Augenblick der Mischung bestimmt. Die Mischung erfolgte mit wenigen Ausnahmen genau 30 Sec. nach der letzten Ablesung des Thermometers. Der Vorgang der Mischung selbst erforderte nur eine Zeit von 3—4 Sec.; man konnte also den Fehler der durch Erwärmen der Substanz während dieser kurzen Zeit entstand, ausser Betracht lassen. Nach dem Einwerfen der Substanz wurde unter fortwährendem Umrühren die Temperatur nach je 15 Sec. abgelesen. Sobald das Minimum der Temperatur eingetreten war, wurde der zweite Versuch begonnen. Die Versuche mit erhitzter Substanz wurden in derselben Weise angestellt.

Die ersten Versuche hatten gezeigt, dass das Temperatur-Maximum des Calorimeters in der Regel nach 60—90 Sec., das Minimum nach 90—150 Sec. eintrat. Wegen dieses verhältnissmässig raschen Ausgleiches der Temperaturen wurde von einer genaueren Correctur der Endtemperatur abgesehen und nur der sogenannte Rumford'sche Kunstgriff[1]) angewendet. Zu diesem Zwecke wurde die Anfangs-Temperatur des Calorimeters so gewählt, dass sie sich um $^2/_3$ der erwarteten Temperatur-Aendernng über oder unter der Umgebungs-Temperatur befand.

Die Versuche nach der Mischungs-Methode ergeben folgende in Tabelle 3 und 4 zusammengestellten Resultate.

Die unter „berechnet“ aufgeführten Werthe sind nach dem Neumann'schen Mischungsgesetz berechnet.

---

1) Müller-Pfaundler, Lehrbuch d. Physik. 2. p. 298.

Tabelle 3.
Specifische Wärme der reinen Metalie.

Name	Im Wasserdampfbade erwärmt	In Kohlensäure gekühlt	Bemerkungen
Kupfer	0,09307 0,09278 0,09334	0,09041 0,09014	kleine Stückchen v. dickem Kupferdra Mischflüssigkeit: Wasser. Bède fa zwischen 0° u. 100°: 0,09331.
Zinn (chemisch rein)	0,05573 0,05554	0,05453 0,05373 0,45421	Mischflüssigkeit: Terpentinöl. Buns fand zwischen 0° u. 100°: 0,0559.
Zink	0,09676 0,09595	0,09460 0,09570	Mischflüssigkeit: Wasser. Bunsen z schen 0° u. 100°: 0,0935.
Blei (chemisch rein)	0,03166 0,03171	0,02928 0,02948	Mischflüssigkeit: Terpentinöl. Re nault fand zwischen + 48° u. + 19°: 0,0315 + 11° u. − 78°: 0,03065.
Platin (Blechstreifen)	0,03298 0,03292	0,03037	Mischflüssigkeit: Terpentinöl. Vio fand zwischen + 10° u. + 100°: 0,03
Wismuth	0,03119 0,03155	0,02983 0,03025	Mischflüssigkeit: Wasser. Kopp zwischen + 48° u. + 20°: 0,030 Bède „ + 102° u. + 9°: 0,029
Antimon	0,05077 0,05070 0,05078 0,05032 0,05041	0,05198 } 1. 0,05098 } Portion 0,05279 } 0,05073 } 2. 0,05226 } Portion	Mischflüssigkeit: Wasser. Bunsen zwischen 0° u. 100°: 0,049 Bède „ 0° u. 100°: 0,048
Cadmium	0,05638 0,05698 0,05661 0,05596 0,05705 0,05720	0,05581 } 1. 0,05704 } Portion 0,05805 } 2. Portion	Mischflüssigkeit: Wasser. Bunsen zwischen 0° u. 100°: 0,05
Natrium		0,2823 } zwisch. 0,2836 } − 79,5° u. + 17°	Mischflüssigkeit: Petroleum. Regna zwischen − 28° u. − 6°: 0,2934.
Kalium		0,1639 } zwisch. 0,1685 } − 78,5° u. + 23,3°	Mischflüssigkeit: Petroleum. Regna zwischen − 78° u. 0°: 0,16551.

Discussion der Resultate.

Tabelle 3 enthält die specifischen Wärmen der verwendeten Metalle. Die Werthe für Kupfer mussten bestimmt werden, weil mit Hülfe des Kupfers die specifische Wärme des benutzten Terpentinöles und Petroleums ermittelt wurde. Platin wurde untersucht, um an einem bei gewöhnlicher Temperatur von seinem Schmelzpunkte möglichst weit entfernten Metalle die Brauchbarkeit der Methode controlliren zu können;

auch war bisher eine Bestimmung der specifischen Wärme des Platins bei niederen Temperaturen noch nicht veröffentlicht. Die Tabelle zeigt, dass die specifische Wärme der meisten untersuchten Metalle mit abnehmender Temperatur kleiner wird. Bemerkenswerthe Ausnahmen machen nur Antimon und Cadmium, deren specifische Wärme zwischen — 78° und + 20° grösser gefunden wurde, als zwischen + 100 und + 20°. Dies abweichende Verhalten liesse sich vielleicht erklären, wenn man nachweisen könnte, dass durch Abkühlen auf tiefe Temperaturen allotrope Modificationen dieser Metalle entständen, wie sie für Zinn von Rammelsberg[1]) nachgewiesen sind. Dabei muss ich allerdings bemerken, dass ich bei einer Zinnprobe einen Uebergang in eine allotrope Modification durch Einwirkung tiefer Temperaturen nicht habe beobachteu können. Die allotropen Modificationen des Zinns sind durch verschiedenes Aussehen, aber auch durch verschiedene Dichte und specifische Wärme (Bunsen[2])) charakterisirt. Ein Stück frisch

Tabelle 4.

Specifische Wärme der Legirungen und Amalgame.

A. Legirungen.

Name und Zusammensetzung	im Wasserbade erwärmt	in Kohlensäure gekühlt	Bemerkungen
Rose'sche Leg. 48,90 g Bi + 27,54 g Pb + 23,56 g Sn	89,7° 0,0555 87,9° 0,0549	– 76,9° 0,0360 – 77,9° 0,0351	Mittelwerth in Kohlensäure: 0,03555. Berechneter Werth: 0,03554.
Wood'scheLeg Zusammensetzung unbekannt	89,9° 0,0617 88,7° 0,0574	– 71,6° 0,0366 – 72,4° 0,0356 – 78,1° 0,03613 – 75,2° 0,03606	Weil die Zusammensetzung unbekannt war, konnte die spec. Wärme nicht berechnet werden
D'Arcet'sche Leg. 49,25 g Bi + 21,21 g Sn + 27,55 g Pb	86,9° 0,0583 84,6° 0,0584	– 68,7° 0,0341 – 67,5° 0,0356	Mittelwerth in Kohlensäure: 0,03485. Berechneter Werth: 0,03438.
	im Dampfbade erwärmt		
Zinn-Cadmium $CdSn_2$	0,05606 0,05597 0,05600	– 77,0° 0,05537	Berech. Werth: 0,05489 in Kohlensäure: 0,05537.

1) Rammelsberg, Berl. Ber. d. Ch. Ges. **13.** p. 1738. 1880 Juli-December.

2) Bunsen, Pogg. Ann. **141.** p. 1870.

B. Amalgame.

I. Zinn - Amalgame.

Nummer und Zusammensetzung	im Dampfbade erwärmt	in Kältemischung gekühlt				in Kohlensäure gekühlt		Bemerkungen
1. Amalgame I.	0,0721	– 32,1°	0,0418			– 60,1°	0,0609	
Zusammensetzung	0,0725	– 34,4°	0,0427			– 68,7°	0,0619	
nicht genau bekannt;		– 30,8°	0,0414			– 79,0°	0,0572	
ungefähr Sn Hg		– 31,1°	0,0412					
		– 37,2°	0,0680					
		– 38,4°	0,0701					
		– 40,3°	0,0716					
		– 40,8°	0,0718					
		– 40,9°	0,0644 (?)					
		– 42,9°	0,0713					
2. Amalgame II.	0,0716	– 21,7°	0,0411	– 34,8°	0,0506	in Kohlensäure		ber.: **0,04122.**
Sn Hg	0,0731	– 31,8°	0,0397	– 36,6°	0,0595	nicht untersucht		Mittelwerth zwischen
(beide chemisch	0,0695	– 31,2°	0,0401	– 38,8°	0,0661			– 30° und + 15°
rein)	0,0725	– 31,8°	0,0409	– 39,6°	0,0663			**0,04083.**
	0,0710	– 31,8°	0,0426	– 41,2°	0,0683			
	0,0697	– 32,3°	0,0400	– 45,3°	0,0638			
		– 32,8°	0,0408	– 46,6°	0,0656			
		– 33,3°	0,0407					
		– 31,7°	0,0389					
		– 33,0°	0,0403					
		– 33,9°	0,0440					

rein)	0,0736 0,0739	– 25,8° – 30,3° – 30,9° Mittel	0,0386(?) 0,0415 0,0427 0,04218	– 37,2°	0,0676			**0,04218.**
4. Amalgam IV. Sn_2 Hg (beide chemisch rein	0,0657 0,0647	– 19,2° – 19,8° – 27,3° – 27,6° Mittel	0,0468 0,0480 0,0444 0,0450 0,04605	– 39,4° – 42,2°	0.0606 0,0609	– 74,8° – 74,7° – 75,0°	0,0560 0,0563 0,0569	ber.: **0,04715.** Mittelwerth zwischen – 24° und + 15° **0,04605.**
5. Amalgam V. Sn_3 Hg (beide chemisch rein)	0,0574 0,0583	– 20,3° – 20,3° – 25,9° – 26,9° Mittel	0,0495 0,0483 0,0481 0,0461 0,04800	– 34,9° – 36,0°	0,0528 0.0528	– 64,4° – 73,5°	0,0560 0,0531	ber.: **0,04693.** Mittelwerth zwischen – 23° und + 15° **0,04800.**
6. Amalgam XI. Sn_4 Hg (beide chemisch rein)	0,05841 0,05871	– 30,37° – 30,12° Mittel	0,04914 0,04934 0,04924	– 47,68° – 48,07°	0,05900 0,05700	– 78,48° – 75,70°	0,05347 0,05408	ber.: **0,04831.** Mittelwerth zwischen – 30° und + 15° **0,04924.**
7. Amalgam XII. Sn_5 Hg (beide chemisch rein)	0,05568 0,05514	– 16,51° – 16,15° Mittel	0,05088 0,04988 0,05039	– 38,44° – 42,91°	0,05220 0,05168	– 77,82° – 77,29°	0,05090 0,05072	ber.: **0,04903.** Mittelwerth zwischen – 16° und + 15° **0,05039.**
8. Amalgam VI. Sn Hg_2 (beide chemisch rein)	0,0799 0,0715 0,0741 0,0709	– 21,3° – 26,1° Mittel	0,0411 0,0377 0,03940	– 43,6° – 42,7°	0,0768 0,0779	– 56,7° – 69,3°	0,0643 0,0674	ber.: **0,03818.** Mittelwerth zwischen – 23° und + 15° **0,03940,** sehr weiches Amalgam, bei 100° fast vollständig flüssig.

II. Blei-Amalgame.

Nummer und Zusammensetzung	im Dampfbade erhitzt	in Kältemischung gekühlt	in Kohlensäure gekühlt	Bemerkungen
9. Amalgam VII. Pb Hg (beide chemisch rein)	0,0422 0,0425	– 21,7° 0,0355 – 40,7° 0,0397 – 21,5° 0,0352 – 42,7° 0,0441 – 33,2° 0,0340 – 33,6° 0,0336 Mittel 0,03458	– 65,1° 0,0433 – 68,8° 0,0437	ber.: **0,03152,** Mittelwerth: **0,03458.** Regnault: für das Amalgam Pb Hg: gefunden zwischen 100° u. 20° 0,03827, ber.: 0,03234.
10. Amalgam VIII. Pb_2 Hg (beide chemisch rein)	0,0327 0,0315 0,0324 0,0329 0,0328	– 20,8° 0,0314 (?) – 20,6° 0,0343 – 20,9° 0,0344 – 21,1° 0,0341 – 26,4° 0,0324 – 25,8° 0,0320 – 33,9° 0,0357 – 35,4° 0,0336 Mittel 0,03348	– 55,9° 0,0357 – 68,0° 0,0357 – 71,7° 0,0337	ber.: **0,03094.** Mittelwerth: **0,03348.**
11. Amalgam XIII. 46,16 Proc. Pb + 53,84 Proc. Hg ungefähr Pb_{11} Hg_{10}	im Dampfbade nicht untersucht	– 30,44° 0,03312 – 31,71° 0,03432 Mittel 0,03372	– 77,52° 0,04303 – 76,54° 0,04210	ber.: **0,03165,** Mittelwerth: **0,03372.**
12. Amalgam X. Pb_1 Hg_2	0,03069 0,03113	– 34,4° 0,0308 – 34,3° 0,0302 Mittel 0,03050	– 73,1° 0,0302 – 74,0° 0,0304	ber.: **0,03058,** Mittelwerth: **0,03050.**

13. Amalgam XVI. $Zn_3 Hg_4$	im Dampfbade nicht untersucht	– 21,67° 0,05400 – 21,71° 0,05436 Mittel 0,05418		– 79,58° 0,06437 – 78,89° 0,06545	ber.: **0,04547,** Mittelwerth: **0,05418.**
14. Amalgam IX. Zn Hg	0,0645 0,0652	– 21,13° 0,0552 – 21,37° 0,0552 – 30,90° 0,0540 – 32,7° 0,0567 Mittel 0,05528		– 66,8° 0,0639 – 73,9° 0,0632	ber.: **0,04862,** Mittelwerth: **0,05528.**
15. Amalgam XIV. $Zn_2 Hg$	0,07866 0,07788	– 33,64° 0,06790 – 29,94° 0,06620 Mittel 0,06705	– 42,30° 0,06528 – 45,58° 0,06586	– 78,39° 0,06544 – 77,61° 0,06427	ber.: **0,05787,** Mittelwerth: **0,06705,**

IV. Amalgame der Alkalien.

16. Natrium-Amalgam 10 Proc. Na enthaltend	im Wasserb. 62,2° 0,06013 63,2° 0,05930	– 21,65° 0,05387 – 21,37° 0,05396	– 39,91° 0,05113 – 39,43° 0,05076	– 77,37° 0,05167 – 77,04° 0,05213	Für die Na-Amalgame wurde die specifische Wärme nicht berechnet, weil ihre Zusammensetzung nicht genau durch Analysen bestimmt war.
17. Natrium-Amalgam 3 Proc. Na enthaltend	nicht untersucht	– 20,52° 0,03788 – 20,76° 0,03818		– 79,28° 0,04050 – 79,59° 0,04230	
18. Kalium-Amalgam 9,58 Proc. K enthaltend	61,0° 0,04945 61,5° 0,04900	– 20,90° 0,04491 – 22,30° 0,04501 Mittel 0,04496		– 78,82° 0,04344 – 79,27° 0,04397	ber.: **0,04541,** Mittelwerth: **0,04496.**

umgeschmolzenen Zinns wurde halbirt und die Dichte beider Theile bestimmt, nachdem das eine Stück 3 Stunden lang auf — 80° abgekühlt worden war. Die Dichte des letzteren betrug 7,268, des ersteren 7,304. Da diese Zahlen keine erhebliche Verschiedenheit zeigen, so kann man annehmen, dass bei der viel kürzeren Abkühlungszeit der Versuche mit den Amalgamen das Zinn keine Aenderung seiner molecularen Structur erlitten, die Erscheinung also bei meinen Versuchen keine Rolle gespielt hat.

Die specifische Wärme des Natriums, zwischen — 79° und + 17° zu 0,2829 gefunden, ist etwas kleiner als der Werth Regnault's [1]) (0,2934); dabei muss man aber bedenken, dass Regnault's Werth für ein Temperaturintervall von — 28° bis — 6° gilt und deshalb grösser sein muss als der zwischen — 80° und + 15° bestimmte Werth. Das Mittel aus den zwei Werthen für Kalium zeigt genügende Uebereinstimmung mit dem Regnault'schen Werthe.

In Tabelle 4 sind unter *A* die Werthe der specifischen Wärmen einiger Legirungen angeführt. Alle diese Legirungen haben bei hohen Temperaturen grössere specifische Wärme als bei tiefen Temperaturen. Der Unterschied in den Werthen der specifischen Wärme ist bei den drei ersten Legirungen (D'Arcet, Rose Wood), deren Schmelzpunkte in der Nähe von 90° liegen, sehr erheblich; die Zinn-Cadmiumlegirung, die einen höheren Schmelzpunkt besitzt, zeigt einen viel geringeren Unterschied der Werthe der specifischen Wärme. Zum Theil mag dies auch eine Folge des erwähnten abweichenden Verhaltens des Cadmiummetalles sein. In der letzten Columne dieser Tabelle sind die nach dem Mischungsgesetze berechneten Werthe der specifischen Wärme mit den bei tiefen Temperaturen beobachteten Werthen zusammengestellt. Die Berechnung dieser Zahlen geschah nach der Formel:

$$C = \frac{m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

In diese Formel wurden die Werthe der specifischen Wärme der Bestandtheile eingesetzt, welche für das Tempe-

1) Regnault, Pogg. Ann. 98. p. 396. 1856.

:intervall -80^0 bis $+15^0$ gefunden waren (Tabelle 3).
so berechneten Werthe stimmen mit den beobachteten
then hinreichend überein, sodass das Mischungsgesetz
mann'sches Gesetz) auch für diese leicht schmelzbaren
rungen als gültig anzusehen ist, sobald es sich um Tempe-
·en handelt, die genügend weit vom Schmelzpunkte ent-
sind.

Eine ganz ähnliche Erscheinung, wie die besprochenen
rungen sie darbieten, zeigen auch die Amalgame. Die
the für die specifische Wärme derselben zwischen $+100^0$
$+15^0$ sind bedeutend grösser als die zwischen -30^0
$+15^0$. Dass auch hier die Nähe des Schmelzpunktes
g_2 und Zn_3Hg_4 sind bei 100^0 flüssig, PbHg, SnHg weich)
lbe Rolle spielt, scheint mir besonders daraus hervor-
hen, dass die specifischen Wärmen zwischen -30^0 und
^{0}, also in grösserer Entfernung vom Schmelzpunkte, sich
nach dem Mischungsgesetz berechneten bedeutend nähern,
Theil sogar mit ihnen gut übereinstimmen. (Tab. 4 Col. 5.)
berechneten Werthe wurden aus derselben Formel ge-
ıen wie oben. Als specifische Wärme der zweiten Com-
nte der Amalgame wurde dabei der Werth eingesetzt, der
aus den in Tabelle 3 enthaltenen Beobachtungen für eine
ere Temperatur -10^0 ableiten lässt. Für Zinn war
gefunden worden:

. zwischen $+100^0$ u. $+20^0$ oder sp. W. bei d. mittl. Temp. $+60^0$: 0,05564
„ -80^0 „ $+14^0$ „ „ „ „ „ „ „ -33^0 : 0,05416

Bei einer Aenderung der mittleren Temperatur um 93^0
rt sich demnach die specifische Wärme des Zinns um
148. Daraus findet man, lineare Abhängigkeit voraus-
zt, die specifische Wärme für -10^0 zu 0,05452.

Die specifische Wärme des Quecksilbers für eine mittlere
peratur von -10^0 wurde aus den Angaben Milthaler's [1])
:hnet, der dafür aus seinen Versuchen die Formel ab-
e:

$$c_t = 0{,}033266 - 0{,}0000092\,t.$$

Man findet $c_{-10^0} = 0{,}03336$, welcher Werth in die Rech-
en einging.

---

1) Milthaler, Wied. Ann. N. F. **36.** p. 897. 1889.

Ausser der erwähnten Abnahme der specifischen Wärme mit der Temperatur zeigen die Amalgame, wie die Tabellen lehren, noch eine andere, auf den ersten Blick sehr auffallende Erscheinung, nämlich ein plötzliches Ansteigen der specifischen Wärme, sobald die Anfangstemperatur unter -40^0 gelegen ist. Dieser Sprung in den Werthen der specifischen Wärme ist bei allen Amalgamen eingetreten mit Ausnahme von Pb_7Hg_2, Zn_2Hg, des 10procent. Na-Amalgames und des 9,58procent. K-Amalgames. Sein Betrag ist, wie Tabelle 4b leicht erkennen lässt, von dem Quecksilbergehalte des Amalgames abhängig.

Dies Verhalten legte die Vermuthung nahe, dass bei einer Temperatur, die sich dem Gefrierpunkte des Quecksilbers nähert, ein Theil des in dem Amalgame enthaltenen Quecksilbers erstarrt und dass die zur Schmelzung dieses Antheiles nöthige Wärme den Werth der beobachteten Wärmeaufnahme erhöht. Zur Prüfung dieser Vermuthung wurden für eine Anzahl der Versuche, bei welchen die Amalgame durch feste Kohlensäure abgekühlt worden waren, die aufgenommenen Wärmemengen berechnet. Diesen Berechnungen wurde zunächst die Annahme zu Grunde gelegt, dass die Amalgame einfache Gemische der sie zusammensetzenden Körper seien und dass diese letzteren dabei die gleichen specifischen Wärmen besitzen, wie in reinem Zustande. Ausserdem wurde angenommen, dass alles Quecksilber der Amalgame bei -40^0 erstarre. Die aufgenommene Wärmemenge würde unter diesen Voraussetzungen ausgedrückt werden durch die Formel:

$$W = m_1 c_1 (T - t) + m_2 (c_2 \{T + 40\} - c_2^1 \{40 + t\} - 2{,}82)$$

In dieser Formel bedeuten m_1 und c_1 Gewicht und specifische Wärmen (zwischen den benutzten Temperaturgrenzen) des festen Metalles, m_2 das Gewicht des Quecksilbers, 2,82 seine Schmelzwärme. Ferner bedeuten c_2 und c^1_2 die specifische Wärme des Quecksilbers in festem und flüssigem Zustande, T und t die Anfangs- und Endtemperatur, -40^0 die Gefriertemperatur des Quecksilbers.

Nach dieser Formel wurden für die Versuche mit Zinn- und Bleiamalgamen zwischen $T = -80^0$ und $t = +20^0$ die aufgenommenen Wärmemengen berechnet. In der folgenden Tabelle 5 sind diese Werthe für die Bleiamalgame in der

dritten Columne enthalten; Columne 4 enthält die bei den betreffenden Versuchen beobachteten Werthe, Columne 5 die Differenzen beider.

Tabelle 5.

Amalgame	Nr. des Vers.	ber. W.	beob. W.	Differenz	$\frac{\text{Diff.}}{2,82}$	$m:\frac{\text{Diff.}}{2,82}$	Mittel
PbHg	I	130,34	113,94	+ 17,40	6,17	2,93	3,16
„	II	128,41	113,58	+ 14,83	5,26	3,26	
Pb_2Hg	I	97,77	78,50	+ 19,27	6,83	3,37	
„	II	127,41	103,29	+ 24,12	8,55	3,04	
„	III	99,99	84,47	+ 15,52	5,50	3,79	
$Pb_{11}Hg_{10}$	I	206,95	188,14	+ 18,81	6,67	3,26	
„	II	205,76	181,14	+ 24,62	8,73	2,50	

Aus Columne 5 ergibt sich, dass in allen Fällen die berechneten Werthe zu gross sind, da alle Differenzen positiv sind. Aus der Existenz dieser positiven Differenzen kann man den Schluss ziehen, dass die oben gemachte Voraussetzung, „alles Quecksilber der Amalgame erstarre bei — 40°“ nicht zutrifft. Aus der Grösse der Differenz lässt sich dann aber die Menge Quecksilber berechnen, die in jedem einzelnen Falle nicht erstarrt war, indem man sie durch die Schmelzwärme des Quecksilbers (2,82) dividirt. Diese Quotienten sind in Columne 6 enthalten. Columne 7 enthält endlich das Verhältniss der in den einzelnen untersuchten Portionen enthaltenen Bleimengen m zu den Mengen des nicht erstarrten Quecksilbers Differenz/2,82. Man sieht, dass dies Verhältniss ein ziemlich constantes ist, was um so mehr bemerkt werden muss, als die einzelnen Versuche mit verschiedenen Mengen und mit drei ganz verschieden zusammengesetzten Amalgamen angestellt worden sind.

Die Constanz dieses Verhältnisses, welche also bedeutet, dass immer eine durch die jeweilig vorhandene Menge Blei bestimmte Menge Quecksilber an der Erstarrung nicht theilnimmt, legte die Vermuthung nahe, dass zwischen Blei und Quecksilber eine innigere Verbindung nach dem gefundenen Verhältniss bestehen könnte. Diese Vermuthung gab Anlass zur Herstellung und Untersuchung des Amalgames $Pb_7 Hg_2$. Es muss gleich hier bemerkt werden, dass dies Analgam nicht dem gefundenen Verhältniss 3,16, sondern dem Verhältniss

3,6 entspricht. Dies kommt daher, dass erstens zur Zeit der Herstellung jenes Amalgames das Amalgam $Pb_{11}\,Hg_{10}$ noch nicht untersucht war, und dass zweitens in Folge einer damals noch nicht ermittelten Thermometer-Correction die Werthe der berechneten Wärmemengen etwas zu klein gefunden wurden. Wenn nun auch das dem richtigeren Verhältniss 3,16 ziemlich genau entsprechende Amalgam $Pb_6\,Hg_2$ nicht untersucht worden ist, so sollen hier doch noch einige Folgerungen angeführt werden, die aus dem Verhalten des Amalgames $Pb_7\,Hg_2$ gezogen werden können. Letzteres war, wie oben bemerkt, zunächst hergestellt worden um feststellen zu können, dass in ihm wirklich kein Erstarren des Quecksilbers stattfinde. In Tabelle 4 zeigt die specifische Wärme von $Pb_7\,Hg_2$ nicht den für die übrigen Blei-Amalgame charakteristischen Sprung. sondern eine stetige Abnahme der specifischen Wärme mit der Anfangs-Temperatur.

Man könnte einwenden, dass die Steigerung des Werthes der specifischen Wärme durch Gefrieren des Quecksilbers wegen des verhältnissmässig geringen Gehaltes an diesem Metall zu klein sei, als dass sie noch bemerkt werden könnte. Dagegen zeigt wieder die Rechnung, dass die bei dem Erstarren des Quecksilbers auftretenden Wärmemengen eine ziemlich bedeutende Grösse erreichen würden. In den 2 Kohlensäure-Versuchen mit $Pb_7\,Hg_2$ traten folgende Wärmemengen auf:

Tabelle 6.

W ber.	W beob.	[W ber.]
100,29	82,04	81,83
101,47	83,40	83,15

Die in Col. 1 stehenden Wärmemengen wurden nach der oben angegebenen Formel berechnet; in Col. 2 stehen die beobachteten Werthe, während in der 3. Col. unter [W ber.] die Wärmemengen stehen, welche man aus obiger Formel gewinnt, wenn man das Glied mit dem Factor 2,82 ganz weglässt, wenn man also annimmt, dass überhaupt kein Quecksilber erstarre. Die gute Uebereinstimmung der Werthe in Col. 2 u. 3 beweist die Richtigkeit der gemachten Annahme. Dies Verhalten des Amalgames $Pb_7\,Hg_2$ lässt sich somit dahin deuten, dass in ihm alles Quecksilber mit dem Blei zu einer

Verbindung vereinigt sei und aus diesem Grunde die Fähigkeit verloren habe, für sich zu erstarren oder auszufrieren. Nach dem hierdurch die Existenz einer Verbindung Blei-Quecksilber und zwar $Pb_7 Hg_2$ (oder richtiger $Pb_6 Hg_2$) wahrscheinlich gemacht war, lag es nahe, ihr Vorhandensein auch in den anderen Amalgamen anzunehmen; man hätte sich also die Entstehung dieser an Quecksilber reicheren Amalgamen so zu denken, dass zunächst alles vorhandene Blei mit einer entsprechenden Menge Quecksilber jene Verbindung eingehe und dass diese Verbindung sich dann in dem überschüssigen Quecksilber löse.

Um die Richtigkeit dieser Anschauungsweise zu prüfen, wurden für alle mit Blei-Amalgamen zwischen -80^0 und $+80^0$ angestellten Versuche die Wärmemengen in noch anzugebender Weise berechnet und mit den beobachteten Wärmemengen in folgender Tabelle zusammengestellt.

Tabelle 7.

Analgam	Nr. des Versuches	W beob.	W ber.
Pb Hg	I	113,94	117,35
"	II	113,58	114,39
$Pb_2 Hg$	I	78,50	80,44
"	II	103,29	108,90
"	III	84,47	85,37
$Pb_{11} Hg_{10}$	I	188,14	190,56
"	II	181,14	189,43

Die Art und Weise der Berechnung möge folgendes Beispiel erläutern.

Bei Versuch II mit dem Amalgam Pb Hg waren 33,73 g Amalgam benutzt worden. Die 33,73 g Amalgam enthielten: $33,73 \times 0,519 = 17,17$ g Blei, welche wie man annahm, sich mit $17,17 \times 0,276 = 4,74$ g Quncksilber zu 21,91 g der Verbindung $Pb_7 Hg_2$ vereinigt hatten. Ausserdem waren noch $33,73 - 21,91 = 11,82$ g freies Quecksilber in der untersuchten Portion. Die Anfangs-Temperatur war $-68,3^0$, die End-Temperatur $+9,00^0$ gewesen. 21,91 g $Pb_7 Hg_2$ hatten zur Erwärmung um $77,3^0$ nöthig die Wärmemenge: $21,91 \times 0,0303 \times 77,3 = 51,12$. (d. spec. W. des $Pb_7 Hg_2 = 0,0303$). 11,82 g Quecksilber brauchen zur Erwärmung von $-68,3^0$ auf -40^0 die Wärmemenge $11,82 \times 0,0319 \times 28,3 = 10,67$: zum Schmelzen: $11,82 \times 2,82 = 33,33$ und um die Temperatur $+9,00^0$ zu erreichen, $11,82 \times 0,0333 \times 49,0 = 19,27$.

Die Wärmemenge W setzt sich also zusammen aus:

$$51,12 + 10,67 + 33,33 + 19,27 + 114,39.$$

Die so gewonnenen Zahlen kommen den wirklich beobachteten Werthen ziemlich nahe und rechtfertigen die oben ausgesprochene Ansicht über die Zusammensetzung der untersuchten Blei-Amalgame aus einer Verbindung und freien Quecksilber. Ohne Zweifel würde die Uebereinstimmung noch besser sein, wenn die Rechnungen anstatt der in ihnen supponirten Verbindung Pb_7Hg_2 die Verbindung Pb_6Hg_2 enthielten, die aus den angeführten Gründen leider nicht untersucht worden ist. Da bei Annahme dieser Verbindung die Bleiamalgame weniger freies Quecksilber enthalten, so würden auch die in die Rechnung eingehenden Werthe der Schmelzwärme und damit die berechneten Wärmemengen überhaupt etwas kleiner gefunden worden sein.

Wie schon erwähnt, wurden auch für die Zinnamalgame die gleichen Rechnungen ausgeführt, welche für die Bleiamalgame das Vorhandensein einer Verbindung Pb_6Hg_2 erwiesen hatten, in der Hoffnung, auch eine Verbindung Zinn-Quecksilber auffinden zu können. Die nächste Tabelle enthält als Resultate dieser Rechnungen die Zahlen, die angeben, wieviel Gramm Zinn bei den einzelnen Versuchen mit 1 g Quecksilber als verbunden zu betrachten sind.

Tabelle 8.

Amalgam	Nr. des Versuches	enthält auf 1 g freies Hg
HgSn	I	2,93 g Sn
"	II	2,83 " "
$HgSn_2$	I	5,31 " "
"	II	2,76 " "
$HgSn_3$	I	9,42 " "
"	II	3,04 " "
$HgSn_4$	I	3,31 " "
"	II	5,92 " "
$HgSn_5$	I	4,09 " "
"	II	3,99 " "

Diese Zahlen kann man nicht als constant betrachten; man könnte aus ihnen vielleicht den Schluss ziehen, dass drei verschiedene Verbindungen bestehen, deren Zusammensetzung

sich nach den Gewichtsverhältnissen 1 g Hg 3 g Sn, 1 g Hg 6 g Sn und 1 g Hg 9 g Sn vollzöge.

Bei dieser Annahme würde es aber schwer verständlich sein, weshalb in einem und demselben Amalgame unter denselben Umständen verschiedene Verbindungen auftreten.

Im Uebrigen zeigen alle untersuchten Zinn-Amalgame in dem Verlaufe ihrer specifischen Wärme den Sprung, welcher auf ein Gefrieren eines Theiles ihres Quecksilbers schliessen lässt und welcher beweist, dass selbst das Amalgam $HgSn_6$ noch freies Quecksilber besitzt.

Für die ausserdem noch untersuchten Amalgame des Zinks, des Kaliums und des Natriums wurden keine Berechnungen angestellt. Eine Betrachtung der in Tabelle 4 enthaltenen Werthe der specifischen Wärme der Zinkamalgame zeigt, dass Zn_3Hg_4 und $ZnHg$ den charakteristischen Sprung aufweisen, während die specifische Wärme von Zn_2Hg stetig abnimmt. Dies beweist, dass auch in den Zink-Amalgamen eine Verbindung vorhanden ist, neben welchen in den Amalgamen Zn_3Hg_4 und $ZnHg$ noch freies Quecksilber besteht, während in Zn_2Hg alles Quecksilber gebunden ist.

Dieselbe Erscheinung zeigt sich bei den beiden untersuchten Natrium-Amalgamen. Auch hier kann man annehmen, dass das 3 procentige Amalgam wegen der Steigerung seiner specifischen Wärme noch freies Quecksilber besitze, während das 10 procentige Amalgam, dessen specifische Wärme stetig abnimmt, alles Quecksilber zu einer Verbindung verbraucht zu haben scheint.

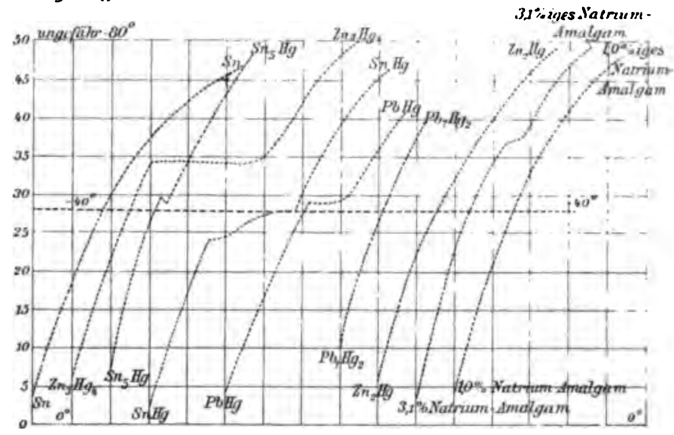
Auch das 10,58 procentige Kalium-Amalgam lässt durch sein Verhalten auf das Fehlen von freien Quecksilber schliessen.

Die Abkühlungs- und Erwärmungs-Versuche.

Zu den schon erwähnten Abkühlungs- und Erwärmungs-Beobachtungen wurde ein Thermoelement benutzt, das aus 0,5 mm dickem Stahldrahte und etwa 0,2 mm dickem Kupferdrahte hergestellt war. Die eine Löthstelle dieses Thermoelementes befand sich in einem kleinen, mit Terpentinöl gefüllten Glasröhrchen, dass durch schmelzenden Schnee auf der constanten Temperatur 0° gehalten wurde. Die andere Löthselle befand sich in einem Reagenzrohre von 7 cm Länge, 1 cm Durchmesser und wurde zwischen 2 etwas ausgehöhlten Stück-

chen des zu untersuchenden Amalgams befestigt. Dieses Röh
chen wurde in der Axe einer weiteren, unten zugeschmolzen
Glasröhre derart durch einen Kork festgehalten, dass es ringsu
von einer ungefähr 3 mm dicken Luftschicht umgeben wa
Die äussere Röhre wurde bei den Abkühlungsversuchen m
fester Kohlensäure, bei den Erwärmungsversuchen mit schme
zendem Schnee umgeben. Um eine Einwirkung des Queck
silbers der Amalgame auf die Löthstelle zu verhindern, wurd
diese mit einer dünnen Schellackschicht überzogen. In de
Schliessungskreis des Thermoelementes war ein passende
Widerstand eingeschaltet, so dass das Fadenkreuz des Fern
rohres bei einer Temperaturdifferenz der Löthstellen von 80
das Ende der Scala erreichte. Bei den Versuchen wurde
zuerst beide Löthstellen auf 0° gebracht, dann die oben e
wähnte weite Glasröhre mit fester Kohlensäure umgeben und d
während der nun folgenden Abkühlung auftretenden Ausschlä
des Galvanometers in Zeitintervallen von je 15 Sec. beobacht

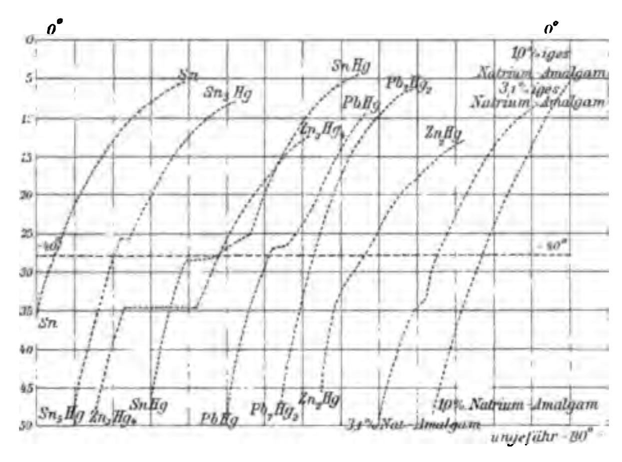
Sobald der Ausschlag des Spiegels sich nur noch ga
wenig änderte, wurde die äussere Glasröhre mit schmelzende
Schnee umgeben und nun wieder die während der Erwärmu
des Analgames auftretenden Ausschläge in denselben Zei
intervallen notirt. Die Ergebnisse dieser Versuche sind in de
zwei beigefügten Curventafeln verzeichnet. Als Abscissen wurde



die einzelnen Zeitintervalle so aufgetragen, dass 1 Theilstric
einer Zeit von 15 Sec. entspricht; als Ordinaten sind bei de
Abkühlungscurven die zugehörigen Ausschläge des Galvan

meters auf den positiven Theil der Ordinatenaxe aufgetragen worden und zwar so, dass je 2 Theilstriche einem Ausschlage von 1 cm entsprechen. Bei den Erwärmungsversuchen dagegen wurden die Ausschläge auf dem negativen Theil der Ordinatenaxe verzeichnet. Um Durchkreuzungen der Curven möglichst zu vermeiden, musste für jede Curve der Nullpunkt der Coordinaten geändert werden.

Durch einen besonderen Versuch war gefunden worden, dass das Fadenkreuz des Fernrohres bei einer Temperaturdifferenz der Löthstellen von 40° auf den Theilstrich 27,9 zu stehen kam. Diese Stelle, die also bei den vorliegenden Versuchen der Temperatur — 40° entspricht, ist durch die hori-



zontale Linie bezeichnet. Um den Verlauf der Abkühlung und Erwärmung der Amalgame mit dem Verlaufe bei einem homogenen Metalle vergleichen zu können, wurde die eine Löthstelle im Inneren eines Stückes Zinn befestigt und in diesem auf – 80° abgekühlt, dann auf 0° erwärmt. Der Verlauf der beiden Curven ist ein ganz regelmässiger. Sie steigen zuerst rasch an, entsprechend den anfangs grossen Temperatur-Unterschieden des abgekühlten, bezw. erwärmten Zinnes und der Wände der äusseren Glasröhre. Die Geschwindigkeit des Ansteigens wird aber immer kleiner, je mehr die Temperatur des Zinnes sich der Temperatur der Umgebung nähert, je kleiner also die Temperatur-Unterschiede werden.

Mach dieser Methode wurden untersucht die Amalgame:

Zn_3, Hg_4, Zn_2 Hg, Sn Hg, Sn_5 Hg, Pb Hg, Pb_7 Hg_2 3 procentiges Na-Am. und 10 procentiges Na Am.

Für Zn_2 Hg, Pb_7 Hg_2 und das 10 procentige Na Am. verlaufen beide Curvenarten ganz regelmässig und ähnlich den Zinncurven. Nichts deutet darauf hin, dass in diesen Amalgamen in der Nähe von -40^0 ein Gefrieren oder Schmelzen von Quecksilber stattfindet. Hierdurch wird das Ergebniss der vorhergehenden Untersuchungen bestätigt, wonach diese 4 Amalgame kein freies Quecksilber enthalten.

Anders stellen sich die Curven für die übrigen Amalgame dar, denn sie alle zeigen Unregelmässigkeiten von verschiedener Ausdehnung. Diese Unregelmässigkeiten erklären sich bei den Abkühlungsversuchen dadurch, dass bei einer gewissen Temperatur das freie Quecksilber zu erstarren beginnt und durch die hierzu erforderliche, negativ zu rechnende Schmelzwärme die weitere Abkühlung so lange hindert, bis alles erstarrt ist. Von diesem Punkte an steigt die Curve wieder rasch. Den Stillstand in den Erwärmungs-Curven kann man sich so erklären, dass bei einer gewissen Temperatur das freie Quecksilber zu schmelzen beginnt und durch die Absorption der dazu nöthigen Schmelzwärme die weitere Erwärmung einige Zeit lang verhindert.

Die Unstetigkeiten in den Curven sind bei verschiedenen Temperaturen aufgetreten. Die 2 Curven für Sn Hg zeigen, dass das Erstarren und Schmelzen des Quecksilbers schon bei einer Temperatur oberhalb -40^0 beginnt, eine Thatsache, welche auch schon der bei etwa -36^0 eintretende Sprung der specifische Wärmewerthe dieses Amalgames erkennen liess. Pb Hg und Sn_5 Hg lassen das in ihnen enthaltene freie Quecksilber in der Nähe von -40^0 schmelzen und erstarren, Zn_3 Hg_4 und das 3 procentige Na Am. dagegen erst bei viel tieferen Temperaturen. Die Grösse der Unstetigkeiten ist sehr verschieden und gestattet einen Schluss auf die Menge des in dem betreffenden Amalgam enthaltenen freien Quecksilbers; so erkennt man, dass Sn_5 Hg und das 3 procentige Na Am. nur sehr wenig freies Quecksilber besitzen können, denn beide gebrauchen kaum 1 Minute, um es aus dem flüssigen Zustand in den festen übergehen zu lassen oder umgekehrt. Eine viel längere Zeit gebrauchen dazu die anderen Amalgame, so dass man auf grössere Mengen freien Quecksilbers schliessen muss.

Zusammenfassung und Schluss.

Die vorliegenden Untersuchungen haben folgende Resultate ergeben:

1. Für die leicht schmelzbaren Legirungen gilt das Neumann'sche Gesetz, wenn ihre specifische Wärme zwischen — 80° und + 20° bestimmt wird.

2. Genau ebenso verhalten sich die Amalgame Zn_2Hg, Pb_7Hg_2, 10procentige Na Am. und 10,58 procentige K Am. Die übrigen untersuchten Amalgame zeigen eine Annäherung der beobachteten Werthe ihrer specifischen Wärme an die nach dem Naumann'schen Gesetz berechneten Werthe, so lange die Anfangstemperaturen der Versuche nicht unter — 40° liegen. Ist die Temperatur dieser Amalgame tiefer als — 40°, so tritt, wie der Gang der specifischen Wärmewerthe und die Curven beweisen, Erstarren eines Theiles des Quecksilbers ein.

3. Blei und Quecksilber bilden, wie die angeführten Rechnungen und das Verhalten von Pb_7Hg_2 beweisen, eine Verbindung von der Zusammensetzung Pb_6Hg_2. Sehr wahrscheinlich ist durch die Versuche (Tabelle 4 und Tafeln) die Existenz von Verbindungen zwischen Zn, Na, K und Hg gemacht; eine bestimmte Verbindung Sn mit Hg konnte dagegen durch die angestellten Versuche nicht festgestellt werden.

Wenn in den obigen Ausführungen vielfach von Verbindungen zwischen festen Metallen und Quecksilber die Rede ist, so stützt sich diese Anschauungsweise auf die feststehende Thatsache, dass in einigen der untersuchten Amalgame Quecksilber in 2 Modificationen enthalten ist; in einer Form, in der es noch die Eigenschaft besitzt, nahe bei — 40° zu erstarren und zu schmelzen und dabei Schmelzwärme zu entbinden und zu binden, und in einer zweiten Form, in der es diese Fähigkeit entbehrt. Ferner darauf, dass bei den Blei-Amalgamen diese letztere Modification des Quecksilbers stets in bestimmten Mengenverhältniss steht zu der jeweilig vorhandenen Menge Blei.

Die Amalgame sind übrigens schon mehrfach als Verbindungen aufgefasst worden. So kam z. B. Berthelot[1]) durch eine Arbeit über die Amalgame des Kaliums und Natriums zu

1) Berthelot, Comptes rendus. 88. p. 1335. 1879.

dem Schlusse, dass Verbindungen zwischen K, Na und Hg bestehen. Er hat in dieser Arbeit die Wärmemengen beobachtet, welche verschiedene K- und Na-Amalgame bei Behandlung mit verdünnter Salzsäure entwickeln und diese Wärmemengen verglichen mit denjenigen, welche diese Säure mit einem K und Na entwickelt. Aus diesen Beobachtungen berechnete er die Bildungswärmen der Amalgame und kommt zu dem Schlusse, dass die Verbindungen $K\,Hg_{12}$, $K\,Hg_4$, $Na\,Hg_{12}$ und $Na\,Hg_4$ bestehen.

Auf anderem Wege kamen Merz und Weith[1]) zu einem ähnlichen Resultate. Sie erhitzten eine grosse Anzahl Amalgame auf hohe Temperaturen, wobei sich ergab, dass alle anderen Amalgame bei genügend langem Erhitzen ihr Quecksilber verloren; nur die Amalgame der Alkalien behielten selbst bei der Temperatur des siedenden Schwefels einen Theil ihres Quecksilbers. Daraus schlossen die Verfasser auf das Bestehen von Verbindungen der Alkalimetalle mit Quecksilber. Diese Annahme scheint nun noch durch die eigenartigen Schmelzpunktsverhältnisse dieser Amalgame wahrscheinlich gemacht zu werden; die Schmelzpunkte des 4,7 procentigen Na-Amalgames (276° — 296°) und des 9,8 procentigen K-Amalgames (240° — 243°) sind nach Merz und Weith maximale Werthe, welche sich erniedrigen, in welcher Richtung sich die Zusammensetzung ändern möge. Ausserdem spricht die grosse Wärmeentwicklung bei Bildung dieser Amalgame dafür, dass sich Verbindungen bilden. Dagegen scheint mir der Verlust des Quecksilbers der übrigen Amalgame bei hohen Temperaturen, wie ihn Merz und Weith beobachtet haben, noch kein Beweis gegen das Bestehen von Verbindungen zu sein, da bei den angewendeten hohen Temperaturen Dissociations-Erscheinungen nicht unwahrscheinlich sind.

C. L. Weber[2]) fand in einer Arbeit über „die galvanische Leitungsfähigkeit und thermoelektrische Stellung der Amalgame im Zusammenhange mit der Veränderlichkeit der Struktur", dass der Widerstand eines 12 procentigen Zinnamalgames, der sich beim Erwärmen und Abkühlen anfangs stetig änderte, bei einer Temperatur von 80° plötzlich eine starke Aenderung

1) Weith, Berl. Ber. d. D. Ch. G. **14.** p. 1438. 1881.
2) C. L. Weber, Wied. Ann. **23.** p. 447. 1884.

erfährt. Er ist geneigt, diese sprungsweise Aenderung der Bildung einer Verbindung Zinn-Quecksilber zuzuschreiben, deren Leitungsfähigkeit allerdings stark von dem Mittel aus den Bestandtheilen abweichen müsste.

Endlich erklärt Eilhard Wiedemann[1]) „über einige Eigenschaften der Metall-Legirungen", die bei Abkühlung von von $Hg\,Sn$ und $Hg\,Sn_2$ gefundenen Unregelmässigkeiten daraus, dass Zinn und Quecksilber eine bestimmte Verbindung bilden, die in Quecksilber mit steigender Temperatur mehr und mehr löslich ist und beim Abkühlen durch die bei ihrem Ausscheiden frei werdenden Wärmemengen die Unregelmässigkeiten hervorruft.

Zum Schlusse erlaube ich mir, Hrn. Professor Himstedt für die freundliche Ueberlassung der zu meinen Untersuchungen nöthigen Apparate, sowie für seine stets bereitwilligst gewährten, werthvollen Rathschläge meinen wärmsten Dank zu sagen.

Giessen, Physikalisches Institut der Universität.

---

1) Wiedemann, Wied. Ann. 3. p. 1878. Eine Zusammenstellung der einschl. Litteratur gibt Schrader „Studium über die Struktur der Legirungen". 1.; Programm, Insterburg 1889. Progrm.-Nr. 6.

II. *Bolometrische Untersuchungen; von Dr. O. Lummer und Dr. F. Kurlbaum.*

(Mittheilung aus der I. Abthlg. der Physik.-Techn. Reichsanstalt.)

I. Ueber die Herstellung eines Flächenbolometers.

Einleitung.

Trotzdem das Bolometer schon seit mehr als zehn Jahren allgemeiner bekannt ist, so haben sich gleichwohl nur wenig Physiker damit beschäftigt. Als Grund hierfür können mehrere Umstände in Frage kommen. Einerseits muss man sich die zur Bolometrie nothwendigen Apparate selbst verfertigen, und zwar sowohl das Bolometer als auch ein dazu geeignetes Galvanometer; andererseits kann man sich der Vorstellung nicht erwehren, als ob gerade dieses Gebiet eins der schwierigsten der experimentellen Physik sei. Diese Meinung wird keineswegs entkräftet, wenn man sich näher mit der Literatur beschäftigt und die bisher mittels des Bolometers erreichten Resultate studirt. Geben doch Langley und andere nach ihm an, noch die Temperaturerhöhung von einem Hunderttausendtheil eines Grades Celsius gemessen zu haben. Man wird also von vornherein darauf verzichten, das schon Erreichte übertreffen zu wollen. Kommt es doch nicht so sehr auf die Grösse des Ausschlages, als vielmehr auf die procentische Genauigkeit an, mit welcher eine gewisse Strahlung gemessen werden kann. Ueberhaupt sind die bisherigen Angaben der erreichten Empfindlichkeit insofern nicht präcis genug, als nur die Grösse des Ausschlages am Galvanometer mitgetheilt wird, nicht aber die durch die gemessene Strahlung hervorgerufene *Temperaturerhöhung* des Bolometers. Diese die Güte des Bolometers charakterisirende Grösse erlaubt ohne weiteres die verschiedenen Constructionen untereinander zu vergleichen. Wir kommen hierauf ausführlich zurück.

Ausser den allgemeinen Versuchen über die Strahlung von Flammen, und Strahlungsmessungen in den sichtbaren und unsichtbaren Theilen des Sonnenspectrums, lag ein ganz specieller

Zweck für unsere bolometrischen Untersuchungen vor. Es sollte das Bolometer in den Dienst der Photometrie treten.

In Ermangelung einer physikalischen Lichteinheit werden in der Photometrie einstweilen die Glühlampen als Vergleichsnormale gebraucht, mittels deren man die Gebrauchsnormalen gegenseitig auswerthet. Dabei speist man die Glühlampen mit dem Strome einer Accumulatorenbatterie, dessen Grösse durch genau regulirte Widerstände constant gehalten wird.[1]) Um die beim Gebrauch der Glühlampen aus der molecularen Aenderung des Kohlenfadens folgenden Veränderungen der Lichtemission festzustellen, vergleicht man mit dem Photometer mehrere Glühlampen untereinander, von denen einige oft, andere nur sehr selten gebraucht werden. Gerade für diese Feststellung sollte mittels des *Bolometers* eine Controle ausgeübt werden, indem man am Bolometer gleichzeitig die *Gesammtstrahlungen* der Glühlampen miteinander vergleicht. Eine weitere Verwendung des Bolometers sollte sodann darin bestehen, die Strahlung einer Lichtquelle auf diejenige einer constanten Wärmequelle zurückzuführen, um auf diesem Wege zu einer „Strahlungseinheit“ zu gelangen.

Um derartige Versuche ausführen zu können, bedarf man eines ausserordentlich empfindlichen Bolometers, welches erlaubt, dass seine verschiedenen Zweige *gleichzeitig von verschiedenen Seiten* bestrahlt werden. Die Grösse der erforderlichen Genauigkeit der bolometrischen Messung ergibt sich aus der Thatsache, dass eine bolometrische Vergleichung für die Photometrie nur dann von Werth ist, wenn man die Lichtstrahlungen zweier Glühlampen mit Ausschluss der dunklen *Wärmestrahlungen* mit derselben procentischen Genauigkeit *bolometriren* kann, wie dieselben *photometrirt* werden können. Die Photometer der Reichsanstalt ergeben bei zehn Einstellungen einen mittleren Fehler von etwa $^1/_4$ Proc. Es musste somit unser Hauptstreben sein, ein Bolometer zu construiren, welches diesen hohen Anforderungen in bezug auf Empfindlichkeit, Constanz und Gebrauchsweise genügte. Wir glauben unseren Zweck erreicht zu haben, insofern es uns glückte, eine Con-

---

1) Siehe O. Lummer und E. Brodhun, Photometrische Untersuchungen III. Zeitschr. f. Instr.-Kde. **10.** p. 119. 1890.

structionsmethode zu finden, mittels deren man auf relativ einfache Weise sowohl Linear- wie Flächenbolometer herstellen kann, welche allen Anforderungen gerecht werden. Wir beschränken uns in dieser Arbeit auf die Untersuchung der Bedingungen für ein empfindliches Bolometer und auf die Beschreibung der Herstellungsweise unserer Bolometer und theilen die vorerst an einem Flächenbolometer gesammelten Erfahrungen mit.

Bedingungen für ein empfindliches Bolometer.

Das bolometrische Princip, die Intensität einer Strahlung durch die Widerstandsänderung zu messen, welche ein bestrahlter dünner metallischer Leiter erfährt, ist nicht, wie man nach den Abhandlungen Langley's[1]) schliessen könnte, von ihm zuerst verwendet, sondern schon 30 Jahre früher von Svanberg[2]) aufgestellt und praktisch erprobt. Dagegen gebührt Langley das Verdienst, das Bolometer sogleich auf eine sehr hohe Stufe der Vervollkommnung gebracht und demselben eine mannigfache Anwendung gegeben zu haben, es schliesst sich daher erst an seine Thätigkeit eine Reihe hervorragender bolometrischer Untersuchungen an.

Die Empfindlichkeit einer bolometrischen Messvorrichtung ist durch das eigentliche Bolometer und durch das benutzte Galvanometer bedingt. Unter Bolometer sei hier stets nur der zu bestrahlende Widerstand verstanden. Um zunächst die Empfindlichkeit eines Galvanometers für unsere Zwecke annähernd zu definiren, nehmen wir an, es sei ein astatisches Galvanometer mit vier Rollen und constantem Wickelungsraum gegeben. Die vier Rollen mögen hintereinander geschaltet den Widerstand 1 Ohm besitzen, sie seien durchflossen von 10^{-6} Amp., der Abstand der Scala vom Spiegel sei 1 m, ein Scalentheil sei 1 mm. Das Magnetsystem sei astasirt bis zur Schwingungsdauer von 10″, sodass nach dem Ausschlag noch ein deutlicher Umkehrpunkt sichtbar werde. In letzterer An-

---

1) S. P. Langley, The Actinic Balance. Amer. Journ. Ser. III. **21.** p. 187—198. 1881.

2) A. F. Svanberg, Ueber Messung des Leitungswiderstandes für electrische Ströme und über ein galvanisches Differentialthermometer. Pogg. Ann. **84.** p. 411—418. 1851.

nahme scheint allerdings eine grosse Willkür zu liegen, doch entspricht eine solche Schwingungsdauer ungefähr allen bolometrischen Anforderungen.

Unter Empfindlichkeit sei dann die Anzahl Millimeter Ausschlag verstanden, welche bei Stromschluss oder Unterbrechung hervorgerufen wird, und zwar wollen wir die Empfindlichkeit unter obigen Bedingungen die normale Empfindlichkeit des Galvanometers nennen. Da die Empfindlichkeit eines Galvanometers bei constantem Windungsraume innerhalb weiter Grenzen annähernd proportional der Anzahl der Windungen, d. h. proportional der Wurzel aus seinem Widerstande zunimmt, solange nämlich die Umspinnung der Drähte nicht unverhältnissmässig viel Raum beansprucht, so lässt sich eine Empfindlichkeitsangabe in anderen Einheiten leicht, für die Vergleichung genügend genau, auf die normale Empfindlichkeit zurückführen.

Durch die blosse Angabe der Empfindlichkeit ist natürlich noch nichts über die mögliche Genauigkeit der Messungen gesagt. Diese Genauigkäit hängt noch von der Constanz der Ruhelage des Magnetsystems und von der Güte der optischen Vorrichtung für die Skalenablesung ab. Die Genauigkeit ist aber bestimmt, wenn ausser der Empfindlichkeit noch die mittlere Abweichung mehrerer beobachteter Ausschläge bekannt ist. Es kann die Genauigkeit definirt werden als das Verhältniss der Grösse des Ausschlags zu dieser Abweichung, und es ist jedesmal empirisch festzustellen, wann dieses Verhältniss ein Maximum wird, und danach die Empfindlichkeit des Galvanometers zu reguliren.

Da eine bolometrische Messung auf die Messung einer Widerstandsänderung in der Wheatstone'schen Brücke[1]) hinausläuft, so gelten hierfür auch die allgemeinen Regeln der Wheatstone'schen Brücke d. h. das Verhältniss der Widerstände ist am günstigsten, wenn man jedem der vier Zweige und dem Galvanometer den gleichen Widerstand gibt.

Ist I der von der Batterie kommende Hauptstrom, α eine

---

1) Die Wheatstone'sche Brücke ist deshalb dem Differentialgalvanometer vorzuziehen, weil in derselben das Galvanometer stromlos steht.

kleine procentische Widerstandsänderung eines Zweiges, so erhält man bekanntlich im Galvanometer den Strom

$$(1) \qquad i = \frac{I\alpha}{8}$$

Dieser Strom i ist der zur Messung im Galvanometer verfügbare Strom, derselbe wird durch den Ausschlag

$$(2) \qquad \mathfrak{A} = i\,\mathfrak{E}\sqrt{W}$$

gemessen. $\mathfrak{E}$ ist die normale Empfindlichkeit in den obigen Einheiten, W der Widerstand des Galvanometers. Es ist nun die durch Bestrahlung hervorgerufene procentische Widerstandsänderung

$$(3) \qquad \alpha = \varepsilon\, t\, a$$

worin ε den Temperaturcoefficienten des Metalls, t die durch Strahlung hervergerufene Temperaturdifferenz, a den *bestrahlten* Theil des Zweigwiderstandes bezeichnet. Die Temperaturerhöhung t bei einer Strahlung von gegebener Grösse hängt ab vom Absorptionsvermögen A der *bestrahlten* Oberfläche und vom Emissionsvermögen E der *Gesammtoberfläche*, unter E sei hier auch das Vermögen, die Wärme durch Leitung an die Luft abzugeben, einbegriffen. Ferner hängt t von dem Verhältniss der Oberfläche F zur Wärmekapacität $\mathfrak{W}$ des Bolometers ab.

Die Abhängigkeit der Temperaturerhöhung t von diesen vier Grössen sei ausgedrückt durch

$$(4) \qquad t = \frac{f_1(A)\, f_3(F)}{f_2(E)\, f_4(W)}$$

wobei f_1, f_2, f_3 und f_4 Functionen bedeuten, welche stets mit ihren Argumenten wachsen, da t mit A und F zunimmt, während es mit E und $\mathfrak{W}$ abnimmt.

Die vier Gleichungen ergeben

$$(5) \qquad \mathfrak{A} = \frac{I}{8}\,\varepsilon\, a\,\mathfrak{E}\sqrt{W}\,\frac{f_1(A)\, f_3(F)}{f_2(E)\, f_4(\mathfrak{W})}$$

Da hier auf das Galvanometer und seine Eigenschaften nicht näher eingegangen werden soll, so betrachten wir seine Empfindlichkeit als gegeben und sehr gross, und nehmen auch an, dass es eine vorzügliche Ruhelage besitzt. Damit wird $\mathfrak{E}$ eine Constante, alle anderen Grössen, auch I, wie später ge-

gt wird, stellen Eigenschaften des Bolometers dar, man er-
lt daher aus Gleichung 5 folgende Bedingungen für ein
ıpfindliches Bolometer.

Es werde möglichst gross:

1. Der Hauptstrom I.
2. Der Temperaturcoefficient ε.
3. Der *bestrahlte* Theil a des Bolometerzweiges.
4. Der Widerstand W des Bolometers.
5. Der Absorptionscoefficient A der bestrahlten Fläche.
6. Die bestrahlte Oberfläche F.

Es werde möglichst klein:

7. Das Vermögen E der Gesammtoberfläche die Wärme
rch Strahlung oder Leitung abzugeben.
8. Die Wärmecapacität $\mathfrak{W} = V . s_g . s_w$.
   a) Das Volumen V des Bolometers.
   b) Das specifische Gewicht s_g.
   c) Die specifische Wärme s_w [1]).

Ist das Metall für das Bolometer vorgeschrieben, so lässt
h statt Bedingung 8 auch schreiben:

8. Die Dicke D des Metalls werde möglichst klein.

Die obigen Bedingungen sind diejenigen, welche sich rein
s einer einfachen Ueberlegung ergeben. Dagegen müssen
zt die Momente besprochen werden, welche sich beim prak-
chen Arbeiten mit einem Bolometer herausstellen und welche
tscheidend für die Construction desselben sind. Zunächst
gt sich ein Uebelstand, der bisher an allen Bolometern
ɔbachtet ist, dass nämlich die Scala in steter Wanderung
griffen ist und bei Aenderung der Stromstärke eine be-
ıtende Verschiebung der Scala eintritt. Häufig sind sogar
ruhige Schwankungen der Scala beobachtet worden, welche
ıe genaue Messung der Ausschläge unmöglich machten. Der
und für alle diese Erscheinungen ist in der Erwärmung der
ılometerzweige durch den Strom zu suchen, welche eine sehr
deutende ist, da die Dichtigkeit des Stroms im Bolometer
hr gross ist.

Wären nun die vier Zweige des Bolometers in jeder

1) Das Wärmeleitungsvermögen des Metalls ist hier nicht berück-
chtigt, da dasselbe bei so dünnen Körpern nicht von Bedeutung ist.

Beziehung, im Widerstand, Querschnitt, Oberfläche u. s. w. vollkommen gleich, so würde auch die durch Erwärmung der Widerstände hervorgerufene Aenderung keinen Nachtheil bringen können, da die Aenderung in allen Zweigen die gleiche wäre. Es würde natürlich auch genügen, wenn die vier Zweige auch nur paarweise, und zwar die nebeneinander geschalteten gleich wären. Solange dies nicht der Fall ist, wird das oben erwähnte stetige Wandern der Scala eintreten, welches häufig eine Viertelstunde nach Stromschluss andauert. Aus dem gleichen Grunde ruft eine Aenderung in der Stromstärke eine bedeutende Verschiebung der Scala hervor.

Diese Erscheinungen haben zu der mehrfach ausgesprochenen Vermuthung Anlass gegeben, der *Temperaturcoefficient* der Bolometerzweige sei verschieden. Es muss nun zwar zugegeben werden, dass die dünnen Drähte oder Bleche aus demselben Metallstück noch verschiedene Temperaturcoefficienten haben können, jedoch hat Niemand, soweit uns bekannt, den Beweis angetreten. Dagegen haben wir für die uns zu Gebote stehenden Bolometer mit nicht vollkommen gleichen Zweigen nachweisen können, dass der Temperaturcoefficient in den Zweigen der gleiche war. Denn, wenn die vier Zweige mit einem Brückendraht für eine bestimmte Stromstärke abgeglichen waren, so stimmte diese Abgleichung auch für eine andere Zimmertemperatur, während sie nicht für eine andere Stromstärke stimmte. Die Differenzen in der Zimmertemperatur waren aber ungleich grösser als die Temperaturerhöhung des Bolometers durch den Strom. Wir sehen daher den Grund für die Bewegungen der Scala nicht in einer Ungleichheit der *Temperaturcoefficienten*, sondern in der Ungleichheit der *Temperaturen* selbt. Es wird z. B. eine Ungleichheit der Widerstände in Bezug auf den Querschnitt stets eine verschiedene Erwärmung zur Folge haben. Sind zwei gleiche Widerstände aus demselben Material hergestellt, so wird die *Wärmemenge*, welche in beiden durch denselben Strom erzeugt wird, die gleiche sein. Besteht aber der eine Widerstand aus dickem Draht, der andere aus dünnem, so ist die momentane *Temperaturerhöhung* des dünnen Drahtes wegen seiner geringeren Wärmecapacität grösser; für stärkeren Strom wird aber die Differenz beider Widerstände noch zunehmen. Je

dünnere Drähte oder Bleche aber für das Bolometer angewendet werden, um so grösser werden die procentischen Differenzen im Querschnitt sein. Damit findet also das langsame Wandern der Scala nach Stromschluss und die plötzliche Verschiebung derselben bei Stromänderung seine genügende Erklärung. Diese Uebelstände können aber dadurch vermieden werden, dass man *die Widerstände in jeder Beziehung vollkommen gleich macht.* Bedingung 9.

Was dagegen die unregelmässigen Schwankungen der Scala betrifft, so haben dieselben ihren Grund in der Erwärmung der das Bolometer umgebenden Luftschicht. Diese Luftschicht steigt in mehr oder weniger unregelmässigen Bewegungen am Bolometer in die Höhe und bringt die verschiedenen Theile desselben abwechselnd mit wärmerer und kälterer Luft in Berührung und bringt dadurch Widerstandsänderungen hervor. Dieser Uebelstand wird um so kleiner werden, je regelmässiger die Luftströmungen verlaufen, es muss ihnen daher ein möglichst bequemer Weg vorgeschrieben werden. Bedingung 10.

Die Luftströmungen dadurch zu vermeiden, dass man den Hauptstrom schwach nimmt, widerspricht der aufgestellten Bedingung 1, welche verlangt, dass der Hauptstrom möglichst gross werde.

Da die Stromwärme, die Ursache der Luftströmungen, von der Stromstärke und dem Widerstande abhängt, so könnte es scheinen, dass sich durch eine passende Wahl der Dimensionen des Widerstandes die Luftströmungen verkleinern liessen. Um ein ungefähres Maass für dieselben zu haben, wollen wir sie stets mit der im Bolometer in der Zeiteinheit erzeugten Wärmemenge $P = (I/2)^2 WC$ vergleichen, worin $I/2$ den das Bolometer durchfliessenden Strom, W seinen Widerstand und C die electrothermische Constante bedeutet. Als anwendbarer Strom soll dann derjenige stärkste Strom bezeichnet werden, welcher noch keine störenden Luftströmungen erzeugt.

Für diese Betrachtung ist es am einfachsten, sich ein Bolometer B_0 vorzustellen, welches aus einem einzigen Streifen besteht; seine Länge sei l, seine Breite b, seine Dicke d, sein specifischer Widerstand s. Die Dicke sei im Verhältniss zur Breite sehr klein. Der Widerstand des Bolometers ist dann

$$W_0 = \frac{l.s}{d.b}.$$

Es habe sich herausgestellt, dass der anwendbare Strom I_0 ist, es fliesse also der Strom I_0 durch das Bolometer und erzeuge die Wärmemenge $P_0 = I_0^2 W_0 C$.

Fall 1. Setzt man jetzt n solche Streifen nebeneinander und lässt dieselben vom Strom hintereinander durchlaufen, so darf ungefähr die $n$fache Wärmemenge erzeugt werden, ehe störende Luftströmungen entstehen, es darf also $P_1 = n P_0$ werden, während $W_1 = n W_0$ wird.

$$\left.\begin{aligned} P_1 = I_1^2 W_1 C = I_1^2 n W_0 C \\ n P_0 = n I_0^2 W_0 C \end{aligned}\right\} I_1 = I_0,$$

d. h. der anwendbare Strom ist derselbe wie bei dem Bolometer B_0.

Der Vortheil besteht also nur darin, dass Bedingung 4, den Widerstand möglichst gross zu machen, besser erfüllt und der Ausschlag um den Factor $\sqrt{n}$ vergrössert ist.

Fall 2. Werden jetzt die n Streifen vom Strome nebeneinander durchflossen, d. h. wird die Breite b in $n b$ verwandelt, so darf ungefähr dieselbe Wärmemenge im Bolometer erzeugt werden wie im Fall 1.

$$P_2 = n P_0 \qquad W_2 = \frac{W_0}{n}$$

$$\left.\begin{aligned} P_2 = I_2^2 W_2 C = I_2^2 \frac{W_0}{n} C \\ n P_0 = n I_0^2 W_0 C \end{aligned}\right\} I_2 = n I_0.$$

Der anwendbare Strom darf also die $n$fache Grösse annehmen. Damit wächst der Ausschlag A nach Gleichung 5 um den Factor n. Da aber $W_2 = 1/n\, W_0$ ist, so verkleinert sich A hierdurch um den Factor $\sqrt{1/n}$

$$n \sqrt{\frac{1}{n}} = \sqrt{n},$$

d. h. A vergrössert sich genau wie im Fall 1, um den Factor $\sqrt{n}$.

Fall 3. Wird nun die Dicke d des ursprünglichen Bolometers in $n d$ geändert, so wird P_3 ungefähr gleich P_0 sein

dürfen, da die Dicke des Streifens als sehr klein gegen seine Breite angenommen ist.

$$P_3 = P_0 \qquad W_3 = \frac{W_0}{n}$$

$$\left.\begin{aligned} P_3 &= I_3^2 W_3 C = I_3^2 \frac{W_0}{n} C \\ P_0 &= I_0^2 W_0 C \end{aligned}\right\} I_3 = \sqrt{n} I_0.$$

Durch I_3 vergrössert sich 𝔄 um den Factor $\sqrt{n}$, durch W_3 verkleinert sich 𝔄 um den Factor $\sqrt{1/n}$.

$$\sqrt{n} \sqrt{\frac{1}{n}} = 1.$$

B_3 ist also in diesem Sinne ebenso vortheilhaft wie B_0

Fall 4. Wird der specifische Widerstand s in ns geändert, so wird:

$$P_4 = P_0 \qquad W_4 = n W_0$$

$$\left.\begin{aligned} P_4 &= I_4^2 W_4 C = I_4^2 n W_0 C \\ P_0 &= I_0^2 W_0 C \end{aligned}\right\} I_4 = \frac{I_0}{\sqrt{n}}.$$

𝔄 wird hierdurch verkleinert um den Factor $1/\sqrt{n}$, vergrössert um den Factor $\sqrt{n}$.

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{n} = 1.$$

B_4 ist ebenso vortheilhaft wie B_0, wenn man nur die störenden Luftströmungen im Auge hat.

Aus diesen vier einfachen Fällen lassen sich alle Aenderungen des Widerstandes und des anwendbaren Stromes combiniren. Das Resultat der Betrachtung ist, dass sich durch Aenderung des specifischen Widerstandes und der Dicke des Streifens in Rücksicht auf die Luftströmungen kein Vortheil erreichen lässt, da $I\sqrt{W}$ constant wird, wenn man unter I den anwendbaren Strom versteht.

Bei Aenderung der Länge des Streifens stösst man auf denselben Vortheil, der sich schon früher aus Gleichung 5 ergeben hatte, dass man bei $n$fachem Widerstande den $\sqrt{n}$-fachen Ausschlag erhält, d. h. man lege möglichst viel Streifen nebeneinander und lasse sie vom Strom hintereinander durchlaufen. Einen gleichen Vortheil erreicht man im Fall 2, also

wenn man die n Streifen parallel durchlaufen lässt oder einen n mal so breiten Streifen nimmt.

Beide Fälle sind aber von einem entscheidenden Gesichtspunkte aus sehr verschieden.

Im Fall 1 hat man

$$I_1 = I_0 \quad W_1 = n\, W_0$$

Im Fall 2

$$I_2 = \sqrt{n}\, I_0 \quad W_2 = \frac{W_0}{n}.$$

Im ersten Fall durchfliesst ein schwacher Strom grosse Widerstände, im zweiten Fall ein starker Strom kleine Widerstände. Aus praktischen Gründen ist aber der erste Fall unvergleichlich vortheilhafter. Wie gross dieser Widerstand gemacht werden soll, dafür lässt sich natürlich eine Grenze zahlenmässig nicht angeben, sondern über diese Grösse kann man sich nur empirisch für bestimmte Verhältnisse orientiren. Bei unseren Bolometern besitzt jeder Zweig einen Widerstand von ungefähr 60 Ohm und setzt sich aus 12 Streifen zusammen.

Der Verlängerung des Streifens ist eine Grenze in der Grösse der Fläche F, welche man bestrahlen lassen kann, vorgeschrieben. In diesem Sinne könnte man in Gleichung 5 statt $\sqrt{W}$ auch $\sqrt{F}$ setzen. Darin liegt *das Verhältniss der Empfindlichkeiten eines Flächen- und eines Linearbolometers*. Unter einem Linearbolometer versteht man ein Bolometer, mit welchem die Strahlung in einem eng abgegrenzten Spectralbezirk oder die Strahlung einer Linie im Spectrum gemessen wird. Es ist daher die Grösse der zu bestrahlenden Fläche vorgeschrieben, für ein Flächenbolometer besteht dagegen eine so enge Beschränkung nicht, da dasselbe die Gesammtstrahlung einer Wärmequelle misst. Die Empfindlichkeiten beider Bolometer verhalten sich also unter sonst gleichen Verhältnissen wie die Wurzeln aus ihren Oberflächen.

Die aus Gleichung 5 abgeleitete Bedingung 4, dass der Widerstand möglichst gross werden soll, wird also durch diese Betrachtung mehr specialisirt, indem gefordert wird, der Widerstand soll *dadurch* möglichst gross gemacht werden, dass man dem Strome viele Streifen hintereinander zu durchlaufen gibt. Bedingung 11.

Es ist zuletzt noch die Frage zu erörtern, innerhalb welcher Zeit das Bolometer bei Bestrahlung das Maximum seiner Temperatur erreichen soll. Für Beobachtung der Ausschläge wird natürlich angestrebt, dass diese Zeit nicht grösser sei als die Zeit, welche für einen grösseren Ausschlag erforderlich ist, damit die volle Wirkung der Strahlung den Ausschlag hervorrufe. Will man gleichzeitig die Strahlung zweier Lichtquellen vergleichen, indem man beide auf die Zweige eines Bolometers entgegengesetzt wirken lässt und die Ruhelage der Nadel beobachtet, so ist es ebenfalls erwünscht, dass das Bolometer der Strahlung sehr schnell folge, damit auch die kleinsten Schwankungen in den Intensitäten der Strahlung sofort sichtbar werden. Die Forderung, welche für beide Fälle aufgestellt wird, ist aber miterfüllt, sobald Bedingung 8 erfüllt ist, welche aufgestellt wurde, um die Temperaturerhöhung des Bolometers möglichst gross zu machen.

Die drei neuen Bedingungen, welche sich beim praktischen Gebrauch eines Bolometers herausstellen, lauten also:

Bedingung 9. Alle vier Zweige müssen in jeder Beziehung möglichst gleich sein.

Bedingung 10. Die Luftströmungen um das Bolometer müssen einen regelmässigen Verlauf nehmen.

Bedingung 11. Das Bolometer bestehe aus vielen langen und schmalen Streifen.

Während die Bedingungen, welche aus Gleichung 5 abgeleitet sind, sich sämmtlich auf die Grösse des Ausschlags beziehen, so beziehen sich diese Bedingungen auf die Constanz des Gleichgewichts des Bolometers, d. h. auf die Ruhelage des Galvanometers, soweit dieselbe durch das Bolometer bedingt ist. Die Empfindlichkeit des Galvanometers war früher als sehr gross und seine Ruhelage als vorzüglich vorausgesetzt. Von dem Gleichgewicht des Bolometers hängt daher die mittlere Abweichung der Beobachtungen der Ausschläge und damit die Genauigkeit der Messungen ab. Die Genauigkeit ist aber die Grösse, um welche es sich hier allein handelt; dieselbe war definirt als das Verhältniss des Ausschlags zur mittleren Abweichung mehrerer Beobachtungen. Für die Construction unseres Bolometers waren diese 11 Bedingungen, welche p. 209 und 215 zusammengestellt sind, massgebend.

Mängel der bisherigen Herstellungsmethoden:

Mittels der bisherigen Herstellungsmethoden ist man nicht im Stande, ein Bolometer zu construiren, welches die von uns aufgestellten Bedingungen erfüllt. Bedarf man doch hierzu nicht nur ausserordentlich dünner Metallbleche, sondern vor allem einer geeigneten Methode, diese dünnsten Bleche in bestimmter Weise zu montiren. Bisher verwandte man fast ausschliesslich die käuflichen Materialien, wie Drähte aus Platin oder Silber und Bleche z. B. Stanniol oder Goldblatt. Gegen die Benutzung von Drähten lässt sich ganz allgemein einwenden, dass wegen des ungünstigen Verhältnisses der Oberfläche zur Masse das Bolometer weniger empfindlich und mit relativ grosser Trägheit behaftet ist, sodass die Temperaturerhöhung des bestrahlten Theiles erst eine geraume Zeit nach der Bestrahlung eintritt und das Galvanometer nur langsam einer Ruhelage entgegengeht. Ein aus käuflichen dünnen Drähten von 0,06 mm Dicke hergestelltes Bolometer braucht etwa 100 Sekunden, ehe es zur Ruhe kommt. Dass aber auch die dünnsten, nach der Wollaston'schen Methode herstellbaren Drähte den höchsten Anforderungen nicht entsprechen, glauben wir daraus schliessen zu müssen, dass man dieselben vor der Benutzung erst noch zu *Blechen* aushämmert. Dieses Verfahren ist von verschiedenen Beobachtern angewandt worden. Durch das Hämmern derselben kann man sicherlich genügend dünne Bleche erhalten; es dürfte aber unmöglich sein, mittels derselben *vier in jeder Beziehung gleichmässige* Zweige herzustellen, wie es die Bedingung 9 erheischt. Der nämliche Einwurf spricht gegen die Verwendung des käuflichen Goldblattes, welches sehr stark durchlöchert und ungleich dick ist. Das käufliche Stanniolblatt dagegen ist nicht dünn genug. Selbst wenn es jedoch gelänge, die dünnsten Bleche mit allen gewünschten Eigenschaften herzustellen, so würde die Hantirung mit ihnen ausserordentlich schwierig und subtil ein; die Herstellung eines Flächenbolometers in der von uns angestrebten Form wäre jedenfalls unmöglich. Als Beleg für die 'schwierige Beschaffung' geeigneten Materials werde erwähnt, dass W. H. Julius dadurch in den Besitz eines dünnen Metallbleches (Dicke $^1/_{500}$ mm) gelangte, dass er die Vernickelungsschicht seiner Theekanne loslöste.

Von dünnen Metallschichten auf Nichtleitern muss wegen ι grosser Unempfindlichkeit abgesehen werden, da die kleinen ırch Strahlung ausgesandten Wärmemengen auf den Nichtiter übergehen. Für Linearbolometer könnte höchstens noch lgender Fall in Betracht kommen, dessen Verwirklichung sher noch nicht versucht zu sein scheint. Man zieht einen atinirten Quarzfaden zu solcher Feinheit aus, dass die Masse ›s Quarzfadens keine grösseren Wärmemengen der Metallhicht entziehen kann. Alle die genannten Uebelstände vereidet man bei der im Folgenden ausführlich beschriebenen onstructionsmethode, indem man die Zweige des Bolometers ıs einem Doppelblech aus Platin und Silber auf der Theilaschine in geeigneter Form zurechtschneidet, hierauf montirt ıd dann erst das Silber abätzt.

Methode der Herstellung.

Ein Platinblech wird mit einem etwa zehnmal so dicken ilberblech zusammengeschweisst und ausgewalzt. Da das lech durch Walzen eine grosse Härte und Sprödigkeit annimmt,) wird es von Zeit zu Zeit im Holzkohlenfeuer geglüht und ırch schwache Säuren und Reiben von seiner Glühhaut beeit und von neuem gewalzt. Ist eine gewisse Stärke überhritten, so kann das Blech nur noch zwischen einem zuımmengefalteten Kupferblech weiter ausgewalzt werden. Aus en ursprünglichen Dimensionen des Bleches und aus den lächendimensionen, welche das Blech während des Walzens ınimmt, ist in jedem Moment seine Dicke bekannt und kann eliebig regulirt werden. Aus dem Kupferblech lässt sich ıs Platinsilberblech noch leicht herausnehmen, so lange die latinschicht nicht dünner als 0,5 μ geworden ist also ungehr der Wellenlänge des grünen Lichtes entspricht. Erst bei eiterem Auswalzen presst sich sehr gern das Silber in das upfer hinein, sodass es sich nicht mehr ablösen lässt, sonern fest darauf haftet. Für unsere Bolometer haben wir uns amit begnügt, der Platinschicht eine Dicke von etwas weniger ls 1 μ zu geben, doch können noch wesentlich dünnere Bleche . B. von 0,3 μ Dicke hergestellt und in bequemer Weise nontirt werden.

Ein solches Platinsilberblech wird mit Canadabalsam auf

eine Glasplatte aufgeklebt, auf der Theilmaschine werden dann, wie in Fig. 1 ersichtlich ist, 12 parallele Streifen aus dem Blech herausgeschnitten, welche 32 mm lang und 1 mm breit, während ihr Abstand 1,5 mm beträgt. Der Zusammenhang der Streifen ist also derartig, dass der Strom die Streifen hintereinander durchlaufen muss. Das Platinsilberblech lässt sich nach der Theilung leicht vom Glase mit Chloroform ablösen. Ein so getheiltes Blech wird mit einer Auflösung von Kolophonium in Aether auf einem Schieferrahmen *cdki* aufgeklebt, s. Fig. 2. Diese Lösung besitzt den Vorzug, dass sie das Metall sofort sehr zäh festhält, aber noch Verschiebungen zulässt, sodass man dem Blech noch nachträglich die gewünschte genaue Lage geben kann. Der Aether verdampft aus dem Kolophonium erst dann vollständig, wenn man mit einem heissen Draht auf das Blech drückt. Beide Enden (a und b in Fig. 2) des Blechstreifens werden für die Stromzuleitung an Kupferbleche *w* und *w'* angelöthet, welche die Ecken des Schieferrahmens umfassen. Die Kupferbleche sowohl wie diejenigen Stellen des Platinsilberbleches, welche auf dem Schieferrahmen aufliegen, also die Stellen *m* und *m'*, erhalten einen Ueberzug von Japonlack. Fig. 3 zeigt einen Schieferrahmen von der Rückseite und die Zuschärfung der Balken, an welche sich die Blechstreifen anlegen. Hier sieht man nur diejenigen Stellen der Blechstreifen, welche vom Silber befreit werden sollten. Die Schieferrahmen stellt man in Salpetersäure, sodass die Blechstreifen senkrecht stehen. Das Silber wird von der Säure abgeätzt, während der Japonlack nicht angegriffen wird. Aus der Säure lässt sich das Bolometer vorsichtig herausnehmen, ohne dass es zerreisst. Taucht man es dagegen in Wasser, um die Säure zu entfernen, so zerreisst es sehr leicht beim Eintauchen sowohl wie beim Herausheben wegen der Capillarkräfte an der Oberfläche des Wassers, welches das Bolometer ungleichmässig benetzt. Solange es noch vom Wasser voll-



Fig. 1.

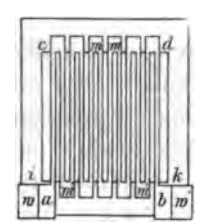
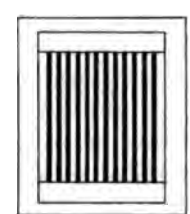


Fig. 2.


Fig. 3.

ındig bedeckt ist, zerreisst es selbst bei Erschütterungen :ht. Um das Zerreissen zu vermeiden, muss man das Wasser t Hülfe eines sehr engen Hebers an dem Bolometer ıgsam in die Höhe steigen lassen. Für sehr schmale Streifen, wie man sie für Linearbolometer gebrauchen kann, emehlt es sich das Niveau des Wassers überhaupt stets über m Bolometer stehen zu lassen, d. h. die Salpetersäure allıhlich mit einem engen Heber durch Wasser zu ersetzen d ebenso das Wasser durch Alkohol zu ersetzen und diesen rch einen Heber abfliessen zu lassen. Auf diese Weise gegt es, sehr dünne Bleche in jeder gewünschten Form und accurater Ausführung auf ihren Träger montirt herzustellen.

Während das Bolometer vor dem Abätzen noch ziemlich derstandsfähig und leicht zu behandeln ist, so muss es nach m Abätzen vor den geringsten Drucken geschützt werden. ıgegen verträgt es starke Erschütterungen des Rahmens und ıwaches Anblasen noch sehr gut.

Das Berussen der Bolometer wurde zunächst auf die geıhnliche Weise mit einer Petroleum- oder Terpentinflamme rgenommen. Dabei stellte sich heraus, dass die Bolometer ch der Berussung wegen der damit verbundenen Erhitzung ıen erheblich kleineren Widerstand besassen, und dass vier öglichst gleich hergestellte Bolometerzweige wieder grössere erschiedenheiten im Widerstand zeigten. Nach vielen Verchen mit verschiedenen russenden Substanzen bewährte sich gende Methode der kalten Berussung sehr gut, dieselbe gibt ıe vollkommen gleichmässige, feine und doch gut deckende ıssschicht, deren Ränder mit den Rändern der Bleche so harf abschneiden, dass ein etwa vorhandenes Loch von 0,1 mm ırchmesser vollkommen frei gelassen wird. Der benutzte etroleumbrenner besteht aus einem dünnen Messingröhrchen n 4 mm Durchmesser, durch welches ein Docht gezogen ist. ım Schutz gegen Luftströmungen befindet sich ein kegelrmiger Mantel über dem Brenner, auf den Schutzmantel ist ı Glascylinder übergreifend aufgesetzt. In dieser Stellung ennt die Lampe, ohne zu russen, während man es durch eben des Cylinders vollkommen in der Hand hat, einen Russlen von jeder gewünschten Feinheit oder Stärke bis zum wöhnlichen Blaken zu erzeugen. Ueber dem Cylinder be-

findet sich ein Kupferblech von etwa 12 cmm Durchmesser, welches in der Mitte ein Loch von 4 mm Durchmesser hat. Da der Russfaden schnurgerade in die Höhe steigt, so lässt es sich leicht erreichen, dass sein Weg durch das Loch führt. Hier tritt er wieder als feiner Faden aus, und während das Kupferblech sehr heiss wird, so ist die Erwärmung, welche der zu berussende Körper erfährt, kaum noch bemerkbar. Durch einen solchen Russfaden werden die dünnen Bleche des Bolometers hindurchgeführt, während die nicht zu berussende Seite mit einer Metallplatte bedeckt ist, welche einen Abstand von weniger als ein Millimeter hat. Auf diese Weise überziehen sich die dünnen Platinstreifen allmählich mit einer sehr feinen Russchicht, während ihre Rückseite metallisch blank bleibt und sich auf der Metallplatte eine dickere Russschicht absetzt. Unter den so hergestellten Bolometern, deren Widerstand 60 Ohm beträgt, werden vier von möglichst gleichem Widerstand ausgesucht und bilden die vier Zweige einer Wheatstone'schen Brücke. Es brauchen die vier Zweige, natürlich nur paarweise, und zwar die an einer Gabelungsstelle des Hauptstromes zusammenstossenden, gleich zu sein. Fig. 4 zeigt schematisch die Anordnung der vier Brückenzweige, welche dadurch bedingt ist, dass es möglich sein soll, je zwei diagonale Zweige der Brücke zu gleicher Zeit bestrahlen zu lassen. Der von der Batterie *B* kommende Strom durchläuft den Regulirwiderstand *W*, theilt sich bei der Kupferplatte $K_{3.4}$ und geht durch die Bolometerzweige 3 und 4 nach $K_{1.3}$ und $K_{2.4}$, welches die Abzweigungspunkte für das Galvanometer *G* sind. Von diesen Punkten geht der Strom durch die Bolometerzweige 1 und 2. Zwischen K_1 und K_2 ist ein Rheochord *rr'* zur vollständigen Abgleichung der Brücke eingeschaltet. Vom Quecksilbercontact *C* des Rheochordes geht der Strom zur Batterie *B* zurück.

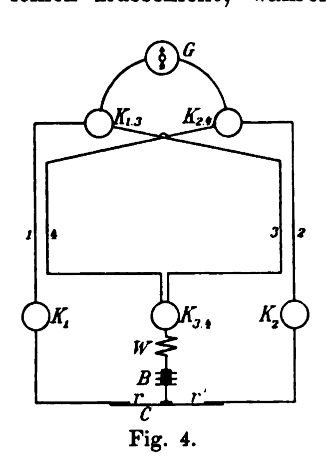


Fig. 4.

Das Bolometer als fertigen Apparat zeigt Fig. 5 in ²/₃

der natürlichen Grösse. Die Punkte K_1, $K_{3.4}$ und K_2 entsprechen denselben Punkten in Fig. 4, während die Punkte $K_{1.3}$ und $K_{2.4}$ der Fig. 4 in Fig. 5 verdeckt sind. Je zwei Schieferrahmen, wie dieselben aus den Figuren 2 und 3 bekannt sind, werden in den Hartgummistativen h und h' so vereinigt, dass sie sich die mit den Platinstreifen belegten Seiten zuwenden, während diese Seiten einen Abstand von 3 mm haben. Die Streifen des einen Schieferrahmens stehen hinter den Intervallen des anderen, und da die Streifen 1 mm, die Intervalle aber 1,5 mm breit sind, so verdeckt kein Streifen einen anderen. Die dazwischen befindliche Luft findet bei ihrer Erwärmung durch die Oeffnungen s der Hartgummistative freien Zu- und Abzug. Das Stativ h' ist in der Zeich-



Fig. 5.

nung abgebrochen und legt die beiden Schieferrahmen frei, von denen der eine auch abgebrochen ist, um die abgeschrägten Theile des Schieferrahmens zu zeigen. Die Platinstreifen auf beiden Rahmen sind gleichfalls abgebrochen. Zwischen den Stativen h und h' ist eine geschwärzte Metallplatte g eingeschoben, diese Platte soll weder Strahlen reflectiren noch hindurchlassen. Ueber diesen Apparat wird ein Kasten gesetzt, in welchen die Grundplatte des Apparates schliessend hineinpasst. Zwei Seiten des Kastens sind mit Ausschnitten versehen, durch welche die Bestrahlung Zutritt erhält. An diesen Seiten werden Röhren angesetzt, in denen sich mehrere Diaphragmen befinden, so dass die Luft im Innern des Kastens an den äusseren Luftströmungen nicht theilnimmt. Die Verbindungen

des Bolometers mit Batterie, Element und Rheochord gehen durch die Grundplatte hindurch und treten zwischen einer doppelten Holzplatte, welche hier nicht mitgezeichnet ist, aus.

Gebrauch des Bolometers.

Zunächst prüft man das Bolometer auf die Constanz seiner Gleichgewichtslage. Bleibt dieselbe bei Schwankungen der Zimmertemperatur constant, so ist der Temperaturcoefficient aller vier Zweige der gleiche. Es war dies bei unserem Bolometer für ein Temperaturintervall von mehreren Graden erfüllt.

Dass die Beschaffenheit aller vier Zweige die gleiche ist, geht aus der ungeänderten Gleichgewichtslage bei einer Schwankung des Hauptstroms hervor. Der für die genauesten Messungen brauchbare Strom darf hierbei die Höhe von 0,04 Amp. erreichen; es ist die dann eintretende Querschnittsbelastung die vierzigfache des in der Praxis bei dicken Widerständen gestatteten; dass dieses möglich ist, liegt an dem ausserordentlich günstigen Verhältniss der Oberfläche zur Masse. Was die Trägheit des Bolometers betrifft, so ist die durch eine Strahlungsquelle bedingte Widerstandsänderung in weniger als vier Secunden beendet. Wurde nämlich dem Magnetsystem des Galvanometers eine Schwingungsdauer von vier Secunden gegeben, so zeigte dasselbe am Ende des Ausschlags einen deutlichen Umkehrpunkt und pendelte um seine Ruhelage herum, ohne im Sinne des Ausschlags wesentlich weiter zu wandern. Die geringe Trägheit des Bolometers wird ausser durch die geringe Dicke der Bolometerstreifen hauptsächlich dadurch bedingt, dass die Stellen *m* bez. *n* (Fig. 2), welche am Schiefer angeklebt sind und bei der Bestrahlung an der Widerstandsänderung nicht sofort theilnehmen, einen ungefähr 70 mal grösseren electrischen Querschnitt besitzen als die nutzbaren Stellen. Erstens haben sie eine etwa zehnfache Dicke, insofern sie aus Platin und Silber bestehen, andererseits ist die Leitungsfähigkeit des Silbers etwa die siebenfache von der des Platin.

Genauigkeit und Empfindlichkeit.

Zur Prüfung der Genauigkeit der Strahlungsmessungen wurde folgender Versuch gemacht, welcher eine ziemlich con-

stante Strahlungsquelle voraussetzt. Eine kleine Glühlampe, welche von Accumulatoren gespeist wurde, und deren Gesammtstrahlung ungefähr gleich der von drei Kerzen oder vier Hefnerlichtern ist, bestrahlte zwei Zweige des Bolometers, deren Entfernung von der Glühlampe 1 m betrug. Zwischen Glühlampe und Bolometer war ein Fallbrett eingeschaltet, welches ein Loch für die Bestrahlung abwechselnd öffnete und verschloss. Hierdurch wurden folgende Ausschläge erzielt:

Ruhelage vor dem Oeffnen	Umkehrpunkt nach dem Oeffnen	Grösse des Ausschlags in mm	Abweichung vom Mittel
700,5	285,8	414,7	− 0,1
700,7	285,6	415,1	+ 0,3
700,2	285,3	414,9	+ 0,1
700,3	285,8	414,5	− 0,3
700,3	285,8	414,5	− 0,3
700,2	285,5	414,7	− 0,1
700,4	285,5	414,9	+ 0,1
700,8	286,0	414,8	0,0
700,9	286,2	414,7	− 0,1
701,0	286,2	414,8	0,0
		Mittel 414,8	W. F. d. R. ± 0,04

Bei diesen Versuchen besass das Galvanometer eine Empfindlichkeit von 1,5 . 10^{-9} Amp., während sein Widerstand 20 Ohm und der Abstand der Skala vom Spiegel 1,7 m betrug. Der von der Batterie kommende Hauptstrom war gleich 0,006 Amp., der Umkehrpunkt trat nach einer Bestrahlung von 8 Secunden ein.

Wie man sieht, ist die Gleichgewichtslage sowohl des Galvanometers wie des Bolometers eine gute, da die Ruhelage während der Beobachtungsreihe, welche etwa 10 Minuten in Anspruch nahm, nicht aus dem Intervall eines Millimeters herausgetreten ist. Die Abweichungen vom Mittel sind stets kleiner als 0,1 Proc. geblieben. Will man aus der Beobachtungsreihe einen wahrscheinlichen Fehler des Resultates berechnen, so ergibt sich dieser gleich 0,01 Proc. Die dem Ausschlage entsprechende Temperaturerhöhung eines Bolometerzweiges ist gleich 0,15° C. Ein Hefnerlicht bringt im gleichen Abstande eine Temperaturerhöhung von 0,038° hervor. Es sei erwähnt, dass die Strahlung eines Hefnerlichtes noch mit derselben

Genauigkeit gemessen werden kann. Denn es wurde noch dieselbe Genauigkeit erreicht, wenn der Hauptstrom auf das sechsfache erhöht und die Strahlung der Glühlampe so geschwächt wurde, dass die Grösse des Ausschlages dieselbe blieb; ferner war die Empfindlichkeit des Galvanometers bei diesen Versuchen noch nicht vollständig ausgenutzt.

Den in der Einleitung erwähnten Zweck haben wir hiermit erreicht und glauben in dem Bolometer einen Apparat zu besitzen, welcher unseren Anforderungen vollkommen genügt.

III. *Ueber die Spectra von Kupfer, Silber und Gold; von H. Kayser und C. Runge.*

(Im Auszuge mitgetheilt von den Herrn Verfassern nach den Abhandlungen der Berl. Akad. d. Wiss. 1892.)

Die Spectren von Kupfer, Silber und Gold, die wir bei unserer spectralanalytischen Untersuchung der Elemente der ersten Mendelejeff'schen Gruppe[1]) vorläufig bei Seite gelassen hatten, werden in der vorliegenden Arbeit nachgeholt. Zur Erzeugung der Spectren haben wir wieder die früher beschriebenen Hülfsmittel benutzt. Die Elemente wurden mit einem Strom von etwa 20 Amp. bei 50 Volt. Spannung im Kohlebogen verdampft und ihr Spectrum durch ein Rowland'sches Concavgitter grösster Art erzeugt und photographirt. Die Bestimmung der Wellenlängen geschieht, indem auf einer Theilmaschine die photographischen Platten gemessen, für die stets auftretenden Linien des Eisens oder anderer Verunreinigungen der Kohle unsere früher bestimmten Werthe eingesetzt und daraus nach der Methode der kleinsten Quadrate die Wellenlängen der unbekannten Linien interpolirt werden. Diese beruhen also, wie unsere Eisenlienien, auf der Annahme $D_1 = 5896{,}16$, $D_2 = 5890{,}19$.

Unser Augenmerk war hauptsächlich darauf gerichtet, Gesetzmässigkeiten in der Vertheilung der Linien zu entdecken, ähnlich denen, die wir in den Spectren der Alkalien und der Elemente der zweiten Mendelejeff'schen Gruppe beobachtet haben. Es zeigte sich indessen beim Kupfer, Silber und Gold, dass die gesetzmässig vertheilten Linien nur einen kleinen Bruchtheil aller Linien ausmachen. Immerhin haben wir für Kupfer und Silber je zwei Serien von Linienpaaren nachweisen können, die den beiden Nebenserien in den Spectren der Alkalien ganz analog sind.

Wir geben zuerst die Liste unserer Messungen. In der

---

1) Kayser u. Runge, Ueber die Spectren der Elemente, dritter Abschnitt, Abhandl. der Berl. Akad. d. Wiss. (1890).

ersten Columne stehen die gemessenen Wellenlängen, in der zweiten ist die Fehlergrenze angegeben, die wir nach dem Aussehen der Linie und der Zahl unserer Messungen noch für möglich halten. Wir haben es vorgezogen, eine solche geschätzte Fehlergrenze statt des wahrscheinlichen Fehlers anzugeben, weil es zu mühsam wäre, den wahrscheinlichen Fehler für jede einzelne Linie zu bestimmen, und der durchschnittliche wahrscheinliche Fehler die Messungen in vielen Fällen genauer erscheinen lassen würde, als sie sind. Der wahrscheinliche Fehler der einzelnen Messung beträgt für nicht verbreiterte Linien auf den besten Platten nicht mehr als ein Hundertstel einer Ångström'schen Einheit, während er bei weniger guten aber immer noch brauchbaren Platten bis auf drei Hundertstel steigt. In der dritten Columne ist die Intensität der Linien nach sechs Stufen geschätzt, wobei 1 die stärkste, 6 die geringste Intensität bedeutet. Die vierte Columne enthält Bemerkungen über das Aussehen der Linien.

Kupfer.

5782,30	0,03	2	
5732,53	0,03	6	
5700,39	0,03	2	
5646,93	0,30	6	sehr unscharf
5555,16	0,10	4	
5536,06	0,40	4	verbreitert
5432,30	0,15	5	sehr unscharf
5408,56	0,15	5	„ „
5391,89	0,15	4	„ „
5360,22	0,05	5	
5355,20	0,20	5	„ „
5352,87	0,05	5	
5292,75	0,05	3	
5250,78	0,15	5	verbreitert
5220,25	0,05	3	
5218,45	0,10	1	umgekehrt, nach der brechb. Seite verbr.
5201,10	0,10	4	verbreitert
5158,53	0,15	6	„
5153,33	0,20	2	umgek., s. unscharf
5144,35	0,15	5	verbreitert
5105,75	0,05	2	umgekehrt
5076,42	0,15	5	verbreitert
5034,48	0,15	6	„
4866,38	0,20	5	sehr unscharf
4794,23	0,20	5	„ „
4767,69	0,20	5	„ „
4704,77	0,05	2	
4697,62	0,10	4	sehr unscharf
4674,98	0,10	3	verbreitert
4651,31	0,10	2	
4642,78	0,15	5	sehr unscharf
4587,19	0,15	1	„ „
4539,98	0,15	2	umgekehrt, verbr.
4531,04	0,10	2	umgekehrt, nach der weniger brechbaren Seite hin verbreitert
4513,39	0,10	5	verbreitert
4509,60	0,05	4	
4507,62	0,20	3	sehr unscharf
4480,59	0,10	2	umgekehrt, nach der weniger brechbaren Seite hin verbreitert
4415,79	0,10	3	verbreitert
4397,42	0,15	6	sehr unscharf
4378,40	0,05	2	umgekehrt
4354,91	0,20	5	sehr unscharf
4336,17	0,10	5	verbreitert
4329,00	0,15	5	sehr unscharf
4275,32	0,05	2	umgekehrt
4267,48	0,15	6	verbreitert
4259,63	0,10	3	„ „
4253,53	0,10	5	„ „
4249,21	0,05	4	
4242,42	0,10	5	„ „
4231,20	0,10	6	sehr unscharf

7	0,10	4	verbreitert	3648,52	0,05	6	verbreitert
8	0,10	5	„	3645,32	0,05	5	„
0	0,10	5	sehr unscharf	3641,79	0,05	5	„
8	0,15	5	„ „	3636,01	0,05	5	„
0	0,20	6	unscharf	3627,39	0,05	4	„
4	0,10	1	nach der weniger	3624,35	0,05	5	„
			brechbaren Seite hin	3621,33	0,05	4	„
			verbreitert	3620,47	0,05	5	„
	0,50	5	nach d. brechbareren	3614,31	0,05	6	„
			Seite hin verbreitert	3613,86	0,05	5	„
3	0,10	1	nach der weniger	3602,11	0,10	3	„
			brechbaren Seite hin	3599,20	0,10	3	„
			verbreitert	3546,54	0,05	6	„
	0,50	6	nach d. brechbareren	3545,05	0,05	5	„
			Seite hin verbreitert	3533,84	0,05	4	„
6	0,20	5	sehr unscharf	3530,50	0,05	4	
8	0,05	5		3527,55	0,05	4	„
0	0,05	5	verbreitert	3524,31	0,10	5	„
8	0,05	6	„	3520,07	0,05	4	„
3	0,10	6	„	3512,19	0,05	3	„
8	0,20	5	„	3500,37	0,05	6	„
4	0,05	4	„	3498,11	0,05	5	„
3	0,20	6	„	3488,89	0,05	6	„
1	0,05	6	„	3487,62	0,05	6	„
8	0,05	6	„	3483,82	0,05	4	„
3	0,05	5	„	3476,07	0,05	4	„
6	0,05	4	„	3454,76	0,05	4	„
3	0,05	5	„	3450,47	0,10	3	„
2	0,05	4	„	3422,22	0,10	5	sehr unscharf
7	0,05	5	„	3420,20	0,05	6	verbreitert
5	0,05	5	„	3415,89	0,10	5	„
3	0,05	4	„	3413,41	0,05	5	„
0	0,25	5	sehr unscharf	3404,73	0,05	5	„
5	0,05	5	verbreitert	3402,28	0,05	5	„
7	0,05	5	„	3396,39	0,05	6	
0	0,05	5	„	3395,52	0,05	5	„
5	0,05	5	„	3392,10	0,05	6	[1])
4	0,05	6	„	3388,21	0,15	6	sehr unscharf
0	0,05	6	„	3384,88	0,05	5	verbreitert
9	0,05	5		3381,52	0,05	4	„
	0,50	5	sehr unscharf	3375,74	0,05	5	„
6	0,15	6	„ „	3365,46	0,10	4	„

1) Wir führen an dieser Stelle in unserer Originalabhandlung noch
/ellenlängen 3393,09 und 3391,09 auf, von denen wir aber mittler-
erkannt haben dass sie keine Kupferlinien sind. Auch die dort
ührten Linien 3057,73 und 2345,59 sind zu streichen. — Auch unter
i unserer früheren Publication aufgeführten Zinklinien (Wied. Ann.
. 395 und 396) bitten wir die Wellenlängen 4058,02, 4019,75,
2, 3683,63, 3671,71, 3572,90, 2873,39, 2833,12, 2823,27, 2802,11,
4, 2663,25, 2577,34, 2393,88, 2246,90, welche dem Blei angehören,
913,63, 2863,43, 2706,64, welche dem Zinn angehören, zu streichen.

3354,57	0,10	5	verbreitert
3349,38	0,10	4	„
3342,99	0,15	6	sehr unscharf
3337,95	0,05	4	
3329,68	0,05	4	verbreitert
3319,76	0,05	4	„
3317,28	0.05	4	„
3308,10	0,05	2	„
3292,95	0,05	5	
3290,62	0,05	3	sehr unscharf
3282,78	0,05	4	verbreitert
3279,89	0,05	5	
3277,35	0,05	6	
3274,06	0,03	1	umgekehrt
3266,05	0,05	5	verbreitert
3247,65	0,03	1	umgekehrt
3243,21	0,05	4	verbreitert
3235,74	0,05	4	„
3231,19	0,05	4	„
3226,61	0,05	5	„
3224,69	0,05	5	„
3223,47	0,05	5	„
3211,47	0,10	5	„
3208,32	0,05	4	
3194,17	0,05	4	
3175,81	0.10	5	sehr unscharf
3169,73	0,05	4	verbreitert
3160,09	0,05	5	
3151,67	0,05	5	„
3146,93	0,05	4	„
3142,47	0,05	4	„
3140,42	0,05	4	„
3128,73	0,05	4	„
3126,22	0,05	3	„
3120,53	0,05	5	„
3116,48	0,05	4	„
3113,59	0,05	5	„
3108,64	0,05	3	„
3099,97	0,05	4	„
3094,07	0,05	5	
3073,89	0,05	4	
3070,86	0,10	6	„
3063,50	0,05	3	
3053,52	0,10	6	„
3052,73	0,10	6	„
3044,18	0,05	5	„
3036,17	0,05	3	
3030,33	0,10	5	„
3025,07	0,10	5	„
3022,65	0,10	4	„
3021,73	0,10	5	„
3012,07	0,05	4	„ vielleicht eine Nickellinie
3010,92	0,05	4	
2997,46	0,05	4	
2991,91	0,10	5	sehr unscharf
2986,10	0,10	4	„ „
2982,91	0,10	5	„ „
2979,52	0,10	5	„ „
2978,42	0,10	5	„ „
2961,25	0,10	3	umgekehrt
2951,38	0,10	4	verbreitert
2925,65	0,10	5	„
2924,99	0,10	6	„
2911,29	0,10	5	„
2891,77	0,10	5	sehr unscharf
2890,97	0,10	5	„ „
2883,03	0,05	4	
2879,04	0,20	5	„ „
2875,66	0,20	5	„ „
2874,60	0,20	5	„ „
2792,07	0,10	5	„ „
2786,65	0,10	5	„ „
2783,67	0,10	5	„ „
2782,73	0,10	5	„ „
2769,37	0,20	6	verbreitert
2768,94	0,10	4	„
2766,50	0,05	3	umgekehrt u. nach d. weniger brechbaren Seite verbreitert
2751,86	0,20	6	verbreitert
2751,38	0,10	4	sehr unscharf
2724,04	0,10	4	„ „
2715,67	0,10	4	„ „
2696,83	0,15	6	verbreitert
2687,85	0,15	6	„
2681,16	0,15	6	„
2676,59	0,10	5	stark nach d. weniger brechbaren Seite hin verbreitert
2672,24	0,15	5	sehr unscharf
2651,78	0,10	5	„ „
2649,93	0,10	5	„ „
2645,45	0,10	5	„ „
2635,02	0,10	4	„ „
2630,15	0,10	4	„ „
2627,49	0,10	5	„ „
2618,46	0,05	1	umgekehrt
2605,08	0,15	6	sehr unscharf
2580,52	0,15	5	„ „
2579,40	0,15	5	„ „
2570,76	0,15	5	verbreitert
2569,99	0,15	5	sehr unscharf
2567,17	0,15	6	verbreitert
2563,54	0,15	5	„ nach der weniger brechbaren Seite hin.
2553,38	0,15	6	verbreitert nach der weniger brechbaren Seite hin

2547,67	0,15	5	verbreitert nach der	2215,78	0,03	3	umgekehrt
			weniger brechbaren	2214,68	0,03	2	„
			Seite hin	2210,35	0,05	5	
2494,97	0,05	5		2199,77	0,03	2	„
2492,22	0,05	3	umgekehrt	2192,35	0,05	5	verbreitert
2460,98	0,15	5	verbreitert	2189,69	0,05	5	
2458,97	0,15	5	„	2181,80	0,05	4	umgekehrt
2441,72	0,05	3	umgekehrt	2179,41	0,10	4	
2406,82	0,15	2	verbreitert nach der	2178,97	0,05	3	„
			weniger brechbaren	2171,88	0,20	6	„
			Seite hin	2169,49	0,05	6	
2400,18	0,05	4		2165,20	0,05	4	„
2392,71	0,05	2	umgekehrt und nach	2149,05	0,05	5	
			der weniger brech-	2136,05	0,05	5	
			baren Seite verbr.	2126,11	0,05	5	
2369,97	0,05	3		2123,06	0,05	5	
2363,28	0,05	6		2112,19	0,05	6	
2356,68	0,05	4		2104,88	0,05	4	„
2319,70	0,05	4	verbreitert	2085,40	0,10	6	
2303,18	0,05	3		2068,45	0,10	6	
2294,44	0,05	5		2061,77	0,10	6	
2293,92	0,05	1	umgekehrt	2055,08	0,10	6	
2288,19	0,05	4		2043,73	0,10	6	
2282,20	0,15	6	verbreitert	2037,28	0,10	6	
2276,30	0,05	4		2035,90	0,20	6	
2263,20	0,05	3	umgekehrt	2025,14	0,20	5	„
2260,58	0,05	4	„	2016,76	0,20	6	
2247,08	0,05	4	verbreitert	2015,53	0,20	6	
2244,36	0,05	6		2013,19	0,20	6	
2242,68	0,05	4		2009,31	0,20	6	
2240,89	0,20	6	verbreitert	2003,50	0,20	6	
2238,52	0,05	5	umgekehrt	1999,68	0,20	6	
2236,40	0,05	6	„	1995,16	0,20	6	
2230,16	0,05	2	„	1989,24	0,20	6	
2228,95	0,05	4		1979,26	0,20	6	
2227,85	0,05	2	„	1971,99	0,20	6	
2225,77	0,05	3	„	1956,83	0,20	6	
2218,21	0,05	5		1943,88	0,20	6	

Silber.

5667,72	0,20	4	sehr unscharf	5276,4	0,50	6	nach der weniger
5545,86	0,20	4	nach der weniger				brechbaren Seite hin
			brechbaren Seite hin				verbreitert
			verbreitert	5209,25	0,05	1	umgekehrt
5471,72	0,05	3		5123,85	0,20	6	verbreitert
5465,66	0,05	1	umgekehrt	4993,2	0,50	6	sehr unscharf
5436,0	0,50	5	sehr unscharf	4888,46	0,10	5	verbreitert
5333,5	0,50	5	nach der weniger	4874,36	0,15	4	nach der weniger
			brechbaren Seite hin				brechbaren Seite hin
			verbreitert				verbreitert
5329,93	0,20	4	nach der weniger	4848,33	0,25	4	sehr unscharf
			brechbaren Seite hin	4797,0	0,50	5	„ „
			verbreitert	4678,04	0,20	4	verbreitert

4668,70	0,10	2	nach der weniger	3624,0	0,50	6	sehr unscharf
			brechbaren Seite hin	3557,3	0,50	6	verbreitert
			verbreitert	3547,3	0,50	6	„
4616,03	0,20	4	sehr unscharf	3542,67	0,15	4	„
4556,13	0,20	4	„ „	3505,43	0,20	6	„
4476,29	0,10	3	nach der weniger	3501,90	0,10	4	„
			brechbaren Seite hin	3499,65	0,20	6	„
			verbreitert	3383,00	0,03	1	umgekehrt
4396,49	0,10	5	verbreitert	3327,82	0,05	6	verbreitert
4379,45	0,15	4	„	3305,77	0,05	5	„
4311,28	0,10	4	nach der weniger	3280,80	0,03	1	umgekehrt
			brechbaren Seite hin	3232,94	0,10	4	verbreitert
			verbreitert	3170,66	0,05	4	„
4212,1	1,00	2	umgekehrt	3130,09	0,05	3	„
4055,44	0,10	3	„	3099,19	0,05	5	
3991,9	1,00	6	sehr unscharf	2938,42	0,10	3	„
3981,87	0,15	3	nach der weniger	2824,50	0,10	2	„
			brechbaren Seite hin	2721,84	0,05	4	
			verbreitert	2575,70	0,10	3	„
3943,1	0,50	6	verbreitert	2447,94	0,05	5	
3940,3	0,50	6	„	2437,84	0,05	4	
3914,47	0,20	5	sehr unscharf	2413,26	0,05	4	
3907,63	0,20	5	„ „	2375,1	1,00	1	sehr unscharf
3841,3	2,00	5	nach der weniger	2331,41	0,05	4	
			brechbaren Seite hin	2324,73	0,05	4	
			verbreitert	2320,31	0,05	4	
3810,6	2,00	5	sehr unscharf	2317,10	0,05	4	
3710,1	1,00	6	„ „	2312,5	0,50	2	„ „
3681,8	0,50	5	nach der brechbare-	2309,74	0,10	1	umgekehrt
			ren Seite hin ver-	2248,79	0,05	4	
			breitert	2246,46	0,05	4	

Gold.

6278,37	0,05	4		3320,32	0,05	4	nach der weniger
5957,24	0,05	4					brechbaren Seite hin
5863,17	0,05	4					verbreitert
5837,64	0,05	3		3308,42	0,05	5	
5656,00	0,05	4		3265,18	0,05	5	
5230,47	0,05	4		3230,73	0,05	4	verbreitert
5064,75	0,05	5		3204,81	0,05	4	„
4792,79	0,05	3		3194,82	0,05	4	„
4488,46	0,05	4		3181,90	0,10	6	„
4437,44	0,05	4		3127,03	0,15	6	„
4364,72	0,10	6		3122,88	0,03	3	umgekehrt
4241,99	0,05	5		3117,08	0,05	4	verbreitert
4084,26	0,05	5		3038,25	0,05	6	„
4065,22	0,05	3		3033,38	0,05	3	sehr unscharf
4041,07	0,05	5		3029,32	0,05	3	
3909,54	0,05	5		3024,67	0,15	5	„ „
3898,04	0,05	4	verbreitert	3014,32	0,10	5	verbreitert
3553,72	0,05	5		2975,73	0,10	6	„
3467,19	0,10	6	„	2973,67	0,10	5	sehr unscharf

0,10	5	verbreitert	2688,86	0,05	4	
0,05	4	„	2676,05	0,03	1	umgekehrt
0,10	6	sehr unscharf	2590,19	0,05	4	
0,05	3	verbreitert	2544,30	0,05	4	
0,05	4		2510,56	0,05	4	
0,05	3	„	2428,06	0,03	1	„
0,05	4	„	2387,85	0,05	4	
0,05	4		2364,69	0,05	4	
0,05	4	umgekehrt	2352,75	0,05	4	
0,05	4	„	2283,42	0,05	4	
0,05	6	verbreitert				

ie Spectren von Kupfer, Silber und Gold zeigen keine
sse Regelmässigkeit wie die der Alkalien, in denen alle
nach einem Plane angeordnet erscheinen. Ja, ohne
alogie mit den in anderen Spectren beobachteten Gesetz-
keiten würde man vielleicht die Vertheilung aller Linien
nz regellos halten. Wenn man aber die analogen Er-
ıngen in den anderen Spectren berücksichtigt, so wird
ine gewisse Ordnung erkennbar, wenn sie sich auch nur
·hältnissmässig wenige der zahlreichen Linien erstreckt.
as zunächst das Kupfer betrifft, so fallen eine Anzahl
von starken Linien desselben Charakters mit nahezu über-
menden Schwingungsdifferenzen sogleich in die Augen.
stark verbreiterten Linien bei 5218 und 5153, sowie
53 und 4023. das Paar von scharfen starken Linien bei
nd 5700 und das auffallende Paar von starken um-
:en Linien bei 3274 und 3248. Wenn man nun das
Spectrum nach Paaren mit derselben Schwingungs-
ız durchsucht, so finden sich die folgenden:

$\frac{1}{\lambda}$	Differenz	Fehler-grenze d. Differenz	Bemerkungen
17294,2 17542,7	248,5	0,2	Scharfes starkes Paar.
19156,2 19162,8 19404,9	248,7	0,9	Stark verbreitertes umgekehrtes Paar mit einem schwächeren Begleiter.
22070,0 22318,5	248,5	1,0	Beide Linien umgekehrt und nach dem rothen Ende des Spectrums hin verbreitert.
24609,3 24612,7 24858,1	248,8	1,8	Zwei starke nach dem rothen Ende des Spectrums verbreiterte Linien mit einem schwachen Begleiter.

λ	$\frac{1}{\lambda}$	Differenz	Fehlergrenze d. Differenz	Bemerkungen
4056,8 4015,8	24650,0 24901,6	251,6	6,2	Zwei schwächere, nach dem violetten Ende des Spectrums verbreiterte Linien.
3861,88 3825,13	25894,1 26142,9	248,8	2,7	Zwei gleichstarke, ein wenig verbreiterte Linien.
3688,6 3654,6	27110,6 27362,8	252,2	5,6	Zwei stark verbreiterte schwächere Linien.
3274,06 3247,65	30543,1 30791,5	248,4	0,6	Zwei auffallend starke umgekehrte Linien.

Bei dem zweiten und vierten Paare gibt der schwächere Begleiter mit der kleineren Wellenlänge zusammen die constante Schwingungsdifferenz. Aehnliches kommt auch bei einigen der Triplets der ersten Nebenserie im Spectrum von Strontium, Zink, Cadmium, Quecksilber vor, während die Alkalien nur reine Paare besitzen. Als Mittel der acht Schwingungsdifferenzen ergibt sich, wenn die Beobachtungen nach ihrer Genauigkeit berücksichtigt werden, 248,5, und es zeigt die vierte Columne der Tabelle, dass die Abweichungen vom Mittel innerhalb der Genauigkeitsgrenzen liegen. Sie gibt nämlich an, wie weit die gefundenen Schwingungsdifferenzen nach den Fehlergrenzen, die wir bei den betreffenden Linien angegeben haben, von der Wahrheit abweichen können.

Versucht man nun diese Paare in Serien zu ordnen, so wird man das starke Paar 3274, 3247 bei Seite lassen, da es seinem Charakter nach gewiss nicht mit einem der vorigen in einer Serie vereinigt sein kann. Denn in allen Serien nimmt die Intensität der Linien zugleich mit der Wellenlänge ab. Von den übrigen Paaren wird man dem Aussehen nach ohne Besinnen das zweite, vierte und siebente Paar als zusammengehörig herausheben und nun zunächst untersuchen, ob diese drei Paare eine Serie bilden, bei der die zweite Constante ungefähr denselben Werth hat, wie bei allen anderen Serien, ob sie also in die Rydberg'sche Tafel der Schwingungsdifferenzen[1]) passen. Die ersten Linien der drei Paare geben die Schwingungsdifferenzen: 5453,1, 2501,3; die zweiten Linien:

1) Vergl. Kayser und Runge, Ueber die Spectren der Elemente. 4. p. 65. Abhandl. der Berl. Acad. d. Wiss. 1891.

5453,2, 2504,7 und passen somit zwischen die Hauptserie des Lithiums (5544,6, 2545,0) und die zweite Nebenserie des Natriums (5384,7, 2486,2). Darnach wird man den Paaren die Ordnungszahlen 4, 5, 6 zuweisen müssen und wegen der verbreiterten Linien und des erwähnten Umstandes der schwachen Begleiter ihre Serie als erste Nebenserie betrachten. Noch eine weitere Analogie mit anderen Spectren zeigt nun das fünfte Paar 4057, 4016, das, von etwas kleinerer Wellenlänge als das Paar $n = 5$ der ersten Nebenserie, nach der violetten Seite hin abschattirt ist. Dasselbe ist gerade bei dem Gliede $n = 5$ der ersten Nebenserie mehrfach beobachtet worden (beim Zink, Cadmium, Quecksilber).

Die Formeln für diese Serien sind:

$$31591{,}6 - 131150\,n^{-2} - 1085060\,n^{-4}$$
$$31840.1 - 131150\,n^{-2} - 1085060\,n^{-4}.$$

Es bleiben nun noch drei Paare übrig: das erste, das dritte und das sechste der Tabelle. Die Schwingungsdifferenzen der grösseren Wellenlängen sind 4775,8, 3824,1 und die der kleineren 4775,8, 3824,4. Da sie ganz und garnicht in die Rydberg'sche Tafel passen, so wird man annehmen müssen, dass diese drei Paare nicht zu einer Serie gehören, und man hat ohne weitere Voraussetzung kein Mittel, zu erkennen, ob etwa zwei unter ihnen einer zweiten Nebenserie angehören. Wenn man aber von der Voraussetzung Gebrauch macht, dass, wie in den Spectren der anderen Elemente, so auch hier die beiden Nebenserien nahezu an derselben Stelle auslaufen, dass also die erste Constante in jeder der Formeln für die ersten und zweiten Linien der Paare näherungsweise denselben Werth hat, wie in der entsprechenden Formel der ersten Nebenserie, so findet man, dass das dritte und sechste Paar der Tabelle mit den Ordnungszahlen vier und fünf der Anforderung genügen, für die zweite Constante nahezu denselben Werth zu liefern, wie alle anderen Serien. Die Formeln sind:

$$31591{,}6 - 124809\,n^{-2} - 440582\,n^{-4}$$
$$31840{,}1 - 124809\,n^{-2} - 440582\,n^{-4}.$$

Allerdings ist nun das erste Paar nicht in die Serien aufgenommen. Dass es mit dem ultravioletten Paare 3274, 3248 zu einer Hauptserie gehörte, wie sie bei allen Alkalien auftritt,

scheint uns nicht wahrscheinlich. Ausser der grossen Verschiedenheit in Intensität und Charakter spricht auch dagegen, dass die Schwingungsdifferenzen in beiden Paaren übereinstimmen, was bei der Hauptserie nicht der Fall sein dürfte. Eher scheint es uns denkbar, dass das ultraviolette Paar das erste der Hauptserie bildet, die dann weiterhin aus so kleinen Wellen besteht, wie sie nicht mehr haben beobachtet werden können.

In seiner umfangreichen Abhandlung hat auch Rydberg[1]) das Kupferspectrum auf Serien hin untersucht. Aber die Beobachtungen, die ihm zu Gebote standen, waren zu unvollständig und ungenau, als dass er den wahren Sachverhalt errathen konnte. Er nimmt übereinstimmend mit uns 5218, 5153 als Paar der ersten Nebenserie an, von der ihm aber nur dieses eine bekannt ist. Zur zweiten Nebenserie rechnet er 5782, 5700 und die beiden Linien 4704,77, 4651,31. Diese beiden geben aber garnicht die verlangte Schwingungsdifferenz 248,5, sondern nach unseren Messungen 244,3 mit der Fehlergrenze von nur 0,7. Das ultraviolette Paar rechnet auch Rydberg zur Hauptserie.

Die Wellenlängen, die man für die anderen Werthe von n aus den Formeln berechnet, haben wir nicht beobachten können. Dennoch ist es von Interesse, einige der berechneten Wellenlängen anzugeben. Wir führen zugleich auch die Werthe der Formeln für $n = 4, 5, 6$ an.

n	Erste Nebenserie λ berechnet		Zweite Nebenserie λ berechnet	
3	27597	25826	8140	7979
4	5220,24	5153,39	4531,04	3861,85
5	4063,47	4022,85	4480,59	3825,14
6	3688,50	3655,00	3599,1	3567,2
7	3513,3	3482,9	3464.9	3435,3
8	3415,6	3386,8		

$n = 3$ ist wie in allen Formeln die kleinste Zahl, für d[illegible] man einen positiven Werth erhält. Was die berechnete Za[illegible] 3599,1 betrifft, so ist zu bemerken, dass die von uns b[illegible] 3599,2 beobachtete Linie ihrem Aussehen und ihrer Intensit[illegible]

1) Rydberg, Recherches sur la constitution des spectres d'émissio[illegible] des elements chimiques (Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademiens Han[illegible] lingar. 23. 1890).

nicht zu der Serie gehören kann. Die für $n = 3$ be-
ıeten Werthe können der weiten Extrapolation wegen sehr
um einige Hundert Ångström'scher Einheiten von den
en Werthen abweichen.

Die Ansätze von Serien, die Rydberg im Silberspectrum
funden und in der oben erwähnten Abhandlung mitgetheilt
finden wir durchaus bestätigt. Wir haben die Serien um
Linien vervollständigen können. Indessen wollen wir für
Darstellung nichts als bekannt voraussetzen, sondern zeigen,
man beim Anblick des Silberspectrums auf die Serien auf-
sam werden würde.

Im Silberspectrum findet sich ebenso wie beim Kupfer im
aviolett ein auffallend starkes Paar umgekehrter Linien
,00 und 3280,80, und da noch einige andere auffallende
e dieselbe Schwingungsdifferenz ergeben, so liegt es nahe,
Paare mit dieser Schwingungsdifferenz aufzusuchen. In
folgenden Tabelle sind alle zusammengestellt.

	$\frac{1}{\lambda}$	Differenz	Fehler-grenze d. Differenz	Bemerkungen
,86	18031,5	920,8	2,5	Beide Linien nach dem rothen Ende hin verbreitert, die brechbarere wesentlich schwächer.
,4	18952,3			
,72	18275,8	920,8	0,4	Zwei starke umgekehrte Linien mit einem schwächeren Begleiter. Der Begleiter gibt mit der brechbareren die constante Schwingungsdifferenz.
,66	18296,0			
,25	19196,6			
,46	20456,3	920,2	1,4	Zwei etwas unscharfe schwächere Linien.
,04	21376,5			
,70	21419,2	920,7	1,0	Zwei nach dem rothen Ende hin verbreiterte Linien gleichen Charakters.
,29	22339,9			
,1	23741,1	917,1	6,3	Zwei umgekehrte stark verbreiterte Linien.
,44	24658,2			
,87	25113,8	919,1	14,5	Beide Linien nach dem rothen Ende hin verbreitert. Die brechbarere ist schwächer.
,3	26032,9			
,6	26242,6	918 0	17,5	Beide Linien stark verbreitert, die brechbarere nach der brechbareren Seite hin.
,8	27160,6			
,00	29559,6	920,8	0,6	Sehr starke umgekehrte Linien.
,80	30480,4			

Bei dem zweiten Paare gibt wie beim zweiten Paare des Kupferspectrums der schwächere Begleiter die constante Schwingungsdifferenz. Sucht man die Paare in Serien zu ordnen, so wird man das letzte Paar weglassen, weil kein ähnliches Paar vorhanden ist, das ihm in einer Serie vorangehen könnte. Von den übrigen fällt der ähnliche Charakter des zweiten, fünften und siebenten beim Anblick der photographischen Platten in die Augen, sodass man geneigt sein wird, sie als zusammengehörig zu betrachten. Die Schwingungsdifferenzen der ersten Linien sind 5465,3, 2501,5, die der zweiten Linien 5461,6, 2502,4. Sie passen darnach sehr gut in die Rydberg'sche Tafel und sind den entsprechenden Zahlen der ersten Nebenserie des Kupfers beinahe gleich. Man muss den Paaren daher die Ordnungszahlen 4, 5, 6 geben. Dann erhält man die Formeln

$$30712{,}4 - 130621\, n^{-2} - 1093823\, n^{-4}$$
$$31633{,}2 - 130621\, n^{-2} - 1093823\, n^{-4}.$$

Von den übrig bleibenden Paaren haben das vierte und sechste das gleiche Aussehen, und die Schwingungsdifferenz der ersten Linien ist 3694,6, der zweiten 3693,0 Zahlen, die nicht viel abweichen von den Differenzen der zur zweiten Nebenserie gerechneten Kupferlinien. Nach der Rydberg'schen Tafel kann man berechnen, wo das folgende Paar der Serie ungefähr liegen müsste und findet an der berechneten Stelle die eine der beiden Linien 3710,1; die andere, die auch bei den übrigen Paaren die schwächere ist, konnte nicht beobachtet werden. Nun ist man im Stande, die drei Constanten der Formeln ohne weitere Voraussetzung zu berechnen und findet:

$$30696{,}2 - 123788\, n^{-2} - 394303\, n^{-4}$$
$$31617{,}0 - 123788\, n^{-2} - 394303\, n^{-4}$$

Die zweite Constante hat nahezu denselben Werth, wie in allen übrigen Formeln, und die ersten Constanten der beiden Formeln haben sehr nahe dieselben Werthe, wie für die erste Nebenserie. Wir finden dadurch überzeugend dargethan, dass die Paare richtig zu Serien zusammengefasst sind, obgleich zwei Paare übrig bleiben. Auch gewinnen nun die beiden Serien im Kupferspectrum an Sicherheit, da die Beziehungen

ıit den Silberlinien deutlich hervortreten. In der beifolgenden 'igur sind die Serien zusammen mit dem ultravioletten Paare chematisch gezeichnet. Jedem der beiden Elemente entspricht ı der Figur ein oberer und ein unterer Streifen. Im oberen ıtreifen ist die erste Nebenserie mit stärkeren Linien eingeeichnet, im unteren die zweite Nebenserie mit schwächeren. Das starke Paar im Ultravioletten ist durch Linien angedeutet, lie durch beide Streifen gehen. Die Zahlen vor den Paaren bedeuten die Werthe, die man n geben muss, um durch die Formeln die reciproken Wellenlängen des betreffenden Paares zu erhalten.

λ	6000 5500 5000 4500 4000 3500
1/λ	17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33
Cu	4 5 6
	4 5
Ag	4 5 6
	4 5

Man bemerke, wie die Serien für das grössere Atomgewicht aus langsameren Schwingungen bestehen. Das ultraviolette Paar liegt in beiden Spectren relativ zu den Serien beinahe an derselben Stelle, und die ersten Nebenserien sind für Kupfer und Silber fast congruent. Aus den Formeln berechnet man die folgenden Wellenlängen:

n	Erste Nebenserie.		Zweite Nebenserie.	
3	37106	27657	8282	7695
4	5471,70	5209,24	4668,71	4476,28
5	4212,75	4055,44	3981,87	3841,04
6	3810,97	3681,77	3710,11	3587,5
7	3624,4	3507,3	3570,7	3457,0
8	3520,6	3410,0	3488,5	3379,9

Von diesen sind die sich für $n = 4, 5, 6$ ergebenden Werthe zur Berechnung der Formeln benutzt (ausser 3587,5 der zweiten Nebenserie). Von den übrigen berechneten Wellenlängen sind nur beobachtet $n = 7$ der ersten Nebenserie bei 3624,0 und wahrscheinlich auch das Paar $n = 3$ der zweiten Nebenserie. Denn Becquerel gibt zwei Linien bei 8250, 7710 an. Auch in diesen Formeln ist wie immer $n = 3$ die kleinste Zahl, für die man aus den Formeln positive Werthe erhält.

Im Spectrum des Goldes findet sich ebenso wie beim Kupfer und Silber im Ultraviolett ein starkes Paar 2676, 2428. Aber die beiden Wellenlängen sind, wie man nach dem Atomgewicht nicht vermuthen würde, viel kleiner als die entsprechenden für Kupfer und Silber, und es erscheint daher zweifelhaft, ob dieses Paar wirklich für Gold dieselbe Rolle spielt. Gesetzt es wäre der Fall, so sollte man erwarten, noch weitere Paare mit derselben Schwingungdifferenz zu finden. Es gibt aber nach unsern Messungen nur ein weiteres Paar, das in Frage kommen könnte, 6278,37 und 5064,75. Für jenes Paar, wie für dieses, erhält man als Differenz der reciproken Wellenlängen 3816,6. Rydberg ist der Ansicht, dass den beiden Paaren mit Begleiter im Goldspectrum die drei Linien 5863,17, 5837,64, 4792,79 entsprechen; aber hier ergibt sich als Differenz der reciproken Wellenlängen 3809,1, was wir bei der Genauigkeit der Messung nicht für eine hinreichende Uebereinstimmung mit der Differenz 3816,6 des ultravioletten Paares halten. Wir sind darnach nicht im Stande im Goldspectrum die Serien anzugeben.

Die Schwingungsdifferenzen der Paare in allen drei Spectren wachsen wieder mit wachsendem Atomgewicht

	$\frac{1}{\lambda}$	Atomgewicht
Cu	248,5	63,2
Ag	920,8	107,7
Au	3816,6	196,2

und zwar ergeben sich, wenn man die Schwingungen durch das Quadrat des Atomgewichts dividirt, die Zahlen 622, 794, 991, auf deren Uebereinstimmung der Ordnung nach schon Rydberg aufmerksam gemacht hat.

Da wir mit der vorliegenden Abhandlung die Spectren der beiden ersten Gruppen des Mendelejeff'schen natürlichen Systems der Elemente abgeschlossen haben, wird es nicht unzweckmässig sein, die Resultate für alle untersuchten Elemente zusammenstellen und zu vergleichen.

Wir haben in den Spectren aller dieser Elemente (mit Ausnahme von Gold und Baryum) Serien nachweisen können, die durch unsere Formel genügend dargestellt werden. Betrachtet man die Lage dieser Serien bei den verschiedenen

Elementen; so sieht man sofort, dass sie sich in vier Abtheilungen zerlegen, nämlich

A) Li, Na, K, Rb, Cs
B) Cu, Ag, Au[1])
C) Mg, Ca, Sr
D) Zn, Cd, Hg.

In jeder dieser vier Abtheilungen zeigt sich nun vollkommene Homologie, und es rücken in jeder die sämmtlichen Serien mit wachsendem Atomgewicht in gesetzmässiger Weise nach dem Ende der längeren Wellen.

In Abtheilung A besitzt wahrscheinlich jedes Element drei Serien, eine sehr starke Hauptserie und zwei Nebenserien, deren erste stärkere aber unschärfere Linien besitzt als die zweite. Jedes Glied jeder Serie besteht aus einem Linienpaar, dessen Schwingungsdifferenz constant ist für die Nebenserien, für die Hauptserie aber gesetzmässig nach der Seite der kleineren Wellenlängen hin abnimmt. Mit zunehmendem Atomgewicht werden die Serien schwächer und wahrscheinlich in Folge davon haben wir bei Rubidium und Caesium die schwächere zweite Nebenserie nicht mehr gefunden.

Auch in Abtheilung B haben wir die beiden Nebenserien von Paaren mit constanter Schwingungsdifferenz für Cu und Ag nachweisen können, während wir bei Au keine Serie fanden, vielleicht aus dem für Rb und Cs bemerkten Grunde. Jedes Element dieser Abtheilung besitzt ausserdem im Ultravioletten ein sehr starkes umgekehrtes Paar mit der dem Element eigenthümlichen Schwingungsdifferenz; diese Linien sind die stärksten des ganzen Spectrums. Ob man in ihnen das erste Glied einer Hauptserie sehen soll, ist zweifelhaft; da kein anderes entsprechendes Paar beobachtet ist, lässt sich eine solche Hypothese nicht controlliren. Ebenso gut ist es möglich, dass wir wirklich ein isolirtes Linienpaar vor uns haben, welches dieselbe Rolle spielt, wie die isolirten Linien der Abtheilung D.

Die Abtheilung C umfasst die Erdalkalien. Ihre Spectren besitzen je zwei Nebenserien, deren Glieder aber durch Triplets

---

1) Gold ist hier mit aufgeführt, obgleich Serien nicht beobachtet worden sind, wegen des starken ultravioletten Linienpaares, das denen im Kupfer- und Silberspectrum zu entsprechen scheint.

gebildet sind. Die Serien rücken wieder, — wie überhaupt in allen vier Abtheilungen — mit wachsendem Atomgewicht nach dem rothen Ende des Spectrums und werden gleichzeitig schwächer. Bei dem letzten Elemente, welches in diese Abtheilung hineingehören sollte, Baryum, haben wir vielleicht aus diesem Grunde keine Serien gefunden. Hauptserien sind hier nicht vorhanden.

Die vierte Abtheilung *D* umfasst wieder Metalle, deren Spectra je zwei Serien von Triplets besitzen, während Hauptserien nicht existiren. Dagegen hat jedes Element eine sehr stark verbreiterte und umgekehrte Linie im Ultravioletten, die stärkste des ganzen Spectrums.

Wie man sieht, zerfallen die Elemente spectralanalytisch in dieselben Abtheilungen, die auch von den Chemikern gebildet sind. Dabei wird die Zusammengehörigkeit der Abtheilungen *A* und *B* durch das Auftreten von Linienpaaren, die Verwandtschaft der Abtheilungen *C* und *D* durch das Auftreten von Triplets erwiesen. Als durchaus charakteristisch für jedes Element zeigt sich die constante Schwingungsdifferenz der Paare der Triplets, indem sie in jeder Abtheilung der Grössenordnung nach proportional dem Quadrat des Atomgewichtes ist. Wenn man in der oben besprochenen Weise die stärksten Paare der Abtheilung *B* als isolirte Linien auffasst, so kann man noch sagen, dass die beiden Abtheilungen der Metalle *B* und *D*, das gemeinsame Charakteristicum haben, im Ultraviolett isolirte Linien zu besitzen, welche die stärksten des ganzen Spectrums sind.

Es ist eine Streitfrage unter den Chemikern, ob Mg zur Abtheilung *C* oder *D* zu rechnen sei. Nach der Lage der Serien und der Grösse der sie definirenden Constanten gehört Mg spectralanalytisch ganz zweifellos zu den Erdalkalien. Aber es ist von Interesse, zu bemerken, dass es durch die stark verbreiterte umgekehrte Linie 2852 im Ultravioletten, die stärkste Linie des ganzen Spectrums, auch spectralanalytisch Verwandtschaft mit den Metallen zeigt.

Wenn innerhalb jeder Abtheilung die Serien mit wachsendem Atomgewicht nach dem rothen Ende des Spectrums rücken, so zeigt sich doch andererseits, dass, wenn man zu höherem Atomgewicht von Gruppe zu Gruppe geht, die Serien nach

m Ende der kürzeren Wellen rücken. Da das Ende der
rien durch die erste Constante der Formeln gegeben ist, so
nügt es, wenn wir die Grenzwerthe dieser ersten Constante
r die erste Nebenserie der vier Abtheilungen anführen.
e liegt

in *A*)	zwischen	28586	und	19743
„ *B*)	„	31591	„	30712
„ *C*)	„	33796	„	31030
„ *D*)	„	42945	„	40159

Wenn dieselbe Erscheinung sich auch bei den weiteren
ementen widerholen sollte — und bei der That findet man
auch für die Gruppe Al, In, Tl bestätigt — so würde da-
rch einem Auffinden von Serien in weiteren Elementen bald
ie Grenze gezogen sein, da sie in den Theil des Spectrums
llen würden, der sich bisher noch nicht hat photographiren
ssen.

In der Abtheilung A werden sämmtliche bekannte Linien
n unseren Serien aufgenommen, bis auf je ein schwaches
ar in Na, Rb, Cs; aber auch diese Paare haben jedesmal
e Schwingungsdifferenz der anderen Paare des betreffenden
ementes. In der Abtheilung C der Erdalkalien ist das Ver-
ltniss schon nicht mehr so günstig; immerhin wird aber noch
rchschnittlich der grössere Theil der vorhandenen Linien
n den Serien aufgenommen, sie bilden zweifellos das Charak-
ristische des Spectrums. In der Abtheilung D ist dies kaum
ehr der Fall, indem bis auf Zn die Serien nicht die Hälfte
r beobachteten Linien ausmachen. Am ungünstigsten ist das
erhältniss in der Abtheilung B, wo die Serien vollkommen
gen die übrigen Linien verschwinden, so dass sie nur mit
ühe und an der Hand der früheren Erfahrung herauszufin-
n sind.

Wir haben schon bei Beginn unserer spectralanalytischen
ntersuchungen darauf hingewiesen, dass man im allgemeinen
r nicht erwarten darf, alle Linien eines Spectrums in Serien
nterzubringen, da die Specıra mit der Temperatur veränder-
ch sind, und wir gleichzeitig die Wirkungen verschieden
isser Molekeln beobachten, wenn dieser kurze Ausdruck er-
ubt ist. Je veränderlicher das Spectrum eines Elementes

mit der Temperatur ist, ein desto kleinerer Bruchtheil aller wird gesetzmässig gelagert erscheinen.

Es ist selbstverständlich, dass man, um die verschiedenen Elemente unter analogen Umständen zu haben, nicht alle bei derselben Temperatur untersuchen dürfte. Wir wissen freilich gar nichts über die Temperaturen, bei denen sich die Elemente in analogen Verhältnissen befinden, aber so viel ist klar, dass man für Elemente mit hoher Schmelz- oder Siedetemperatur viel höhere Flammentemperatur anwenden müsste, als für solche mit niedrigem Schmelzpunkte. Wenn wir daher finden, dass die Temperatur unserer Bogenlampe, die zwischen 3000° und 4000° liegen wird, bei den Alkalien, die ja einen niedrigen Schmelzpunkt besitzen, die Serien sehr vollständig zum Vorschein bringt, dass die Serien somit charakteristisch für diese Temperatur sind, so liegt der Schluss nahe, dass für andere Elemente mit höherem Schmelzpunkt die Serien desto weniger charakteristisch werden müssen, je höher ihr Schmelzpunkt liegt. Es wird natürlich nicht die Temperatur allein bedingend sein, sondern auch das specielle Verhalten des Elementes; je weniger dessen Spectrum mit der Temperatur veränderlich ist, desto mehr kann die Flammentemperatur von der günstigsten abweichen, wie denn ein Element, dessen Spectrum unveränderlich wäre, bei jeder Temperatur das gleiche Spectrum zeigen würde.

Unter diesem Gesichtspunkte ist es von Interesse, die Schmelzpunkte der Elemente näher anzusehen. In der nachstehenden Liste sind die Elemente nach der Höhe der Schmelztemperatur geordnet, und in der dritten Spalte ist angegeben, wie viel Procent aller Linien durch die Serien dargestellt werden.

Ba	1600°?	0	Proc.
Au	1200°	4	„
Cu	1050°	6	„
Ag	960°	26	„
Sr	700°	20	„
Ca	700°	34	„
Mg	600°	64	„
Zn	410°	80	„
Cd	320°	50	„
Li	180°	100	„
Na	90°	100	„
K	58°	100	„
Rb	38°	100	„
Cs	26°	100	„
Hg	−40	27	„

Die Tabelle zeigt, dass ein Zusammenhang zwischen dem Auftreten der Serien und der Schmelztemperatur in der vermutheten Richtung vorhanden ist. Für Au und Ba reicht also wahrscheinlich die Temperatur unserer Bogenlampe nicht aus, und wir werden erwarten können, dass bei gesteigerter Temperatur auch bei diesen Elementen die Serien deutlicher auftreten und charakteristisch für die Spectren werden. Da im Spectrum des Inductionsfunkens bei Au und Ba auch keine Serien beobachtet sind, so ist vielleicht dessen unbekannte Temperatur schon zu hoch; indessen ist gerade für Au und Ba das Funkenspectrum nur mangelhaft bekannt.

IV. *Ueber die Brechung des Lichtes durch Metallprismen. Von H. A. Lorentz.*

Obgleich die theoretischen Gesetze für diese Erscheinung bereits von den Herrn Voigt[1] und Drude[2] in befriedigender Weise entwickelt worden sind, bieten vielleicht die nachstehenden Betrachtungen einiges Interesse, indem sie zeigen, dass die gefundenen Formeln unabhängig sind von speciellen Annahmen über die Natur der Lichtschwingungen und aus einigen einfachen Grundsätzen abgeleitet werden können.

§ 1. Der einfachste Bewegungszustand der in einem Metall — oder in sonst einem isotropen absorbirenden Mittel — bestehen kann, wird realisirt, wenn eine ebene Grenzfläche senkrecht getroffen wird von einem Bündel paralleler Lichtstrahlen. Es entsteht dann ein Schwingungszustand, wobei sich die Abweichung vom Gleichgewichte — welche durch eine gewisse Grösse g bestimmt werden möge — durch die Formel

$$g = A e^{-px} \cos(kt - qx + s) \tag{1}$$

darstellen lässt. Darin ist t die Zeit, x die Entfernung von der Grenzfläche; A, p, k, q und s sind Constanten. Wir wollen k, q und p als positiv voraussetzen; die beiden ersten Grössen sind mit der Schwingungsdauer T und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit v verbunden durch die Beziehungen

$$k = \frac{2\pi}{T}, \quad q = \frac{k}{v}.$$

Der Werth von p bestimmt die Absorption.

Einem gegebenen k entsprechen bei jedem Mittel bestimmte Werthe von p und q.

§ 2. In dem betrachteten Falle findet man in allen Punkten einer mit der Grenzfläche parallelen Ebene sowohl gleiche Phase wie gleiche Amplitude. Anders, wenn ein Bündel paralleler Lichtstrahlen schief einfällt. Zwar ist dann eine derartige Ebene noch immer der geometrische Ort der Punkte

1) W. Voigt, Wied. Ann. **24.** p. 144. 1885.

2) P. Drude, Wied. Ann. **42.** p. 666. 1891.

gleicher Amplitude, aber die Phase ändert sich in derselben von Punkt zu Punkt, was schon daraus erhellt, dass an der Grenzfläche selbst das einfallende Licht, und mithin alle Schwingungen, welche es entstehen lässt, nicht überall dieselbe Phase haben. Diese Bemerkung zeigt die Nothwendigkeit, Bewegungszustände zu untersuchen, welche allgemeiner sind, als der durch (1) dargestellte.

Wir wollen die x-Axe normal zur Grenzfläche, nach der Seite des Metalles, und die y-Axe normal zur Einfallsebene legen. Offenbar besteht dann in allen Punkten einer Geraden, welche mit OY parallel läuft, der nämliche Zustand und werden die Differentialgleichungen, welche die Bewegung bestimmen, nur t, x und z als unabhängige Variabeln enthalten.

Welche Theorie des Lichtes man auch annehmen wolle, jedenfalls hat man die Abweichung vom Gleichgewichtszustande als eine gerichtete Grösse oder einen Vector aufzufassen. Dieselbe lässt sich in drei den Axen parallele Componenten f, g und h zerlegen, und wenn wir nun zunächst Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene voraussetzen, müssen sich die Differentialgleichungen auf eine einzige zur Bestimmung von g reduciren. Diese Gleichung ist linear und homogen; sie muss die Lösung (1) zulassen und ausserdem lässt sich ihre Gestalt näher angeben, wenn man annimmt, dass das Metall isotrop ist.

§ 3. Im allgemeinen verlangt die Isotropie Folgendes: Wenn man die zuerst gewählten Coordinatenaxen OX, OY, OZ durch neue ebenfalls rechtwinkliche Axen OX', OY', OZ' ersetzt, die ursprünglichen Coordinaten mit x, y, z, die neuen mit x', y', z' bezeichnet, und die Componenten des obengenannten Vectors nach den alten und den neuen Axen resp. mit f, g, h und f', g', h', so müssen die Gleichungen, welche f', g', h' als Functionen von t, x', y', z' bestimmen, dieselbe Gestalt haben wie die, welchen f, g, h als Functionen von t, x, y, z genügen. Andererseits muss das eine System von Gleichungen aus dem anderen hervorgehen, wenn man f, g, h mittelst f', g', h' ausdrückt und die Differentiationen nach t, x, y, z auf solche nach t, x', y', z' zurückführt. Die Differentialgleichungen müssen demnach so geschrieben werden können, dass sie nach diesen Aenderungen noch die ursprüngliche Gestalt zeigen.

Noch einfacher wird dieses, wenn wir uns auf den in § 2 genannten Fall beschränken und die y-Axe unverändert lassen, während wir OX und OZ mit OX' und OZ' vertauschen. Die Bedingung besteht dann darin, dass g bestimmt werden kann durch eine Gleichung, welche sich nicht ändert, wenn man x' und z' statt x und z als unabhängige Variabeln einführt.

§ 4. Es sei ϑ der Winkel, über welchen man die Axen OX und OZ drehen muss, um sie in die Lagen OX' und OZ' zu bringen, wobei wir die Drehungsrichtung so wählen, dass für $\vartheta = 90^0$, OX' mit OZ zusammenfallen würde. Ist dann φ eine Function von x und z, oder x' und z', so ist

$$(2)\qquad \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \cos\vartheta \frac{\partial \varphi}{\partial x'} - \sin\vartheta \frac{\partial \varphi}{\partial z'},\quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \sin\vartheta \frac{\partial \varphi}{\partial x'} + \cos\vartheta \frac{\partial \varphi}{\partial z'}.$$

Man sieht daraus, dass bei Vertauschung der Variabeln aus einem Differentialquotient wie

$$\frac{\partial^{a+b+c} g}{\partial t^a \, \partial x^b \, \partial z^c}$$

nur Glieder von der Form:

$$\frac{\partial^{a+b'+c'} g}{\partial t^a \, \partial x'^{b'} \, \partial z'^{c'}}$$

entstehen können, wo $b' + c' = b + c$ ist.

Wir betrachten nun eine bestimmte Gruppe von Gliedern in der Gleichung für g, und zwar die Glieder mit einem bestimmten a und mit einem bestimmten Werth von $b + c = m$. Diese Gruppe lässt sich zusammenfassen in dem Ausdrucke

$$(3)\qquad \frac{\partial^a}{\partial t^a}\left(\alpha_1 \frac{\partial^m g}{\partial x^m} + \alpha_2 \frac{\partial^m g}{\partial x^{m-1}\partial z} + \alpha_3 \frac{\partial^m g}{\partial x^{m-2}\partial z^2} + \dots\right),$$

wo $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ constant sind, und die Gleichung wird die oben besprochene Eigenschaft nur dann besitzen, wenn bei Vertauschung der Variabeln

$$(4)\qquad \alpha_1 \frac{\partial^m g}{\partial x^m} + \alpha_2 \frac{\partial^m g}{\partial x^{m-1}\partial z} + \alpha_3' \frac{\partial^m g}{\partial x^{m-2}\partial z^2} + \dots$$

übergeht in

$$(5)\qquad \alpha_1 \frac{\partial^m g}{\partial x'^m} + \alpha_2 \frac{\partial^m g}{\partial x'^{m-1}\partial z'} + \alpha_3 \frac{\partial^m g}{\partial x'^{m-2}\partial z'^2} + \dots,$$

und wenn Aehnliches gilt von den übrigen mit (3) überein-

stimmenden Gruppen, welche in der Gleichung unterschieden werden können.

§ 5. Zur Vereinfachung der Untersuchung bemerke ich, dass die Formeln (2) den Beziehungen

$$x = x' \cos \vartheta - z' \sin \vartheta, \quad z = x' \sin \vartheta + z' \cos \vartheta$$

sehr ähnlich sind, und dass demgemäss, wenn aus (4) der Ausdruck (5) entstehen soll, aus der Summe

$$\alpha_1 x^m + \alpha_2 x^{m-1} z + \alpha_3 x^{m-2} z^2 + \ldots.$$

die Summe

$$\alpha_1 x'^m + \alpha_2 x'^{m-1} z' + \alpha_3 x'^{m-2} z'^2 + \ldots,$$

hervorgehen muss. Eine Linie mit der Gleichung

$$\alpha_1 x^m + \alpha_2 x^{m-1} z + \alpha_3 x^{m-2} z^2 + \ldots. = \text{const.}$$

muss also, wenn man sie auf die neuen Axen bezieht, durch eine Gleichung mit den nämlichen Coefficienten dargestellt werden können. Die einzige Linie, bei welcher dieses zutrifft, ist ein Kreis mit dem Mittelpunkte im Coordinatenursprunge und die Gleichung stellt nur dann einen solchen Kreis vor, wenn m eine gerade Zahl, sagen wir $2r$, ist, und die Coefficienten derart sind, dass das erste Glied sich auf

$$\alpha (x^2 + z^2)^r$$

reducirt.

Daraus ergibt sich für den Ausdruck (4) die Gestalt

$$\alpha \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)^r g,$$

wo der Index r die r-malige Wiederholung der durch $\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2$ angedeuteten Operation anzeigt.

Das erste Glied der auf 0 reducirten Differentialgleichung wird sich in einige Theile von der Form

$$\alpha \frac{\partial^a}{\partial t^a} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)^r g$$

zerlegen lassen, und für die Gleichung selbst darf man schreiben

$$\Sigma \alpha \frac{\partial^a}{\partial t^a} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)^r g = 0. \tag{6}$$

Es ist hiermit ihre Gestalt soweit bestimmt, als es mittelst der Bedingung der Isotropie möglich und für unsern Zweck erforderlich ist.

Natürlich kann in einigen Gliedern a oder r 0 sein, wodurch sie in $\alpha(\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2)^r g$, oder $\alpha \partial^a g/\partial t^a$ übergehen.

§ 6. Die Gleichung (6) muss nun erfüllt werden, wenn man für g den Werth (1) einsetzt. Es wird dann

$$\text{(7)} \quad \begin{cases} \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} = A e^{-px}\{(p^2 - q^2)\cos(kt - qx + s) \\ - 2pq\sin(kt - qx + s)\} = (p^2 - q^2)g + 2\frac{pq}{k}\frac{\partial g}{\partial t}, \end{cases}$$

$$\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = 0,$$

und es wird also die durch

$$\text{(8)} \qquad \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

angedeutete Operation der Operation

$$\text{(9)} \qquad (p^2 - q^2) + 2\frac{pq}{k}\frac{\partial}{\partial t}$$

äquivalent.

Da sich die beiden Glieder in (7) in ein einziges vereinigen lassen, worin x und t genau so vorkommen, wie in (1), überzeugt man sich leicht davon, dass auch in der Anwendung auf (7) die Operationen (8) und (9) gleichwerthig sind. Indem wir so fortfahren, schliessen wir, dass die Einsetzung von (1) in (6) zunächst auf die Gleichung

$$\text{(10)} \qquad \Sigma\alpha\frac{\partial^a}{\partial t^a}\left\{(p^2 - q^2) + 2\frac{pq}{k}\frac{\partial}{\partial t}\right\}^r g = 0$$

führt. Diese enthält nur Differentialquotienten nach t mit constanten Coefficienten und, da (1) eine Lösung ist, muss sie auch durch jede Function

$$\text{(11)} \qquad D\cos(kt + E),$$

in welcher D und E unabhängig von t sind, befriedigt werden.

§ 7. Diese Bemerkungen eröffnen uns den Weg zur Auffindung neuer Bewegungszustände. Wenn es nämlich gelingt, für D und E solche Functionen von x und z zu setzen, dass die Operationen (8) und (9), beliebig oft auf (11) angewendet, dasselbe ergeben, so wird sich auch, wenn man (11) für g substituirt, die Differentialgleichung (6) auf (10) zurückführen lassen, und dieser Gleichung wird, wie wir sahen, durch (11) genügt.

Es liegt nun nahe, die Function

$$g = A\,e^{-p_1 x - p_2 z} \cos(k\,t - q_1\,x - q_2\,z + s) \tag{12}$$

zu versuchen, in welcher p_1, p_2, q_1 und q_2 constant sind. Dieselbe hat wirklich die verlangte Eigenschaft, sobald

$$\left\{\begin{array}{c} p_1^2 - q_1^2 + p_2^2 - q_2^2 = p^2 - q^2 \\ p_1\,q_1 + p_2\,q_2 = p\,q, \end{array}\right. \tag{13}$$

was sich durch sehr verschiedene Werthe der vier Constanten erreichen lässt. Wenn es sich um Licht von bestimmter Schwingungsdauer handelt, sind p und q als gegeben zu betrachten.

§ 8. Bei der durch (12) dargestellten Bewegung fallen die geometrischen Orte der Punkte gleicher Phase und gleicher Amplitude nicht mehr zusammen. Gleiche Amplitude findet man an allen Stellen einer Ebene

$$p_1\,x + p_2\,z = \text{const.}$$

und gleiche Phasen in den Punkten einer Ebene

$$q_1\,x + q_2\,z = \text{const.}$$

Unter allen diesen Ebenen wollen wir die, welche durch den Coordinatenanfang gehen und die Gleichungen

$$p_1\,x + p_2\,z = 0, \quad q_1\,x + q_2\,z = 0$$

haben, W und W' nennen.

Setzt man

$$p_1 = P\cos\beta, \quad p_2 = P\sin\beta, \quad q_1 = Q\cos\beta', \quad q_2 = Q\sin\beta',$$

$$x\cos\beta + z\sin\beta = l, \quad x\cos\beta' + z\sin\beta' = l',$$

so wird

$$g = A\,e^{-Pl}\cos(k\,t - Q\,l' + s)$$

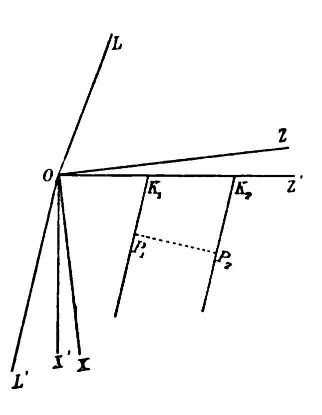
mit den Bedingungen

$$P^2 - Q^2 = p^2 - q^2$$

$$P\,Q = p\,q\sec(\beta - \beta').$$

Zu bemerken ist noch, dass l und l' die Entfernungen des Punktes (x, z) von den Ebenen W und W' sind; $\beta - \beta'$ ist der Winkel zwischen diesen letzteren. Wenn es sich nur darum handelt, einen möglichen Zustand kennen zu lernen, kann man den beiden Ebenen jede beliebige Richtung geben; die letzten Formeln bestimmen dann P und Q.

§ 9. Es soll jetzt die Brechung des Lichtes durch ein Prisma betrachtet werden. Wir legen die Axe OY in die brechende Kante und die Axe OZ in die Vorderfläche; OX habe die in der Figur angedeutete Richtung und YOZ' sei die Hinterfläche.



Es sei weiter LO die Richtung des einfallenden Lichtes und es bilde OL mit der Verlängerung von XO den Winkel φ (Einfallswinkel), und mit OZ den Winkel $90^\circ - \varphi$. Ist v_0 die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in dem Medium vor dem Prisma, so lässt sich für das einfallende Licht schreiben:

$$g = A_1 \cos\left(k\,t - k\,\frac{x\cos\varphi - z\sin\varphi}{v_0} + s_1\right),$$

woraus sich, indem man $x = 0$ setzt, für die einfallenden Schwingungen an der Vorderfläche ergibt:

$$g = A_1 \cos\left(k\,t + k\,\frac{z\sin\varphi}{v_0} + s_1\right).$$

In einem bestimmten Punkte jener Fläche werden sich die Schwingungen im Metall von den einfallenden Schwingungen durch die Amplitude und die Phase unterscheiden; da aber die Verhältnisse der ganzen Ebene entlang die nämlichen sind, wird sowohl das Amplitudenverhältniss wie die Phasendifferenz überall die gleiche Grösse haben. Die Schwingungen im Metall, in der unmittelbaren Nähe der Vorderfläche können also dargestellt werden durch die Gleichung

$$g = A_2 \cos\left(k\,t + \frac{k\,z\sin\varphi}{r_0} + s_2\right) \tag{14}$$

Auf die Bestimmung der neuen Constanten A_2 und s_2 können wir hier verzichten; wir müssen das auch thun, wenn wir uns von speciellen Theorien frei halten wollen.

§ 10. Ein Bewegungszustand wie (12) kann sich nur wirklich für $x = 0$ der Bewegung (14) anschliessen. Dazu ist erforderlich, dass

$$15)\qquad p_2 = 0, \quad q_2 = -\frac{k \sin \varphi}{r_0}.$$

und aus (13) erhält man dann

$$16)\qquad p_1^2 - q_1^2 = p^2 - q^2 + \frac{k^2 \sin^2 \varphi}{r_0^2}, \quad p_1 q_1 = p\,q.$$

Es sind hierdurch p_1 und q_1 eindeutig bestimmt, wenn man sich daran erinnert, dass p und q positiv sind (§ 1) und erwägt, dass auch p_1 positiv sein muss, da die Lichtbewegung im Metall abnehmen muss, wenn man sich von der Vorderfläche entfernt.

§ 11. Um das aus dem Prisma tretende Licht zu untersuchen fragen wir zunächst nach der Bewegung, welche die Hinterfläche erreicht. Ich führe die in der Figur angedeuteten neuen Axen OX' und OZ' ein und nenne den Prismenwinkel $ZOZ' : \gamma$. Man hat nun in (12) zu substituiren:

$$x = x' \cos \gamma + z' \sin \gamma, \quad z = -x' \sin \gamma + z' \cos \gamma,$$

und nachher $x' = 0$ zu setzen. Es wird dann an der Hinterfläche, im Metall:

$$g = A_2\, e^{-(p_1 \sin \gamma + p_2 \cos \gamma) z'} \cos \{k t - (q_1 \sin \gamma + q_2 \cos \gamma) z' + s_2\}$$

und in dem daran grenzenden durchsichtigen Medium,

$$(17)\qquad g = A_3\, e^{-(p_1 \sin \gamma + p_2 \cos \gamma) z'} \cos \{k t - (q_1 \sin \gamma + q_2 \cos \gamma) z' + s_3\},$$

wo A_3 und s_3 wieder neue Constanten sind.

§ 12. Die austretende Bewegung gelange mittelst eines auf unendliche Entfernung eingestellten Fernrohres zur Beobachtung. Was man dann sieht ist die Lichtvertheilung in der Focalebene des Objectives, und diese zu berechnen ist ein Problem der Diffractionstheorie. Dem Huygens'schen Princip gemäss denken wir uns, dass von den verschiedenen Punkten der Hinterfläche OZ' parallele Lichtstrahlen, etwa in der Richtung von OL' ausgehen. Ist $P_1\, P_2$ eine Ebene, welche senkrecht zu denselben steht, so setzen sich die Phasendifferenzen, mit welchen diese Strahlen in der Focalebene interferiren, zusammen aus den Differenzen, welche schon zwischen den Punkten K_1, K_2 von OZ' vorhanden sind und den Differenzen, welche durch die ungleiche Länge von $K_1 P_1$ und $K_2 P_2$ herbeigeführt werden. Gelingt es nun, eine solche Richtung für OL' zu finden, dass die Phasen in P_1, P_2 u. s. w.

gleich werden, so wird das die Richtung sein, welche man der Fernrohraxe geben muss, um gerade im Hauptbrennpunkte des Objectives das Maximum der Intensität zu erhalten, die Richtung also, welche man dem austretenden Lichte zuschreibt.

Bildet *diese* Richtung mit der Normale OX' einen Winkel $X'OL' = \psi$, und nimmt man an, dass sich zu beiden Seiten des Prisma der nämliche Stoff befindet[1]), so ist — in Zeiteinheiten ausgedrückt — die Phasendifferenz, welche von der ungleichen Länge von $K_1'\,P_1$ und $K_2'\,P_2$ herrührt,

$$\frac{\sin\psi}{v_0} \cdot K_1'\,K_2'.$$

Andererseits besteht nach der Formel (17) zwischen den Punkten K_1' und K_2' die Phasendifferenz

$$\frac{q_1 \sin\gamma + q_2 \cos\gamma}{k} \cdot K_1'\,K_2'.$$

Beide Ausdrücke geben an, um wieviel der Strahl $K_2'P_2$ gegen $K_1'\,P_1$ *verzögert* ist und es wird somit die gesuchte Bedingung

$$\sin\psi = -\frac{v_0}{k}(q_1 \sin\gamma + q_2 \cos\gamma),$$

oder, wenn man (15) berücksichtigt,

$$\sin\psi = \sin\varphi \cos\gamma - \frac{v_0\,q_1}{k} \sin\gamma.$$

§ 13. Wir betrachten den Prismenwinkel als so klein, dass Grössen von der Ordnung γ^2 vernachlässigt werden dürfen. Es wird dann:

$$\sin\psi = \sin\varphi - \frac{v_0\,q_1}{k}\gamma, \quad \psi - \varphi = -\frac{v_0\,q_1}{k\cos\varphi} \cdot \gamma,$$

und die Ablenkung von der ursprünglichen Richtung, als positiv gerechnet, wenn sie in demselben Sinne stattfindet wie etwa bei einem Glasprisma,

$$\varepsilon = \varphi - \psi - \gamma = \gamma\left\{-1 + \frac{v_0\,q_1}{k\cos\varphi}\right\} \tag{18}$$

---

1) Man überzeugt sich leicht davon, dass bei der Weise, wie di[e] Versuche angestellt werden, die das Doppelprisma tragende Glaspla[tte], sogar wenn sie keilförmig ist, keinen Einfluss auf die Ablenkung hat.

Berechnet man q_1 aus (16), so wird

$$
\text{)}\quad \left\{
\begin{aligned}
&\varepsilon = \gamma \Big\{ - 1 + \operatorname{tg}\varphi \sqrt{\Big[- \frac{(p^2 - q^2)\, v_0^2}{2\, k^2 \sin^2\varphi}} \\
&- \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} \sqrt{\Big(\frac{(p^2 + q^2)^2\, v_0^4}{k^4 \sin^4\varphi} + 2\, \frac{(p^2 - q^2)\, v_0^2}{k^2 \sin^2\varphi} + 1 \Big)} \Big] \Big\},
\end{aligned}
\right.
$$

› die Wurzeln mit dem positiven Zeichen zu nehmen sind. :tzt man

$$p = \frac{k}{v_0}\, \sigma \sin\tau, \quad q = \frac{k}{v_0}\, \sigma \cos\tau,$$

› sind σ und τ die beiden von **Eisenlohr** eingeführten Constanten. Damit wird

$$
20)\quad \left\{
\begin{aligned}
&\varepsilon = \gamma \Big\{ - 1 + \operatorname{tg}\varphi \sqrt{\Big[\frac{\sigma^2 \cos 2\tau}{2 \sin^2\varphi}} \\
&- \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} \sqrt{\Big(\frac{\sigma^4}{\sin^4\varphi} - 2\, \frac{\sigma^2 \cos 2\tau}{\sin^2\varphi} + 1 \Big)} \Big] \Big\}.
\end{aligned}
\right.
$$

§ 14. Man kann auch die Grössen einführen, welche in .er Theorie des Hrn. **Drude** vorkommen. Entsprechend der ›edeutung des Verhältnisses k/q (§ 1) kann man

$$n = v_0 : \frac{k}{q}$$

en Brechungsexponenten des Metalles nennen. Ferner ist bei er Bewegung (1) unter der Wellenlänge zu verstehen die ˈrösse $2\pi/q$; die Amplitude ändert sich also, wenn man in ɘr Fortpflanzungsrichtung um die Wellenlänge fortschreitet, ı Verhältniss:

$$1 : e^{-2\pi \frac{p}{q}}.$$

Der hier auftretende Bruch ist, was **Drude** den Abrptionsindex nennt; stellt man denselben durch $\varkappa$ vor, so rd die Formel für die Ablenkung:

$$
\text{l)}\quad \left\{
\begin{aligned}
&\varepsilon = \gamma \Big\{ - 1 + \operatorname{tg}\varphi \sqrt{\Big[- \frac{(\varkappa^2 - 1)\, n^2}{2 \sin^2\varphi}} \\
&- \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} \sqrt{\Big(\frac{(\varkappa^2 + 1)^2\, n^4}{\sin^4\varphi} + 2\, \frac{(\varkappa^2 - 1)\, n^2}{\sin^2\varphi} + 1 \Big)} \Big] \Big\}.
\end{aligned}
\right.
$$

Für die Metalle, bei welchen $(\varkappa^2 + 1)\, n^2$ gross gegen die .nheit ist, lässt sich dieses Resultat noch sehr vereinfachen. ir die letzte Wurzelgrösse ist es dann erlaubt, zu setzen

$$\sqrt{\left\{\left(\frac{(\varkappa^2+1)n^2}{\sin^2\varphi}+1\right)^2-\frac{4n^2}{\sin^2\varphi}\right\}}=\frac{(\varkappa^2+1)n^2}{\sin^2\varphi}+1-\frac{2n^2}{(\varkappa^2+1)n^2+\sin^2\varphi}.$$

Lässt man hier im letzten Nenner das Glied $\sin^2\varphi$ fort, so wird die noch übriggebliebene Wurzelgrösse in (21)

$$\sqrt{\left(\frac{n^2}{\sin^2\varphi}-\frac{1}{\varkappa^2+1}\right)}=\frac{n}{\sin\varphi}\left(1-\frac{\sin^2\varphi}{2n^2(\varkappa^2+1)}\right)$$

und demzufolge:

$$\varepsilon=\gamma\left\{-1+\frac{n}{\cos\varphi}\left(1-\frac{\sin^2\varphi}{2n^2(\varkappa^2+1)}\right)\right\},$$

was mit der Formel (12) des Hrn. Drude übereinstimmt und wofür man, wie er bemerkt, oft schreiben darf:

$$\varepsilon=\gamma\left(-1+\frac{n}{\cos\varphi}\right).$$

§ 15. Bis jetzt hielten wir uns an die in § 2 gewählte Schwingungsrichtung. Es lässt sich aber zeigen, dass die abgeleiteten Formeln auch gültig bleiben, wenn die Schwingungen parallel der Einfallsebene geschehen. Von den drei Componenten f, g, h (§ 2) verschwindet dann die zweite, während die erste und dritte durch zwei Differentialgleichungen als Functionen von t, x und z bestimmt werden.

Nach jeder Lichttheorie ist für Transversalschwingungen

$$\frac{\partial f}{\partial x}+\frac{\partial g}{\partial y}+\frac{\partial h}{\partial z}=0,$$

also im vorliegenden Fall

$$\frac{\partial f}{\partial x}+\frac{\partial h}{\partial z}=0, \tag{22}$$

und diese Beziehung ermöglicht es, aus den soeben erwähnten Gleichungen eine andere, mit einer einzigen abhängigen Variabelen abzuleiten, für welche letztere man nach Belieben f, oder h, oder irgend eine Combination der Differentialquotienten von f und h wählen kann. Wir wollen eine Grösse μ wählen welche wir definiren durch die Gleichung

$$\frac{\partial h}{\partial x}-\frac{\partial f}{\partial z}=\mu;$$

aus dieser ergibt sich, unter Hinzuziehung von (22),

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)f=-\frac{\partial\mu}{\partial z},\quad\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)h=\frac{\partial\mu}{\partial x}. \tag{23}$$

Wendet man nun auf eine der für f und h bestehenden
ɜichungen die Operation $(\partial^2 / \partial x^2) + (\partial^2 / \partial z^2)$ an, so tritt in
em Gliede eine der Grössen auf, welche in den Formeln
ɩ) linkerhand stehen; werden diese dann durch $-\partial \mu / \partial z$
d $\partial \mu / \partial x$ ersetzt, so entsteht eine Differentialgleichung,
ılche nur noch μ als abhängige Variabele enthält.

Diese Grösse bietet nun den Vortheil, dass sie, wenn
an neue Axen OX' und OZ' und die darauf bezüglichen
omponenten f' und h' einführt, ebensogut wie durch $(\partial h / \partial x)$
$- (\partial f / \partial z)$ auch durch $(\partial h' / \partial x') - (\partial f' / \partial z')$ vorgestellt
erden kann, wie sich mittelst der Formeln (2) und

$$f = f' \cos \vartheta - h' \sin \vartheta\,,\quad h = f' \sin \vartheta + h' \cos \vartheta$$

achweisen lässt. Die Grösse μ ist also durch den Bewegungs-
ustand bestimmt, unabhängig von der Wahl der Axen OX
nd OZ und sie muss deshalb ebensogut wie früher g einer
Heichung genügen, welche die Gestalt nicht ändert, wenn man
on x und z zu x' und z' übergeht. Die mitgetheilten Be-
:achtungen gelten also auch, wenn man überall g durch μ
rsetzt, und die Ablenkung muss unabhängig sein von dem
'olarisationszustande des einfallenden Lichtes. Sie wird also
ıch für natürliches Licht den gefundenen Werth haben.[1])

§ 16. Die Hrn. du Bois und Rubens, deren Messungen[2])
ɔer die Ablenkung durch Metallprismen mit der Drude'schen
heorie sehr gut übereinstimmen, haben sich bemüht, aus

1) Bei einer beliebigen Lichtbewegung, bei welcher man mit den
ei Componenten f, g und h zu rechnen hat, lassen sich der Grösse μ zwei
dere $\lambda = (\partial g / \partial z) - (\partial h / \partial y)$ und $\nu = (\partial f / \partial y) - (\partial g / \partial x)$ an die
ite stellen. Die drei Grössen λ, μ, ν lassen sich als die Componenten
ıes Vectors auffassen, dem in jeder Lichttheorie eine physikalische Be-
utung zukommt, und zwar ist jener Vector in der elastischen Licht-
eorie die doppelte Rotation der Volumelemente, und hängt er in der
ɜctromagnetischen Lichttheorie mit der magnetischen Kraft zusammen,
ɜnn (f, g, h) die electrische Verschiebung ist. Bei einem Bündel linear
'larisirten Lichtes steht nun dieser neue Vector senkrecht zu der Ebene,
ɜlche die Fortpflanzungsrichtung und den Vector (f, g, h) enthält, und
e im Texte gegebene Beweisführung läuft darauf hinaus, dass man die
ichtbewegung auch mittelst des Vectors (λ, μ, ν) beschreiben kann, wel-
ıer senkrecht zur Einfallsebene steht, wenn die Verschiebung (f, g, h)
ɑrin liegt.

2) Du Bois und Rubens, Wied. Ann. 41. p. 507. 1890.

ihren Versuchen ein empirisches Brechungsgesetz abzuleiten. Sie setzen dabei voraus, dass zwischen den Winkeln i und i_m, welche die Wellenfronten in der Luft und im Metall mit der Grenzfläche bilden, eine bestimmte Beziehung bestehen müsse, sodass $i_m = f(i)$ gesetzt werden kann, wo $f(i)$ eine einwerthige Function ist. Die gemessenen Winkel α und β, welche sie „Ablenkung" und „Prismenwinkel" nennen, würden nun mit i und i_m so zusammenhängen, dass

$$\frac{\beta}{\alpha + \beta} = \frac{d\, i_m}{d\, i}$$

ist; ist also α bei verschiedenen Einfallswinkeln bestimmt, so wäre

$$f(i) = \int_0^i \frac{\beta\, d\, i}{\alpha + \beta} \tag{24}$$

Es scheint mir indess, dass diese Gleichung nicht angenommen werden darf.

§ 17. Um das zu zeigen, will ich zunächst die oben mitgetheilte Berechnung der Ablenkung etwas anders einkleiden. Aus dem in § 12 Gesagten folgt, dass die Richtung, welche man dem austretenden Lichte zuschreibt, lediglich bedingt wird durch die Weise, wie sich, der Hinterfläche entlang, die *Phase* der ankommenden Schwingungen von Punkt zu Punkt ändert, also durch die Richtung, welche im Metall selbst den Ebenen gleicher Phase zukommt und durch die Entfernung $2\pi/Q$ (§ 8) zweier solcher Ebenen, in welchen dieselbe Phase gefunden wird. Stellt man sich weiter in dieser Entfernung von einander eine Schaar von Ebenen gleicher Phase im Innern des Prisma vor, so müssen die Schnittlinien derselben mit der Vorderfläche zusammenfallen mit den Geraden, in welchen Wellenfronten des einfallenden Lichtes, welche um die Wellenlänge von einander abstehen, die Vorderfläche durchschneiden. Kurz, die Ablenkung muss ebenso gross sein wie bei einem durchsichtigen Prisma mit gleichem Winkel, dessen Brechungsindex

$$n' = \frac{2\pi}{k} v_0 : \frac{2\pi}{Q} = \frac{Q v_0}{k}$$

wäre. In der That findet man leicht für die durch ein derartiges Prisma hervorgebrachte Ablenkung

$$\varepsilon = \gamma \left\{ - 1 + \frac{\sqrt{n'^2 - \sin^2 \varphi}}{\cos \varphi} \right\},$$

ıs mit (18) übereinstimmt. Es ist nämlich (§ 8):

$$Q^2 = q_1^2 + q_2^2,$$

so, wenn man (15) berücksichtigt,

$$Q^2 = q_1^2 + \frac{k^2 \sin^2 \varphi}{v_0^2}.$$

ıd

$$n'^2 = \frac{Q^2 v_0^2}{k^2} = \frac{q_1^2 v_0^2}{k^2} + \sin^2 \varphi.$$

§ 18. Nennen wir jetzt, um uns den Bezeichnungen von ı Bois und Rubens anzuschliessen, i den Einfallswinkel, i' n Winkel zwischen der Normale an der Hinterfläche und der chtung, welche man dem austretenden Lichte zuschreibt, i_m ıd i'_m die Winkel, welche die Ebenen gleicher Phase im Meıl mit der ersten und zweiten Prismenfläche bilden, so ist ch Obigem

$$\text{5)} \qquad \sin i_m = \frac{\sin i}{n'}, \quad \sin i'_m = \frac{\sin i'}{n'}$$

In diesen Formeln ist nun n' eine Function des Einfallsnkels i und stellt man diese durch $\chi\,(i)$ vor, so lässt sich r die erste Gleichung schreiben

$$i_m = \arcsin \left\{ \frac{\sin i}{\chi(i)} \right\}.$$

Es besteht also wirklich eine bestimmte Beziehung

$$i_m = f(i);$$

r darf man nicht, wie das in der genannten Abhandlung schieht, und wie auch auf den ersten Blick gerechtfertigt scheint, annehmen, dass i' und i'_m in derselben Weise von ıander abhängen, d. h. dass $i'_m = f(i')$. Es müsste dazu

$$\sin i'_m = \frac{\sin i'}{\chi(i')}$$

in, während nach der zweiten der Formeln (25)

$$\sin i'_m = \frac{\sin i'}{\chi(i)}$$

. Die beiden Nenner $\chi\,(i)$ und $\chi\,(i')$ sind aber von einander rschieden, eben weil i und i' das sind.

Zwar ist bei unendlich kleinem Prismenwinkel auch die Differenz zwischen $\chi(i)$ und $\chi(i')$ unendlich klein, aber das genügt schon, um die Formel (24) unrichtig zu machen. Um das einzusehen, wollen wir die beiden Strahlen betrachten, welche die Hrn. du Bois und Rubens in ihrer ersten Figur gezeichnet haben; Grössen, welche sich auf dieselben beziehen, unterscheiden wir durch die Indices 1 und 2. Offenbar haben i und i_m für die beiden Strahlen gleiche Werthe, und ist

$$i'_{m(2)} - i'_{m(1)} = \beta, \qquad i'_2 - i'_1 = \alpha + \beta.$$

Es ist weiter:

$$i'_{m(1)} = \text{arc sin}\left\{\frac{\sin i'_1}{\chi(i)}\right\}, \; i'_{m(2)} = \text{arc sin}\left\{\frac{\sin i'_2}{\chi(i)}\right\}.$$

d. h. es ändert sich, wenn man von dem einen Strahl auf den andern übergeht, im zweiten Gliede der Gleichung nur der Zähler um eine unendlich kleine Grösse. Um zu der Formel (24) zu gelangen, müsste man $\chi(i)$ in der ersten Formel ersetzen durch $\chi(i'_1)$ und in der zweiten durch $\chi(i'_2)$; man müsste also auch die Nenner verschieden machen. Natürlich hat das einen Einfluss, der nicht vernachlässigt werden darf.

Dass zwischen i' und i'_m an der Hinterfläche nicht dieselbe Beziehung besteht, wie zwischen i und i_m an der Vorderfläche, hat übrigens seinen Grund darin, dass die Lichtbewegung in der Luft zu beiden Seiten des Prisma von sehr verschiedener Art ist. In dem einfallenden Lichte ist die Amplitude constant, während sie sich in der austretenden Bewegung von Punkt zu Punkt ändert.

§ 19. Ich erlaube mir, noch eine Bemerkung hinzuzufügen. Ist L_1 die Richtung der einfallenden Lichtstrahlen, und L_2 die Richtung, welche unsere Formeln für das austretende Licht ergeben, so wird, wenn umgekehrt Strahlen, welche der Linie L_2 parallel sind, auf die zweite Fläche fallen, für das austretende Licht nicht die Richtung L_1, sondern eine davon abweichende gefunden, da ja in diesem Falle ein anderes n' (§ 17) zur Geltung kommt. Wir können diese Verhältnisse etwas anders ausdrücken, wenn wir uns vor und hinter das Prisma je eine convexe Linse gestellt denken, deren Focalebenen V_1 und V_2 sind. Befindet sich in der ersten Ebene

in Lichtpunkt P_1, so wird in einem gewissen Punkt P_2 von V_2
ie Intensität den grössten Werth haben. Stellt man dann aber
ı P_2 einen leuchtenden Punkt, so wird man in der Ebene V_1
.as Maximum der Intensität nicht in P_1, sondern an einer
ındern Stelle P_1' finden. Auf den ersten Blick könnte man
ıierin einen Widerspruch finden mit einem bekannten allge-
neinen Satze, nach welchem das Licht von P_2 nach P_1 gehen
:ann, sobald der Uebergang von P_1 nach P_2 möglich ist. In
Virklichkeit bleibt aber der Satz gültig und es ist das eine
'olge der Diffraction, welche bei Metallprismen nicht zu
ɔeseitigen ist, da hier die Breite des austretenden Bündels
lurch die Absorption beschränkt wird. Die von P_2 aus-
gegangene Lichtbewegung wird in der Ebene V_1 nicht in
:inem einzigen Punkt concentrirt, sondern über einen gewissen
'lächenraum vertheilt, und es kann P_1 sehr gut erleuchtet
verden, wenngleich die grösste Intensität an einer anderen
Stelle P'_1 gefunden wird.

Leiden, Februar 1892.

V. *Ueber den Einfluss der Temperatur auf die Brechung des Lichtes in festen Substanzen; von G. Müller.*

Im vierten Hefte des vorliegenden Jahrganges der Annalen der Physik und Chemie hat Hr. Pulfrich einen Aufsatz über den Einfluss der Temperatur auf die Lichtbrechung des Glases veröffentlicht und bei dieser Gelegenheit auch meine vor einer Reihe von Jahren ausgeführten Untersuchungen an einer Anzahl von Glassorten, sowie am Kalkspath und Quarz erwähnt. Er macht dabei darauf aufmerksam, dass die von mir mitgetheilten Resultate nicht unmittelbar mit denen anderer Beobachter vergleichbar sind, sondern vorher noch gewisser Correctionen bedürfen, weil die angegebenen Brechungsindices und Temperaturcoefficienten sich nicht auf den Uebergang des Lichtes aus dem leeren Raum in die betreffende Substanz beziehen, sondern für die jedesmalige Lufttemperatur gültig sind. Dieser durchaus berechtigte Einwurf gibt mir Veranlassung, an dieser Stelle hervorzuheben, dass meine damaligen Untersuchungen weniger den Zweck verfolgten, das absolute Verhalten der einzelnen Substanzen gegenüber der Einwirkung der Temperatur kennen zu lernen, als vielmehr in erster Linie darauf hinzielten, Beiträge für einige rein praktische Fragen der Astronomie und Astrophysik zu liefern. Vornehmlich waren es zwei Punkte, welche ich dabei im Auge hatte, erstens die Veränderungen der Brennweite eines Objectivs unter dem Einflusse der Temperatur auf die Glaslinsen und zweitens die Aenderung, welche die Dispersion eines Spectralapparates durch die Temperatur erleidet. In beiden Fällen ist die Temperatur der umgebenden Luft mit zu berücksichtigen, und es wird daher nur die Kenntniss der *relativen* Brechungsindices und Temperaturcoefficienten, nicht die der *absoluten* erforderlich sein. Im Hinblick auf diese Gesichtspunkte habe ich meine Messungen damals nicht, nach dem Vorgange anderer Beobachter, auf den leeren Raum reducirt,

sondern habe mich darauf beschränkt, nur die viel unwesentlicheren Correctionen wegen Aenderung des Barometerstandes in Rechnung zu bringen. Da in meiner Abhandlung dieser Umstand nicht ausdrücklich betont worden ist, und da bei der Vergleichung meiner Resultate mit denen anderer Beobachter aus Versehen die relativen Temperaturcoefficienten den absoluten gegenübergestellt sind, so könnte leicht ein Missverständniss über die Bedeutung der von mir abgeleiteten Werthe entstehen, und ich bin daher Hrn. Pulfrich sehr dankbar, dass er auf diesen Punkt aufmerksam gemacht hat.

Bei dem Interesse, welches die Frage nach dem Einfluss der Temperatur auf die Lichtbrechung in festen Körpern hat, und bei dem verhältnissmässig nicht allzu reichen Material, welches zur Zeit vorliegt, schien es mir nicht ungerechtfertigt, nachträglich noch an meine Messungen die Correctionen auf den leeren Raum anzubringen und die Resultate an dieser Stelle in Kürze zu veröffentlichen. Die erforderlichen Correctionen sind mit den Argumenten „Brechungsindex und Temperatur“ aus einer Tafel entnommen, welche nach den bekannten Formeln berechnet worden ist. In den folgenden Tabellen sind für die beiden von mir untersuchten Crownglasprismen, ferner für drei Flintglasprismen, für den ordentlichen Strahl beim Kalkspath, endlich für den ordentlichen und ausserordentlichen Strahl beim Quarz die auf den leeren Raum reducirten Brechungsindices $\mathfrak{N}$ angegeben, daneben zur Vergleichung die relativen Indices N, ausserdem sind unter $\Delta\mathfrak{N}$ und ΔN die absoluten und relativen Aenderungen der Brechungsindices für eine Temperaturerhöhung von 1° C. angeführt und zwar in Einheiten der fünften Decimale. Alle Werthe gelten für die Temperatur + 10° C., welche ungefähr der Mitteltemperatur bei allen meinen Messungen entspricht. Da das von mir benutzte Temperaturintervall durchschnittlich nur 25 bis 30 Grad umfasst, so wird die Genauigkeit der abgeleiteten Temperaturcoefficienten, trotz der grossen Sicherheit der Messungen, ohne Zweifel hinter der von Hrn. Pulfrich erreichten zurückstehen, welcher über ein drei- bis viermal so grosses Temperaturintervall verfügen konnte.

Spectrallinie	$\mathfrak{N}$	N	$\Delta\mathfrak{N}$	ΔN
	Crownglas 1.	Spec. Gew. 2,519.		
B	1,514568	1,514138	− 0,173	− 0,022
C	1,515530	1,515099	− 0,192	− 0,040
D	1,518107	1,517676	− 0,173	− 0,021
b_1	1,521936	1,521505	− 0,146	+ 0,006
F	1,524258	1,523825	− 0,081	+ 0,071
H_γ	1,529221	1,528787	− 0,047	+ 0,107
h	1,532205	1,531769	− 0,031	+ 0,123
H_1	1,534134	1,533699	+ 0,023	+ 0,177
	Crownglas 2.	Spec. Gew. 2,522.		
B	1,513013	1,512584	− 0,195	− 0,043
C	1,513984	1,513555	− 0,185	− 0,033
D	1,516581	1,516151	− 0,136	+ 0,017
b_1	1,520441	1,520009	− 0,099	+ 0,054
F	1,522786	1,522354	− 0,105	+ 0,048
H_γ	1,527802	1,527368	− 0,072	+ 0,082
h	1,530825	1,530390	− 0,011	+ 0,143
H_1	1,532790	1,532354	+ 0,017	+ 0,171
	Flintglas 1.	Spec. Gew. 3,855.		
B	1,644290	1,643823	+ 0,311	+ 0,474
C	1,646261	1,645794	+ 0,322	+ 0,486
D	1,651711	1,651243	+ 0,331	+ 0,495
b_1	1,660165	1,659693	+ 0,445	+ 0,610
F	1,665474	1,665001	+ 0,488	+ 0,653
H_γ	1,677275	1,676798	+ 0,616	+ 0,783
h	1,684708	1,684230	+ 0,694	+ 0,861
	Flintglas 2.	Spec. Gew. 3,642.		
B	1,618358	1,617900	+ 0,394	+ 0,557
C	1,620128	1,619669	+ 0,434	+ 0,597
D	1,625010	1,624549	+ 0,437	+ 0,600
b_1	1,632528	1,632065	+ 0,521	+ 0,685
F	1,637229	1,636765	+ 0,574	+ 0,739
H_γ	1,647626	1,647159	+ 0,743	+ 0,909
h	1,654130	1,653661	+ 0,759	+ 0,925
H_1	1,658433	1,657962	+ 0,906	+ 1,073
	Flintglas 3.	Spec. Gew. 3,218.		
B	1,574839	1,574391	+ 0,166	+ 0,324
C	1,576309	1,575861	+ 0,174	+ 0,333
D	1,580337	1,579888	+ 0,164	+ 0,323
b_1	1,586495	1,586044	+ 0,283	+ 0,443
F	1,590324	1,589872	+ 0,279	+ 0,439
H_γ	1,598715	1,598261	+ 0,399	+ 0,560
h	1,603917	1,603462	+ 0,475	+ 0,636
H_1	1,607351	1,606895	+ 0,418	+ 0,580

pectrallinie	$\mathfrak{N}$	N	$\Delta\mathfrak{N}$	ΔN
	Kalkspath.	Ordentlicher Strahl.		
B	1,653337	1,652868	+ 0,089	+ 0,259
C	1,654815	1,654346	+ 0,073	+ 0,243
D	1,658777	1,658307	+ 0,072	+ 0,243
b_1	1,664677	1,664205	+ 0,103	+ 0,274
F	1,668264	1,667792	+ 0,144	+ 0,316
H_γ	1,675950	1,675474	+ 0,185	+ 0,358
h	1,680601	1,680125	+ 0,194	+ 0,367
H_1	1,683641	1,683163	+ 0,195	+ 0,368
	Quarz.	Ordentlicher Strahl.		
B	1,541477	1,541039	− 0,583	− 0,432
C	1,542366	1,541927	− 0,553	− 0,402
D	1,544712	1,544273	− 0,583	− 0,432
b_1	1,548119	1,547679	− 0,589	− 0,437
F	1,550155	1,549714	− 0,578	− 0,426
H_γ	1,554440	1,553997	− 0,601	− 0,459
h	1,556987	1,556554	− 0,608	− 0,455
H_1	1,558638	1,558195	− 0,684	− 0,531
	Quarz.	Ausserordentlicher Strahl.		
B	1,550481	1,550040	− 0,607	− 0,457
C	1,551405	1,550964	− 0,604	− 0,454
D	1,553832	1,553390	− 0,635	− 0,485
b_1	1,557350	1,556907	− 0,611	− 0,460
F	1,559457	1,559013	− 0,613	− 0,462
H_γ	1,563899	1,563454	− 0,618	− 0,467
h	1,566539	1,566094	− 0,645	− 0,493
H_1	1,568224	1,567778	− 0,640	− 0,488

Aus dieser Zusammenstellung geht unmittelbar hervor, e beträchtlich der Unterschied zwischen den absoluten und ativen Temperaturcoefficienten ist. Es kann daher, wie beim ownglas, der Fall vorkommen, dass die relativen Brechungslices mit der Temperatur wachsen, während die absoluten nehmen. Ferner zeigt eine Vergleichung meiner Resultate t den von Hrn. Pulfrich veröffentlichten Werthen, dass · Glassorten, welche ungefähr die gleichen Brechungsverhältse besitzen, auch die Temperaturcoefficienten nicht wesenth von einander verschieden sind. Auf die ausreichende bereinstimmung der von mir für den Kalkspath und Quarz nittelten Temperaturcoefficienten mit den von anderen Beobhtern gefundenen Werthen hat bereits Hr. Pulfrich hinwiesen, nachdem er meine früher mitgetheilten relativen efficienten in die absoluten umgerechnet hatte.

Was noch die Bestimmung des Temperatureinflusses auf die *Dispersion* der untersuchten Substanzen betrifft, so ergiebt sich kein wesentlicher Unterschied, ob man die relativen oder absoluten Werthe zu Grunde legt, und es gilt daher in dieser Beziehung Alles, was ich in meiner früheren Abhandlung über diesen Punkt gesagt habe. Die direct aus den Beobachtungen abgeleiteten Werthe von $\Delta \mathfrak{N}$ oder ΔN lassen sich befriedigend durch einen Ausdruck von der Form $a + b / \lambda^2$ darstellen, worin λ die Wellenlänge der einzelnen in Betracht gezogenen Strahlengattungen bezeichnet, und es folgt aus meinen Messungen, dass ohne Ausnahme bei allen Glassorten und ebenso beim Kalkspath eine Vergrösserung der Dispersion mit zunehmender Temperatur stattfindet, die im allgemeinen um so beträchtlicher wird, je stärker brechend die betreffende Substanz ist. Diese Resultate sind in befriedigender Uebereinstimmung mit den von Hrn. Pulfrich abgeleiteten Schlussfolgerungen, dagegen bleibt in Bezug auf den Quarz zwischen unseren Resultaten eine Differenz bestehen. Denn während aus meinen Messungen so gut wie gar keine Aenderung der Dispersion, höchstens eine geringe Abnahme derselben mit steigender Temperatur hervorgeht, ergibt sich aus den Pulfrich'schen Zahlen für den Quarz, ebenso wie für das Glas und den Kalkspath, eine Vergrösserung der Dispersion.

Potsdam, Astrophysikalisches Observatorium, Mai 1892.

Ueber das Verhalten allotropen Silbers gegen den electrischen Strom; von A. Oberbeck.

ste Mittheilung, nach einem Vortrag, gehalten in der physikalischen 1 chemischen Section der Naturforscher-Versammlung zu Halle a. S., den 21. September 1891.

1.

Vor nahezu zwei Jahren wurde ich durch andere Unter- ichungen veranlasst, mir die Frage vorzulegen, wie sich inne Silberspiegel, welche nach einer der gebräuchlichen ethoden als Niederschläge aus wässrigen Lösungen hergestellt ›rden sind, als Leiter des electrischen Stromes verhalten. ır Probe wurden nach der **Böttger**'schen Vorschrift[1]) einige :hteckige Glasplatten von 12 cm Länge und 2,8 cm Breite f der einen Seite versilbert. Da ich nebenbei den Zweck :folgte, Leiter zu erhalten, welche bei geringer linearer ısdehnung einen möglichst grossen Widerstand besitzen, so .rde ausser der vorgeschriebenen Lösung auch eine solche ı geringerer Concentration angewandt. Ferner liess ich m Theil diese Lösungen nur kürzere Zeit auf die Glasplatten rken, als zur Herstellung eines dickeren Spiegels nöthig ist.

Die drei ersten Spiegel — sie mögen mit *a, b* und *c* be- .chnet werden – wurden aus der concentrirteren Lösung zeugt. Die Wirkungszeiten waren bei *a*: 32 Minuten, bei *b*: Minuten, bei *c*: 8 Minuten. Bei den Spiegeln *d* und *e* ırde die verdünntere Lösung angewandt und zwar bei *d* eine rzere, bei *e* eine längere Zeit.

Die Spiegel *a* und *b* waren undurchsichtig und spiegelten .t. Die drei übrigen zeigten im durchfallenden Licht eine augrüne Farbe. Bei dem Spiegel *d* konnte man dabei er- nnen, dass das Silber sich nicht überall gleichmässig dicht ›gelagert hatte.

Nach der Herstellung wurden die Spiegel mit destillirtem asser abgespült und an der Luft getrocknet. Hierauf wurden

---

1) F. Kohlrausch, Leitfaden der practischen Physik. p. 162. 1887.

die beiden Enden mit dünnem Stanniol fest bewickelt. Zum Schutz gegen äussere Einflüsse wurde die freigebliebene Silberschicht mit Schellacklösung überzogen.

Als am nächsten Tage Kupferstreifen, welche an schweren Bleiklötzen befestigt waren, auf die Stanniolblätter als Electroden gelegt worden waren, konnte der Widerstand in einer Wheatstone'schen Brücke bestimmt werden, wobei die Contacte sich als vollständig genügend erwiesen. Die erste Bestimmung (vgl. die folgende Tabelle 1) lieferte dabei Widerstände, welche nach Schätzung der Dicken überraschend gross waren.[1]) Die relativen Werthe der einzelnen Widerstände waren ungefähr so ausgefallen, wie man sie nach der zuvor beschriebenen Herstellung der Spiegel erwarten konnte.

Als die Widerstände nach drei Tagen von neuem beobachtet wurden, zeigte sich, dass dieselben bei allen Spiegeln erheblich abgenommen hatten. Die Silberschichten wurden nun in gewissen Zeiträumen immer wieder untersucht, während sie in der Zwischenzeit in einem verschlossenen Kasten aufbewahrt wurden. Sie zeigten dabei eine fortdauernde Abnahme. Die folgende Tabelle gibt die hierbei erhaltenen Resultate. Unter t ist die seit der Herstellung verflossene Anzahl von Tagen zu verstehen. In den Columnen a bis e sind die entsprechenden Widerstände der einzelnen Spiegel in Ohm angegeben.

Tabelle 1.

t	a	b	c	d	e
1	19,7	30,7	101,0	633,7	68,0
4	14,2	23,2	71,7	395,5	51,2
40	11,2	18,9	54,2	281,9	40,8
70	8,65	14,8	39,8	190,7	30,7
98	6,76	11,0	28,4	120,3	18,8
203	3,15	5,27	20,6	60,6	9,4
437	2,96	4,86	20,5	61,0	9,29
641	2,84	4,66	19,9	58,5	9,08

Das Verhalten aller Silberschichten ist ein gleichmässiges. Die Abnahme des Widerstandes erfolgt anfänglich schnell,

1) Nimmt man eine Dicke der Silberschicht von ein Zehntausendstel Millimeter an und setzt die Leitungsfähigkeit des Silbers gleich 60 (für Quecksilber = 1), so hätte der Widerstand 0,7 Ohm betragen müssen.

ter immer langsamer. Doch sind die Endwerthe nach nahe zwei Jahren noch nicht erreicht.

Obgleich kaum anzunehmen ist, dass der Schellacküberzug en wesentlichen Einfluss auf die Leitungsfähigkeit, besonders :h auf die Verbesserung derselben im Laufe der Zeit, ausibt hat, so wurde etwas später noch ein weiterer Spiegel rgestellt, welcher durch eine darüber gelegte und an den ındern festgekittete Glasplatte geschützt wurde. Dieser Spiegel tte eine quadratische Form. Von der Silberschicht waren, n zwei gegenüberliegenden Rändern aus, geradlinige Streifen s nahe zu der anderen Seite herausgenommen worden, so ıss der electrische Strom einen zickzackförmigen Weg durchufen musste. Das zeitliche Verhalten dieses Spiegels war ınz ebenso, wie bei den anderen. Der Widerstand betrug ıfänglich 144,5 Ohm, nach 140 Tagen 12,7, nach 508 Tagen),9. Das niedergeschlagene Silber wird man als nahezu ıemisch rein ansehen können. Da nun Spiegel, von sehr ɪrschiedener Dicke und unter abweichenden Verhältnissen erugt, eine gleichartige Zunahme der Leitungsfähigkeit zeigen, glaube ich annehmen zu müssen, dass das Silber anfängh eine wesentlich andere moleculare Beschaffenheit hatte, als wöhnliches Silber und sich dem letzteren mit der Zeit mehr ıd mehr näherte.

Das Aussehen der Spiegel, ihre Fähigkeit zu spiegeln, wie bei den durchscheinenden die Farbe des durchgegangenen chtes hatte sich nicht verändert. Hiernach ist die elektrische ɜitungsfähigkeit ein ausserordentlich feines Reagens auf die olekularbeschaffenheit. Zwar ist dies im allgemeinen eine ɔhlbekannte Thatsache. Doch dürften freiwillige Aenderungen ·r Leitungsfähigkeit von so weitem Umfang, wie hier beobhtet wurde, nur bei solchen Substanzen auftreten, welche, e z. B. das Selen, in wohlcharakterisirten, verschiedenen odificationen vorkommen.

Ich beabsichtigte ursprünglich, noch andere derartige lberniederschläge, eventuell auch dünne Schichten anderer etalle auf ihren Leitungswiderstand zu untersuchen und ge-ɪnke ich baldmöglichst auf diese Frage zurückzukommen, ɜlche ein um so grösseres Interesse verdient, da Kundt[1])

1) Kundt, Wied. Ann. 32. p. 487. 1888.

eine nahe Beziehung zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in Metallen und ihrer Leitungsfähigkeit für Elektrizität gefunden hat.

Zunächst wurde ich aber durch eine neue Untersuchung in Anspruch genommen, welche mit den mitgetheilten Beobachtungen in nahem Zusammenhang steht.

2.

In den Jahren 1889 und 1891 erschien eine Reihe von Abhandlungen von Carey Lea über „allotrope Formen des Silbers“[1]), welche mit Recht die Aufmerksamkeit weiterer Kreise auf sich gelenkt hat. In denselben gibt der amerikanische Gelehrte Methoden an, Niederschläge herzustellen, welche hauptsächlich aus Silber bestehen. Werden dieselben feucht in dünnen Schichten auf verschiedene Materialien — Glas, Porzellan, Papier — aufgetragen, so zeigen sie nach dem Trocknen lebhaften Metallglanz. Dabei sind dieselben aber ausgezeichnet durch eine grosse Mannigfaltigkeit verschiedener Farben, welche von der Art ihrer Herstellung abhängen. Insbesondere kann man Silberschichten erhalten, welche Goldfarbe, Kupferfarbe und hellblaue und hellgrüne Farbentöne mit mannigfaltigen Zwischenstufen besitzen. Spiegelglas, auf der einen Seite mit dem Niederschlag bestrichen, giebt schöne Spiegel, allerdings mit einer der angegebenen Färbungen. Ein Theil dieser Präparate erfährt mit der Zeit — auch bei sorgfältigem Schutz gegen äussere Einwirkungen — fortdauernde Veränderungen und nimmt schliesslich die gewöhnliche Silberfarbe an. Carey Lea sagt hierüber[2]): „Wenn allotropes Silber in dünner Schicht auf Glas oder reines Papier aufgetragen wird, so kann dasselbe scheinbar lange Zeit unverändert erhalten werden. Der Anschein täuscht indess. Von dem Augenblick an, wo die Schicht hergestellt worden ist, beginnt eine langsame aber beständige Veränderung, welche am besten durch eine allmählige Polymerisation erklärt werden kann.“

1) Carey Lea, Americ. Journ. of Science (3) **37.** 476—491; **38.** 47—50. 237—240. 1889. Philos. Mag. (5) **31.** 238—250. 321—329. 497—504. **32.** 337—342. 1891.

2) Carey Lea, Phil. Mag. (5) **31.** p. 206. 1891.

Hiernach schien es mir nicht unwahrscheinlich, dass die ersten Abschnitt besprochenen Silberspiegel ebenfalls aus ıer allotropen Silbermodification bestehen, allerdings aus ber, welches dem gewöhnlichen viel näher steht, da es sich n demselben nicht wesentlich durch Farbe und Aussehen terscheidet.

Auf Grund der eben mitgetheilten Erfahrungen schien es hr lohnend, die neuen Silberarten ebenfalls in Bezug auf re Leitungsfähigkeit eingehender zu untersuchen.

Meine Erwartungen erfüllten sich vollständig. Die Silberten besitzen je nach ihrer Herstellung und Beschaffenheit ie allerverschiedensten Werthe der Leitungsfähigkeit. Letztere nd zeitlichen Veränderungen unterworfen und zwar nehmen e in den meisten Fällen zu. Erhält die Silberschicht durch ussere Einwirkungen ein anderes Aussehen, so erfährt der Viderstand entsprechende, bedeutende Veränderungen. Letztere önnen aber auch dann schon beobachtet werden, wenn das ussehen der Silberschicht noch dasselbe geblieben ist. Hierach konnten merkwürdige Einwirkungen auf die Molekulareschaffenheit nachgewiesen werden, für welche kaum ein nderes Erkennungszeichen möglich sein dürfte.

Bei der grossen Mannigfaltigkeit der hier vorkommenden ragen, noch mehr aber des Beobachtungsmaterials beschränke h mich in dieser ersten Mittheilung auf die Haupteigenchaften einiger weniger Silberarten.

3.

Nach den Vorschriften von Carey Lea stellte ich zuächst zwei Silberarten her: die goldfarbene und die blaugrüne.

Erstere erhält man, indem man zwei Lösungen herstellt nd mischt. Die eine derselben besteht aus Silbernitratlösung nd Seignettesalz[1]); die andere aus Seignettesalz und Eisenulfatlösung. Nach der Mischung und nach längerem Umühren wird der weisse Niederschlag der ersten Lösung dunkel nd setzt sich am Boden des Becherglases ab. Man trennt

1) Die für die Herstellung guter Silberschichten zweckmässigsten Mengen der einzelnen Substanzen sind in den Abhandlungen von Carey Lea mitgetheilt.

denselben durch Filtriren oder Decantiren von der Flüssigkeit. Bei dem Auswaschen ist es erforderlich, von Zeit zu Zeit verdünnte Seignettesalzlösung hinzuzufügen, damit der Niederschlag nicht mit durch das Filter geht. Dieser nahezu schwarze Niederschlag, auf Papier oder Glas mit einem weichen Pinsel aufgetragen, gibt nach dem Trocknen eine goldglänzende Schicht.

Die blaugrüne Modification erhält man, indem man das Silber aus einer intensiv gefärbten, dunkelrothen Lösung in destillirtem Wasser niederschlägt. Dieselbe wird auf die folgende Weise hergestellt. Mischt man die Lösungen von Silbernitrat, Eisensulfat und Natriumnitrat, so entsteht ein dunkler Niederschlag. Derselbe wird auf einem Filter gesammelt und ausgewaschen. Hierbei beginnt er sich mit blutrother Farbe in dem destillirten Wasser zu lösen. Um dies zu verhindern, ist zunächst dem Waschwasser eine verdünnte Lösung eines Alkalisulfats oder Nitrats hinzuzufügen. Nach Entfernung der ursprünglichen Lösung kann man dann den Niederschlag in einer grösseren Menge von destillirtem Wasser auflösen. Dasselbe enthält dann ausser geringen Salzmengen hauptsächlich *aufgelöstes Silber.* Durch Zusatz neutraler Salzlösungen fällt dasselbe als schwarzer Niederschlag heraus. Werden dabei die oben genannten Lösungen der Alkalisalze benutzt, so ist dieser Niederschlag wieder in destillirtem Wasser *löslich.* Dagegen erhält man durch eine Reihe anderer Salzlösungen (besonders geeignet ist hierzu Magnesiumsulfat) einen *unlöslichen* Niederschlag.

In dem einen oder anderen Fall geben die Niederschläge, in gleicher Weise, wie zuvor, auf Papier aufgetragen, nach dem Trocknen metallglänzende Schichten von heller, blaugrüner Farbe.

Bei Herstellung dieser Silberart habe ich gelegentlich auch einen Versuch über den Einfluss *des gelösten Silbers auf die elektrische Leitungsfähigkeit der Flüssigkeit* angestellt. Wie oben bemerkt, ist bei dem Auswaschen des Silberniederschlags eine verdünnte Salzlösung (es wurde Natriumsulfat benutzt) zu verwenden. Nachdem hierdurch die Mutterlauge entfernt war, wurde die Salzlösung durch destillirtes Wasser ersetzt. Nun löste sich das Silber mit dunkelrother Farbe. Nachdem eine

inreichende Menge angesammelt war, wurde bei fortdauerndem Zusatz von destillirtem Wasser in einem anderen Becherglas in zweites, ebenfalls intensiv gefärbtes Filtrat aufgefangen. Es war anzunehmen, dass das erste Filtrat noch eine gewisse Quantität der Natriumsulfatlösung enthielt, während in dem zweiten Filtrat nur noch Spuren derselben vorhanden sein konnten. Hierauf wurden mit der Kohlrausch'schen Messbrücke unter Anwendung von Wechselströmen und Telephon die Widerstände bestimmt 1. von der zum Waschen verwandten Natriumsulfatlösung, 2. von der ersten Silberlösung, 3. von der zweiten Silberlösung. Die Lösungen befanden sich dabei in demselben Kohlrausch'schen Widerstandsgefäss. Der Widerstand von 2. war etwa 10, derjenige von 3 etwa 100 mal so gross wie der Widerstand der Salzlösung. Es würden hiernach die Leitungsfähigkeiten der Lösungen vollständig in dem Gehalt an Natriumsulfat ihre Erklärung finden, während das in den beiden letzten Fällen reichlich aufgelöste Silber sich nicht wesentlich an der Leitung zu betheiligen scheint.

Ich habe diese Versuche nicht weiter verfolgt, weil die gleiche Frage bereits von C. Barus und E. A. Schneider[1]) in ähnlicher Weise behandelt worden ist. Dieselben kommen ebenfalls zu dem Resultat, dass gelöstes, oder, wie die beiden Herren annehmen, sehr fein suspendirtes Silber in Wasser die Electricität nicht leitet.

Barus und Schneider beschreiben dann noch einen Versuch[2]), aus dem sie den Schluss ziehen, dass das *„kolloidale Silber, sowohl im flüssigen, als auch im spiegelnden, fast opaken, festen Zustand sich durchwegs als Isolator bewährt“*. Der Versuch bestand in der Beobachtung des Widerstandes eines Tropfens der Silberlösung auf einer Glasplatte, welche mit zwei Stanniolblättern belegt war, deren Zwischenraum der Tropfen ausfüllte. Dieser Tropfen leitete.

Erst nach dem Eintrocknen isolirte er. Hiernach scheint der Tropfen noch hinreichend Salzlösung enthalten zu haben, da nur diese die Leitung vermittelt. Nach dem Eintrocknen hörte dieselbe auf. Warum das ausgeschiedene, feste Silber

---

1) Z. f. phys. Chemie. 8. p. 278—298. 1891

2) l. c. p. 285.

gar nicht leitete, lässt sich aus der kurzen Beschreibung nicht übersehen. Jedenfalls kann es sich nur um äusserst geringe Mengen gehandelt haben.

Die von mir untersuchten Silberschichten wurden, wie oben beschrieben, auf wesentlich andere Weise hergestellt. Da ich die Leitungswiderstände von mehreren Hundert Silberproben ohne Mühe und unter den verschiedensten Umständen bestimmen konnte, so kann ich dem oben ausgesprochenen Satze in seiner Allgemeinheit nicht beistimmen.[1])

4.

Da die Herstellung der Silberschichten auf steifem Cartonpapier am einfachsten ist, so wurde dasselbe bei allen in dieser Mittheilung besprochenen Präparaten als Unterlage benutzt. Und zwar wurde entweder ein einzelner Pinselstrich von passender Breite und Länge gemacht oder es wurde eine grössere Fläche bestrichen und aus der ganzen Schicht nach dem Trocknen Streifen von geeigneter Länge und Breite herausgeschnitten. Zur Widerstandsbestimmung werden dieselben mit ihren Enden auf zwei Messingplatten gelegt, welche auf einem Holzschlitten verschoben werden können. An jeder Platte ist ein Messingarm mit einer schweren Kugel angebracht, welcher um ein Charnier drehbar ist. Durch dieselben wird die Silberschicht fest gegen die Unterlage gedrückt. Bei anderen Versuchen wurden die Blechklemmen an die beiden Enden angeschraubt. Der Silberstreif bildete den einen Seitenzweig der Wheatstone'schen Brücke. Der zweite Zweig war ein Widerstandskasten. Die beiden letzten Zweige bestanden aus einem zweiten Kasten mit einem Seitenstöpsel. Durch geeignete Einschaltung von Widerständen zu beiden Seiten desselben konnte leicht ein beliebiges Verhältniss der Widerstände der Zweige 1 und 2 bewirkt werden. Die Brücke enthielt ein Spiegelgalvanometer. Als Stromquelle dienten drei Trockenelemente.

Wie schon bemerkt, leiteten alle nach den beschriebenen

---

1) Ich möchte hier bereits bemerken, dass ich auch Silberarten erhalten habe, welche nicht leiteten. Das Goldsilber und das Blausilber, nach den zuvor beschriebenen Methoden hergestellt, leiteten stets.

Methoden hergestellten Silberpräparate. Allerdings waren die Widerstände sehr viel grösser, als sie bei gleichen Dimensionen für gewöhnliches Silber gewesen wären. Ferner nahm die Leitungsfähigkeit in den meisten Fällen mit der Zeit, welche seit ihrer Herstellung vergangen war, zu.

Bevor ich hierüber weitere Angaben mache, muss ich zunächst eine bemerkenswerthe Erscheinung beschreiben, welche sich sehr bald bei den Messungen zeigte.

Häufig kam es vor, dass nach passender Wahl des Widerstands in Kasten 2 die Magnetnadel, nachdem sie einige Zeit in ihrer Gleichgewichtslage gestanden, schnell nach der einen oder anderen Seite ausschlug, eine Reihe unregelmässiger Bewegungen ausführte und dann eine neue Gleichgewichtslage annahm, welche eine Widerstandsänderung anzeigte. In einzelnen Fällen waren diese Bewegungen so bedeutend, dass die Scala plötzlich aus dem Gesichtsfeld verschwand.

Die ganze Erscheinung machte zuerst den Eindruck, als ob es sich um äusserst mangelhafte Contacte handelte. Dieselben wurden mehrfach revidirt und verändert. Die beschriebene Erscheinung trat trotzdem häufig wieder ein. Andererseits kam es auch vor, dass die Nadel längere Zeit in Ruhe blieb. Erschütterung des Apparats, welcher den Silberstreifen enthielt, waren dann ohne merklichen Einfluss. Schliesslich bemerkte ich, dass die Widerstandsänderungen hauptsächlich dann eintraten, wenn zufällige Luftströmungen in der Nähe der Silberstreifen stattfanden. Da letztere gegen geringe Temperaturänderungen nicht sehr empfindlich waren, so blieb schliesslich nur übrig, die Ursache der Störungen in *der Veränderung des Feuchtigkeitsgehalts der Silberstreifen* zu suchen. Hierauf bezügliche Versuche lehrten bald, dass der Widerstand von demselben sehr wesentlich abhängt, dass insbesondere eine Vergrösserung desselben in allen bisher beobachteten Fällen den Widerstand mehr oder weniger bedeutend vermehrt.

Die Empfindlichkeit gegen Veränderung der Feuchtigkeit ist meist eine ausserordentlich grosse. Da die Silberstreifen längere Zeit nach ihrer Herstellung etwas Feuchtigkeit zurückhalten, so erklärt sich einfach der Einfluss der Luftströmungen, welche je nach den Umständen den Wassergehalt vermehren oder vermindern.

Um von der Grösse dieser Einwirkung eine Vorstellung zu geben, theile ich einige Versuche darüber mit.

Es wurden von einem Gebläse Leitungen einerseits durch ein Chlorcalciumrohr, andererseits durch ein Glasrohr geführt, in welchem sich angefeuchtete Zeugstreifen befanden. Hiernach konnte man einen Trockenstrom und einen feuchten Luftstrom auf das zu untersuchende Blatt richten. Viel wirksamer als letzterer erwies sich indess das Anhauchen des Blattes, da hierdurch eine Luftmenge mit demselben in Berührung kommt, welche bei erheblich höherer Temperatur mit Wasserdampf gesättigt ist.

Von vielen ähnlich verlaufenden Versuchen führe ich die folgenden beiden an, indem ich noch hinzufüge, dass die benutzten Silberblätter etwa 6 Wochen vor Beginn der Versuche hergestellt und von da ab in einem geschlossenen Behälter, in welchem eine Schale mit Chlorcalcium sich befand, aufbewahrt worden waren.

1. Ein Blatt von Goldsilber:

Widerstand anfangs:	7030 Ohm
Feuchter Luftstrom:	7450 „
Trockenstrom:	7130 „
Feuchtstrom:	7450 „
Trockenstrom:	7120 „

Die Wirkung des feuchten Stromes erfolgte stets schneller als diejenige des trockenen. Wie man sieht, ist auch am Ende — nach der Wirkung von einigen Minuten — der Anfangszustand noch nicht wieder erreicht.

2. Ein Blatt Blausilber (Farbe blaugrau):

Anfangs:	6180.
Trockenstrom:	6150.
Feuchtstrom:	6640.
Trockenstrom:	6450.
Feuchtstrom:	6900.
Trockenstrom:	6600.
Hauchen:	8700.
Hauchen (mehrmals):	9800.

Hierauf schneller Rückgang des Widerstandes in Folge starker Verdunstung.

Erneutes mehrmaliges Anhauchen: 11000.
Lang andauernder Trockenstrom: 8300.

Schon durch die Wirkung des feuchten Luftstromes ging die Scala aus dem Gesichtsfeld und konnte dann erst durch passende Widerstände der Magnet wieder eingestellt werden. In noch viel höherem Maasse geschah dies durch einen Hauchstrom. Während die entsprechenden Veränderungen vorgenommen wurden, nahm der Widerstand des Blättchens bereits langsam wieder ab, sodass die Vermehrung des Widerstandes eigentlich noch grösser ist als oben angegeben. Die Wirkung des Trockenstroms war stets viel langsamer, sodass man demselben durch Veränderung der Widerstände folgen konnte.

Diese ausserordentlich grosse Empfindlichkeit der Silberblätter gegen Feuchtigkeit machte eine Reihe von Vorsichtsmassregeln nöthig. Die sämmtlichen Silberblätter wurden von ihrer Herstellung an in Exsiccatoren aufbewahrt. Der zu ihrer Aufnahme während der Widerstandsmessung dienende Apparat wurde in einen verschliessbaren Kasten gestellt, in welchem sich zwei Schalen mit Chlorcalcium befanden. Die Widerstandsmessung wurde stets erst dann vorgenommen, wenn der Streifen einige Zeit in dem Kasten sich befunden hatten. Aut diese Weise konnten die zuvor erwähnten Störungen bei der Messung vollständig vermieden werden. Allerdings entsprach der beobachtete Widerstand dann dem eventuell noch vorhandenen Feuchtigkeitsgehalt. Derselbe scheint sich nur ausserordentlich langsam zu verlieren. Die zeitliche Abnahme des Widerstandes in Wochen und Monaten beruht jedenfalls zum Theil auf dem langsamen Austrocknen, wobei es sich indess um Mengen handeln wird, die wohl kaum noch mit der Wage nachzuweisen sind. Wahrscheinlich können die letzten Mengen an Feuchtigkeit überhaupt erst bei höherer Temperatur entzogen werden.

Eine eingehendere Erörterung dieser Fragen soll in einer zweiten Mittheilung erfolgen.

Wenn es gelingt, Silberstreifen herzustellen, deren Widerstand dem Feuchtigkeitsgehalt der Luft proportional sich ändert, so würde man einen hygroskopischen Apparat von ausserordentlich grosser Empfindlichkeit erhalten.

5.

Hier theile ich zunächst einige Beobachtungen mit, welche eine Vorstellung von der Grössenordnung der Leitungsfähigkeit von Silberblättern gehen sollen, welche einige Monate nach ihrer Herstellung bei gewöhnlicher Temperatur getrocknet worden sind und wohl nahezu die Grenzwerthe ihres Widerstandes für diesen Fall erreicht haben.

Zu diesem Zweck habe ich das Gewicht des aufgetragenen Silbers für eine Reihe von Blättern zu bestimmen gesucht. Dies wurde in der folgenden Weise ausgeführt. Aus einem Blatt Cartonpapier wurde eine grössere Anzahl von Streifen von gleicher Grösse hergestellt. Dieselben hatten auch nahezu gleiche Gewichte. Allerdings waren sie stark hygroskopisch, wie sich bei mehrfachen Wägungen herausstellte. Unter gleichen Bedingungen aufbewahrt, erwiesen sich aber die *Gewichtsdifferenzen* als constant, sodass anzunehmen ist, dass die einzelnen Blätter stets gleiche Mengen Feuchtigkeit aufnahmen. Hiernach wurde der grössere Theil der Blätter mit Silberstreifen versehen, während einige unbelegt blieben und als Probeblätter dienten. Nachdem die Silberstreifen lufttrocken geworden waren und Metallglanz angenommen hatten, wurden alle Blätter in demselben Exsiccator aufbewahrt und dann von Zeit zu Zeit ihre Gewichte und Widerstände bestimmt. Diese Versuche erstreckten sich über mehrere Monate.

Zunächst sind die Resultate der Gewichtsbestimmungen in den folgenden beiden Tabellen 2 und 3 zusammengestellt. In der ersten bedeuten die Zahlen unter G_1, G_2, G_3 die Gewichtsdifferenzen in Milligramm von drei Papierstreifen gegen ein Probeblatt vor und nach ihrer Belegung mit Goldsilber.

In gleicher Weise sind in der zweiten Tabelle die Gewichtsdifferenzen von 4 Blättern vor und nach ihrer Belegung mit Blausilber angegeben.

Von denselben sind B_2 und B_3 mit Silber bedeckt, welches aus der oben beschriebenen rothen Lösung durch Kaliumsulfatlösung, B_4 und B_5 solche, die durch Magnesiumsulfatlösung niedergeschlagen worden sind. Erstere sind daher in einer Modification, in welcher das Silber vor dem Trocknen in dest. Wasser löslich war. Letztere gehören der unlöslichen Modi-

fication an. Das Aussehen der Blätter G_1, G_2, G_3 war anfänglich rein goldfarben.

Nach 5 Monaten waren die beiden ersten nicht mehr gleichmässig gefärbt, sondern zum Theil in Rothgold übergegangen. G_3 hatte sein Aussehen behalten. B_2 und B_3 hatten anfänglich eine helle, blaugrüne Farbe. Am Ende war ihr Glanz matter, die Farbe blaugrau. B_4 und B_5 hatten ihr glänzendes, blaugrünes Ansehen behalten.

Tabelle 2.

	G_1	G_2	G_3
9. Juli 91	2,2	7,7	2,2
Belegung mit Silber.			
10. Juli 91	48,9	52,1	14,1
11. Juli 91	36,6	40,8	12,6
15. Juli 91	19;6	25,3	6,5
15. Sept. 91	19,0	24,0	7,5
Mittel	19,30	24,65	7,00
Silbergewicht	17,10	16,95	4,80

Tabelle 3.

	B_1	B_2	B_3	B_4
20. Juli 91	1,2	6,8	9,2	3,6
Belegung mit Silber.				
24. Juli 91	4,8	32,8	23,8	10,5
28. Juli 91	4,7	28,3	19,7	8,9
15. Sept. 91	4,6	29,0	18,6	8,6
Mittel	4,65	28,65	19,15	8,75
Silbergewicht	3,45	21,85	9,95	5.15

Wie man aus beiden Tabellen ersieht, waren die Blätter bald nach der Silberbelegung noch sehr feucht. Erst nach 6 bis 8 Tagen Aufenthalt im Exsiccator waren sie soweit gerocknet, dass nach ungefähr zwei Monaten kein erheb licher Gewichtsverlust mehr eintrat. Aus den beiden letzten, nahezu übereinstimmenden Gewichtsdifferenzen wurde das Mittel genommen und dann durch Abzug der Anfangsdifferenzen das Silbergewicht abgeleitet.

Aus der Breite und Länge der Streifen und unter der Annahme, dass das spec. Gewicht 10 beträgt[1]), sind hieraus

1) Carey Lea gibt an, dass das spec. Gewicht des Blausilbers 9,58, dasjenige des Goldsilbers nur 8,51 beträgt (Amer. Journ. (3) 38. p. 50).

die durchschnittlichen Dicken *(d)* der Schicht berechnet, die mit der Breite derselben *(b)* in der folgenden Tabelle 4 zusammengestellt sind.

Tabelle 4.

	G_1	G_2	G_3	B_1	B_2	B_3	B_4
b mm	22	15	9	7	22	12	70
d 10^6 mm	68	96	44	39	83	64	41

Von den sieben Streifen wurde jedesmal eine Länge von 100 mm in die Brücke eingeschaltet. Die Goldblätter zeigten eine regelmässige Abnahme des Widerstandes, wie aus der folgenden Tabelle zu ersehen ist.

Tabelle 5.

	G_1	G_2	G_3
17. Juli 91	94,0	118,0	213,0
23. Juli 91	78,2	103,0	139,0
27. Juli 91	72,0	82,8	110,7
7. Aug. 91	63,5	69,5	101,0
20. Aug. 91	52,3	60,5	97,0
23. Dec. 91	49,3	47,0	88,0

Die 4 anderen Streifen hatten zuerst sehr grosse Widerstände. Dann erfolgte eine bedeutende Abnahme. Hierauf blieb der Widerstand einige Zeit constant mit geringen unregelmässigen Schwankungen. Nach nahezu fünf Monaten war indess wieder eine bedeutende Abnahme eingetreten. Ich theile daher nur die folgenden beiden Werthe mit.

Tabelle 6.

	B_2	B_3	B_4	B_5
7. Aug. 91	5360	422,6	131 100	99 850
23. Dec. 91	2410	125,0	50 000	69 000

Mit Benutzung der oben mitgetheilten Zahlen für Breite und Dicke der Blätter, sowie der ungefähr 5 Monate nach der Herstellung gefundenen Widerstände ergeben sich hiernach

Da es hier nur auf eine Schätzung der Dicke abgesehen war, habe ich die obige Zahl für beide Sorten angewandt.

folgenden Zahlen für die Leitungsfähigkeiten, bezogen auf ecksilber als Einheit:

$$G_1: 0{,}140, \quad G_2: 0{,}157, \quad G_3: 0{,}242;$$
$$B_2: 0{,}016, \quad B_3: 0{,}046, \quad B_4: 0{,}003, \quad B_5: 0{,}004.$$

So verschieden diese Zahlen auch für jede einzelne Sorte d, so sind dieselben doch wenigstens für die Goldsilbereifen und für die letzten Blausilberstreifen von ganz veriedener Grössenordnung.

6.

Das beschriebene Verhalten der Silberblätter gegen den ktrischen Strom ist so eigenthümlich, die Leitungsfähigkeit Vergleich zu derjenigen des gewöhnlichen Silbers so klein, s man zunächst geneigt sein wird, den Streifen eine von em homogenen Metall abweichende Constitution zuzuschrei-. Da das Silber nicht frei ist von geringen Beimengungen Salzen oder von organischen Substanzen, so könnte man vorstellen, dass dasselbe in Form von kleineren Molecülppen zwar den weitaus grössten Theil des Leiters bildet, s dieselben aber, durch schlecht leitende oder auch ganz irende Zwischenschichten getrennt, sich stets nur in wenigen ikten berühren, mit einem Wort, dass die beschriebenen enthümlichkeiten auf einer mangelhaften Cohärenz beruhen.

Dem gegenüber steht die Auffassung, dass wir es mit tropen Modificationen des Silbers zu thun haben. Die kliche Existenz solcher Modificationen ist, ausser durch rey Lea, noch vor kurzem durch E. Petersen[1]) darian worden. Eine überwiegende Zahl von Gründen spricht diese Annahme, wenigstens dafür, dass *die Leitungsigkeit hauptsächlich durch die Molecularmodification des Silbers* ingt ist. In allen Fällen, wo sich das Silber äusserlich i gewöhnlichen Silber nähert, nimmt seine Leitungsfähig-

Zunächst kann dies mit der Zeit, ohne äussere Einwirkung, chehen. Blauglänzende Silberstreifen verloren mit der Zeit Glanz und nahmen eine blaugraue Farbe an. Sie leiteten n erheblich besser.

Ferner gibt es, wie schon Carey Lea nachgewiesen hat,

1) E. Petersen, Z. f. phys. Chemie. 8. p. 601—623. 1891.

eine ganze Reihe von Methoden, um das allotrope Silbe
gewöhnliches überzuführen oder demselben zu nähern.

Dies kann bewirkt werden:

1. durch Erwärmung,
2. durch mechanische Einwirkung (Druck),
3. durch intensives Licht,
4. durch elektrische Entladungen,
5. durch Behandlung mit verschiedenen Flüssigk
(Säuren und gewissen Salzlösungen).

Hierdurch wird nicht allein die Farbe des Silbers verä
und in die weisse oder hellgraue des gewöhnlichen Silbers
wandelt. Auch das chemische Verhalten ist ein anderes, we
actives geworden.

Einen Theil dieser Einflüsse in Bezug auf die elektr
Leitungsfähigkeit habe ich untersucht. Ich begnüge mich
das Resultat dieser Untersuchungen kurz dahin zusamm
fassen, dass alle Wirkungen, welche das allotrope Silber
gewöhnlichen nähern, auch seine Leitungsfähigkeit verbes
Ausnahmen kommen nur insofern vor, als in gewissen F
das verwandelte Silber in Pulverform auftritt und dann
haupt nicht mehr leitet.

Auch bei dem Studium dieser Einwirkungen erweist
wieder die Leitungsfähigkeit als ein sehr empfindliches Rea
In vielen Fällen ist äusserlich nicht die geringste Aend
zu bemerken, während der Widerstand bereits ein wese
anderer geworden ist. Ich verzichte hier auf die Anfüh
specieller Fälle, da ich die weitere Besprechung dieses G
standes in einer zweiten Mittheilung zu geben gedenke.

Schliesslich bemerke ich noch, dass meine ursprüng
Idee grössere Widerstände von geringen Dimensionen h
stellen, in ganz unerwarteter Weise sich realisirt hat.
handelt sich jetzt nur noch darum, dieselben so zu präpa
dass sie mit der Zeit keine weiteren, freiwilligen Veränder
erfahren und ihre übergrosse Fmpfindlichkeit gegen äu
Einflüsse verlieren.

Greifswald, den 23. Februar 1892.

VII. *Lichtelectrische Versuche; von J. Elster und H. Geitel.*

I.

Ueber das Verhalten von Alkalimetallkathoden in Geisler'schen Röhren.

In einer früheren Mittheilung[1]) haben wir die Analogien hervorgehoben, welche zwischen den lichtelectrischen und glühelectrischen Erscheinungen bestehen. Das Verhalten einer photoelectrisch empfindlichen Metallfläche im Lichte kann mit dem eines in einer Wasserstoffatmosphäre glühenden Drahtes verglichen werden; beide sind unfähig, eine negative statische Ladung zu bewahren und nehmen von selbst während des Belichtungs- bezw. Glühprocesses eine geringe positive Erregung an. In beiden Fällen wird die Erscheinung durch die Natur des Versuchskörpers sowie des umgebenden Gases beeinflusst, und wie die Temperatur der glühenden Fläche von Belang ist, so auch die Intensität und Farbe des zur Bestrahlung verwandten Lichtes.

In *einer* Beziehung scheinen die lichtelectrischen Vorgänge die einfacheren zu sein, insofern sie — soweit bis jetzt bekannt — nur an der Kathode sich zeigen, während die entsprechenden glühelectrischen beide Arten des unipolaren Verhaltens aufweisen.

Zu den schon seit längerer Zeit bekannten Erscheinungen auf dem letzteren Gebiete gehört die von den Hrn. Hittorf[2]) und Goldstein[3]) aufgefundene Thatsache, dass der Widerstand einer Vacuumröhre vermindert wird, wenn man die negative, aus Platin oder Kohle bestehende Electrode zum Glühen bringt.

Es war zu erwarten, dass auch diese Erscheinung ihr lichtelectrisches Analogon haben würde. Allerdings hatten die

1) J. Elster und H. Geitel. Wied. Ann. 41. p. 166. 1890.
2) Hittorf, Wiedem. Ann. 21. p. 136. 1884.
3) Goldstein, Wied. Ann. 24. p. 83. 1885.

Untersuchungen der Hrn. Wiedemann und Ebert[1]) einen Einfluss ultravioletten Lichtes auf disruptive electrische Entladungen in *stark* verdünnten Gasen nicht erkennen lassen, vielmehr zu dem Ergebnisse geführt, dass mit dem reichlichen Auftreten der Kathodenstrahlen die Einwirkung des Lichtes auf den Verlauf der Entladung unmerklich wird. Da aber, wie auch in diesen Untersuchungen zu Tage trat, bei den lichtelectrischen Erscheinungen nicht nur die Intensität und Wellenlänge des zur Bestrahlung verwandten Lichtes, sondern auch die Natur der Kathodenfläche eine wesentliche Rolle spielt, so schien es uns von Interesse, das Verhalten von Kathoden aus

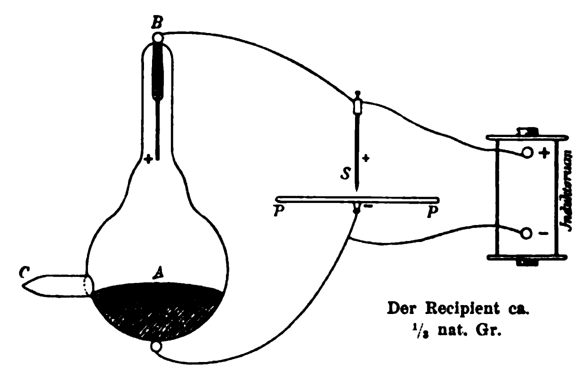


Fig. 1.

den lichtelectrisch empfindlichsten Stoffen, den reinen Alkalimetallen zu prüfen. Man hat dabei, wegen der grossen Empfindlichkeit gegen Licht geringerer Brechbarkeit den Vortheil, Vacuumröhren aus Glas ohne Quarzfenster verwenden und von dem electrischen Bogen als Lichtquelle Abstand nehmen zu können.

Das Verfahren zur Herstellung von Geissler'schen Röhren mit einer Kathode aus reinem Kalium, Natrium oder der flüssigen Kalium-Natriumlegirung ist das schon früher[2]) von uns bei Gelegenheit der Beschreibung der lichtelectrischen Vacuumzellen auseinandergesetzte, es gelingt nach demselben leicht,

1) E. Wiedemann und H. Ebert, Wied. Ann. **35.** p. 217. 1888.
2) J. Elster und H. Geitel, Wied. Ann. **43.** p. 225. 1891.

öhren der nebenstehenden Form (Fig. 1) bei *A* mit einer 3 is 4 mm hohen Schicht blanken Alkalimetalles in einer Atmo- phäre verdünnten Wasserstoffs zu füllen. Nachdem der Recipient n der Quecksilberluftpumpe evacuirt ist und zwar mindestens bis ır deutlichen Entwicklung der Kathodenstrahlen beim Hindurch- iten des Stromes eines kleinen durch *ein* schwaches Zinkkohlen- lement betriebenen Ruhmkorff'schen Apparates von 2 cm ormaler Schlagweite (entsprechend einem Gasdrucke von etwa ,01 mm Quecksilber), wird er durch Abschmelzen bei *C* von der- elben getrennt. Er ist nun zur Herstellung des Versuchs verwend- ar. Man macht *A* zur Kathode des Oeffnungsstromes desselben leinen Inductoriums und schaltet zugleich eine Funkenstrecke in reier Luft als Nebenschliessung ein, indem man *A* mit einer Metallplatte *P*, *B* mit einer gegen diese verschiebbaren feinen Spitze *S* leitend verbindet. Ist der Recipient leer genug, so kann man es im dunkeln Zimmer durch Verschieben der Spitze *S* erreichen, dass die Entladung bei *S* in Gestalt eines etwa 1—4 mm langen Funkenstroms übergeht. Lässt man nun Sonnen- oder Tageslicht oder auch genügend kräftiges künst- iches Licht auf die Alkalimetallfläche bei *A* fallen, so setzt ler Funkenstrom bei *S* aus, und die Entladung nimmt ihren Weg durch den Recipienten. Beschattet man *A*, so treten ofort die Funken bei *S* wieder auf. Der Versuch ist dem- ach in der That ein Analogon des von Hrn. Goldstein eschriebenen, bei welchem dieselben Erscheinungen durch lühen und Erkaltenlassen der Kathode hervorgerufen werden. an kann leicht durch vorsichtiges Zurückziehen der Spitze *S* ne Lage finden, bei welcher der Strom nahezu mit gleicher eichtigkeit bei *S* oder in dem Recipienten auftritt. In eser empfindlichen Stellung genügen schon schwache Licht- ıellen, wie eine an *A* nahe herangebrachte Leuchtgas- amme, um die vereinzelten Funken bei *S* zum Verschwinden ı bringen. —

Indessen treten bei langer Ausdehnung oder oftmaliger Wiederholung des Versuchs Störungen ein, die schliesslich das Gelingen desselben in Frage stellten. Die Alkalimetallfläche erstäubt ziemlich stark als Kathode, in Folge dessen bildet ich auf der Glaswand des Recipienten ein das Licht absor- birender Anflug. Zugleich überzieht sich das Metall selbst

mit einer in den Farben dünner Blättchen gefärbten Schicht und verliert dadurch seine Lichtempfindlichkeit fast ganz. Der erstgenannte Uebelstand scheint, bei Verwendung reinen Kaliums oder Natriums unvermeidlich zu sein, den letzteren kann man durch Erwärmen des Recipienten bis 100° C. und Schütteln des geschmolzenen Metalles, wodurch die bedeckende Schicht zerrissen wird, beseitigen.

Bequemer ist der Gebrauch der flüssigen Na K-Legirung in Doppelröhren der in Fig. 2 abgebildeten Form. Zwei kugelförmige Recipienten tragen in den Rohransätzen bei A_1 und A_2 die Anoden aus Aluminiumdraht, bei K_1 und K_2 zwei kurze eingeschmolzene Platindrähte. Sie sind durch ein Glasrohr verbunden, das in der Mitte durch eine Scheidewand mit einer Oeffnung O von etwa 1 mm Durchmesser abgeteilt ist. Der evacuirte Apparat enthält in der einen Abtheilung eine den Draht K_1 völlig überdeckende Menge der Na K-Legirung. Ist deren Oberfläche bei längerem Gebrauche unempfindlich geworden, so lässt man sie in den Nachbarrecipienten übertreten, man kann es durch Vorsicht bewirken, dass keine Verunreinigungen durch die Oeffnung O gehen. Ist dann auch die neue Fläche nicht mehr brauchbar, so lässt man zunächst alles Metall in einem Recipienten zusammenlaufen und holt aus dem anderen nach und nach alle Unreinigkeiten heraus, indem man kleine Quantitäten des Metalles durch O eintreten und wieder zurücklaufen lässt, nachdem man die Wände des Recipienten damit rein abgespült hat. Ist dies geschehen, so leitet man schliesslich durch vorsichtiges Neigen des Apparates das blanke Metall in den gereinigten Recipienten hinüber.

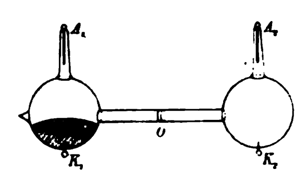


Fig. 2.

Es scheint, dass die flüssige Na K-Legirung als Kathode durch einen mässigen Strom nicht merklich zerstäubt wird. Im allgemeinen ist es zu empfehlen, den Strom des Inductoriums *schwach* zu wählen.

II.

Bemerkungen zu dem Verhalten der lichtelectrischen Zerstreuung im magnetischen Felde.

Die Erregung eines magnetischen Feldes um eine vom Lichte getroffene Kathode hat, wie wir unlängst mittheilten[1]), im allgemeinen die Wirkung, die lichtelectrische Zerstreuung aufzuhalten. Bei genauerem Studium dieser Erscheinung mit Hülfe von stark lichtempfindlichen Kathodenflächen in kleinen Recipienten, die sich leicht in beliebige Lage zu den magnetischen Kraftlinien bringen lassen, bemerkt man indessen, dass diese Wirkung des magnetischen Feldes wesentlich von dem Winkel der magnetischen Kraftlinien gegen die Richtung

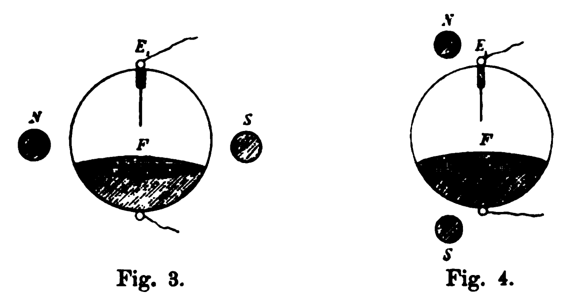


Fig. 3. Fig. 4.

des photoelectrischen Stromes abhängt. Figur 3 und 4 stellen eine metallisches Natrium enthaltende Vacuumzelle dar, F ist die blanke Metallfläche, die Electrode E_1 steht mit der Erde und der Hülle E_2 mit den Aluminiumblättchen des calibrirten Electroscopes und dem negativen Pole einer Trockensäule in Verbindung. NS sind die Pole eines Hufeisen-Electromagneten. In der Stellung der Figur 3 hat die Erregung des Magneten im Lichte ausnahmslos dieselbe Wirkung wie Beschattung der Alkalimetallfläche, d. h. die Aluminiumblättchen divergiren stärker als zuvor; in Stellung Figur 4 ist dieser Einfluss weit weniger merkbar, ja es ist möglich, bei mässiger Lichtintensität und schwacher Erregung des Magneten selbst eine geringe *Abnahme* der Divergenz im magnetischen Felde zu erzielen. Der Versuch zeigt demnach, dass, wie es für die übrigen

1) J. Elster u. H. Geitel, l. c.

Formen der Gasentladung bekannt ist, auch der photoelec
Strom den stärksten Widerstand senkrecht zur Richtu
magnetischen Kraftlinien findet.

Wir theilen folgende Versuchsreihen mit:

Lichtelectrische Versuche im magnetischen Feld(

18. August 1891. Lichtquelle: Tageslicht. Lichtempfi
Fläche: Metallisches Natrium in verdünnter H-Atmos
geladen durch 2 Trockensäulen von je 300 Volt Spann

Tabelle.

		Divergenz in Scalentheilen	Volt	Dif
	I. Helles Tageslicht.			
A	1. Magnet nicht erregt:	13,1	133	
	2. Magnet erregt (Kraftlinien ⊥ zur Stromesrichtung):	32,0	240	+
B	1. Magnet nicht erregt:	13,8	138	
	2. Magnet erregt (Kraftlinien # zur Stromesrichtung):	16,5	156	+
	II. Tageslicht gedämpft, schwaches Magnetfeld.			
A	1. Magnet nicht erregt:	28,0	217	
	2. Magnet erregt (Kraftlinien ⊥)	Maximum d. Divergenz	250	
B	1. Magnet nicht erregt:	31,0	232	
	2. Magnet erregt (Kraftlinien #):	29,0	222	
	III. Licht wieder verstärkt.			
A	1. Magnet nicht erregt:	18,0	165	
	2. Magnet erregt (Kraftlinien ⊥):	34,0	245	
B	1. Magnet nicht erregt:	19,5	174	
	2. Magnet erregt (Kraftlinien #):	20,1	176	

Es zeigt sich deutlich, dass für die Stellung ⊥ (
des Electroscopes höher ist als für die Stellung
lässt sogar eine geringe Abnahme der Diverger
des Widerstandes im Recipienten) bei Erregung
in der Parallelstellung erkennen.

Die zu einer Reihe gehörigen Beobachtung
schiedenen Lagen des Recipienten zu den Pole

(*A* und *B*) sind unter sich nicht vergleichbar, weil bei einer Verschiebung desselben eine Aenderung in der Intensität des ihn treffenden Lichtes unvermeidlich ist.

III.

Ueber die Messung photoelectrischer Ströme in Kaliumzellen mittelst des Galvanometers.

Wir hatten uns bei dem Studium der lichtelectrischen Erscheinungen, über die wir in letzer Zeit berichteten, bis vor kurzem auf das Electrometer als Messapparat beschränkt, und zwar verwandten wir für niedrige Potentialdifferenzen das Thomson'sche Quadrantelectrometer, für höhere das Exner'sche calibrirte Electroscop. Es schien uns unzweifelhaft, dass der Austritt negativer Electricität aus einer belichteten Alkalimetallkathode im Vacuum auch galvanometrisch nachweisbar sein würde, und zwar sowohl, wenn man die Vacuumzelle in den Schliessungskreis einer galvanischen Batterie einschaltete, oder auch, wenn ihre Electroden unmittelbar mit den beiden Enden des Galvanometerdrahtes verbunden wären. Im ersteren Falle würde die Zelle bei Belichtung der Alkalimetallfläche ein electrisches Leitvermögen, im zweiten ausserdem eine photoelectromotorische Kraft zeigen.

Unter Anwendung ultravioletten Lichtes sind diese Erscheinungen schon von Hrn. Stoletow[1]) u. a. studirt worden; das Unterscheidende unserer Versuche liegt darin, dass sie sich auf Licht von relativ grosser Wellenlänge, das auch physiologisch wirksam ist, beziehen und auch in Betreff der Intensität desselben keine hohen Anforderungen stellen.

Zur Erhöhung der Empfihdlichkeit der Kaliumzellen haben wir kürzlich bei ihrer Herstellung drei Neuerungen angebracht:

1. Wir verwenden jetzt die Alkalimetalle erst, nachdem sie einer Reinigung von flüchtigen Kohlenwasserstoffen (herstammend aus dem Petroleum, in dem sie aufbewahrt wurden) dadurch unterzogen sind, dass sie in einem trockenen Strome von reinem Wasserstoff geschmolzen und längere Zeit bis zum theilweisen Verdampfen erhitzt wurden.

1) Stoletow, Beibl. 12. p. 605. 1888.

2. Es wurde durch besondere Versuche möglichst genau der Druck zu ermitteln gesucht, bei welchem das die Recipienten erfüllende verdünnte Wasserstoffgas das Maximum seiner electrischen Leitfähigkeit zeigte. Es ergab sich dieser zu 0,33 mm Quecksilber. War diese Verdünnung erreicht, so wurde der Apparat von der Töpler-Hagen'schen Quecksilberluftpumpe abgeschmolzen.

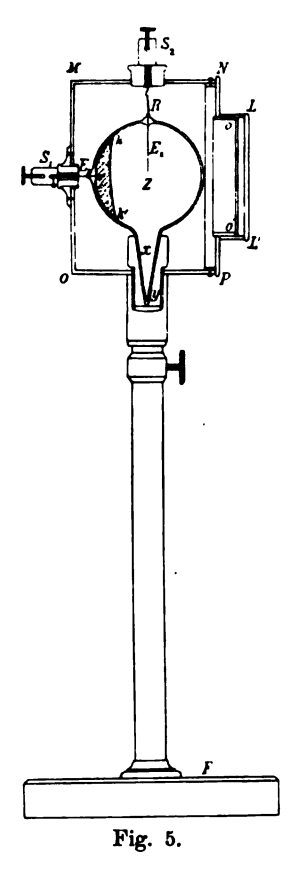


Fig. 5.

3. Bei einem der neueren Apparate wurden die Dimensionen und damit auch die Oberfläche der lichtelectrisch wirksamen Kaliumschicht erheblich vergrössert.

Während nämlich der Radius der bis dahin verwandten kugelförmigen Recipienten etwa 2 cm betrug (Form *A*), haben wir in letzter Zeit einen solchen von ca. 3 cm Radius hergestellt. (Form *B*.) Bei diesem ersetzten wir zugleich die geradlinigte Aluminium-Anode durch einen Ring aus dem gleichen Metall.

Auch bei Verwendung des Galvanometers ist es, wie bei den früheren Versuchen, nothwendig, die lichtempfindliche Zelle in einen völlig lichtdichten Behälter einzuschliessen.

Wir benutzen dazu dass schon früher von uns beschriebene[1]) und empfohlene Statif (Fig. 5).

Die lichtempfindliche mit metallischem Kalium beschickte Zelle *z* (Form *A*) ist mittelst des Fortsatzes *x* in einem cylindrischen Ebonitstück *y* festgekittet, das in den ebenfalls cylindrischen Metallmantel *MNOP* eingefügt ist.

Dies Metallgehäuse ist eingehängt in einen (in der Figur

1) Officielle Ausstellungszeitung der electrischen Ausstellung. Frankfurt. a. M. Nr. 15. p. 452. 1891.

nicht gezeichneten) Metallbügel, der gestattet, die Axe des Apparates sowohl in der Horizontal- wie Verticalebene zu bewegen.

Der lichtempfindlichen Fläche KK' gegenüber befindet sich eine kreisrunde, durch eine Spiegelglasplatte verschlossene Oeffnung OO', welche den Zutritt des Lichtes, wenn erwünscht, ermöglicht; für gewöhnlich wird der Apparat durch die Metallkapsel LL_1 geschlossen gehalten. Die vom Gehäuse isolirte Klemmschraube S_1 ist leitend mit der Platinelectrode E_1 verbunden, die mit dem Kalium der Zelle sicheren Contact hat. Die Klemmschraube S_2, ebenfalls durch Ebonit isolirt, steht durch die Platinspirale R mit der frei in den Gasraum hineinragenden Aluminiumelectrode E_2 in Verbindung. Alle inneren Drahtbefestigungen sind sorgfältig verlöthet. Das Metallgehäuse ist mit einem schweren metallenen Fusse F versehen; der Apparat besitzt daher eine genügende Stabilität.

Zur Messung der Intensität der photoelectrischen Ströme verwandten wir ein Rosenthal'sches Galvanometer (Empfindlichkeit nach den Angaben der Verfertiger Hartmann und Braun: 1 Scalentheil gleich 10^{-10} Amp. bei 1,45 m Scalenabstand und 318 Ohm Widerstand der Multiplicatorrollen). Der Strom im Multiplicator konnte durch eine Wippe commutirt werden; die im Folgenden angegebenen Ablenkungen sind also Doppelausschläge; der Scalenabstand betrug bei unseren Versuchen 2 m.

Verbindet man nun die Enden des Galvanometerdrahtes mit den Schrauben S_1 und S_2, so ergibt sich auch ohne Einschaltung irgend eines galvanischen Elementes eine Ablenkung der Nadel aus ihrer Ruhelage, sobald die lichtempfindliche Fläche kk_1 intensiv belichtet wird. Diese durch Belichtung zwischen den beiden verschiedenen Metallen der Vacuumzelle auftretende Potentialdifferenz war für uns auf electrometrischem Wege nicht nachweisbar gewesen. Die Stromintensität ist deutlich messbar; im Sonnenlichte werden Ablenkungen bis zu 20 Scalentheilen beobachtet. Schaltet man in den Stromkreis ein Normaldaniell (EK = 1,04 Volt) so ein, dass der negative Pol mit der Kaliumfläche leitend verbunden ist, so ergibt sich bei Form A eine constante Ablenkung von 80, bei Form B eine solche von 110 Scalentheilen; ein Bunsen-Element liefert bei

Form *A* eine Ablenkung von etwa 144 Scalentheilen. Verwendet man statt normal einfallenden Sonnenlichtes das Licht des Zenithes, so sinkt die Intensität des spontanen Stromes auf etwa 2, die bei Einschaltung eines Bunsen-Elementes auftretende auf 14 Scalentheile herab. Ersetzt man letzteres durch eine Trockenbatterie von 100 Thor-Elementen, so erzielt man immerhin noch Ablenkungen bis zu 400 Scalentheilen.

Die Wirkung von Kohlenwasserstoffflammen ist wegen des spärlichen Gehaltes ihres Lichtes an brechbaren Strahlen weit schwächer. Belichtung der mit dem negativen Pole der Trockenbatterie leitend verbundenen Kaliumfläche durch eine in 10 cm Entfernung aufgestellte Petroleumlampe verursachte bei Form *A* eine Ablenkung von 10, bei Form *B* eine solche von 110 Scalentheilen; in 1 m Entfernung war jedoch bei beiden Apparaten eine Einwirkung nicht mehr deutlich wahrnehmbar.

In allen den angeführten Fällen waren Störungen selbst bei Einschaltung hoher electromotorischer Kräfte ausgeschlossen; denn sobald dem Lichte durch Aufsetzen der Kapsel $L L_1$ der Zutritt abgeschnitten wurde, ging die Nadel sofort in die Ruhelage zurück.

Es muss noch bemerkt werden, dass die für Sonnen- und Zenithlicht gemachten Angaben sich auf wolkenlosen Himmel und eine mittlere Erhebung der Sonne von 45 bis 46 Grad über dem Horizonte beziehen; und ferner, dass bei den Beobachtungen mit Sonnenlicht diese insofern erschwert werden, als die Galvanometernadel nie ganz ruhig steht, sondern fortwährend kleine Schwankungen ausführt, die offenbar durch die immer wechselnde Transparenz der Atmosphäre bedingt werden.

Der Vollständigkeit wegen fügen wir noch hinzu, dass die Vergrösserung des electrischen Widerstandes, verursacht durch Einbringung der Apparate in ein magnetisches Feld, ebenfalls mit dem Galvanometer ohne Schwierigkeit nachweisbar ist.

Resultate.

1. Der Widerstand einer Geissler'schen Röhre gegen die leuchtende Entladung eines Inductoriums wird vermindert, wenn man die aus einem reinen Alkalimetall gebildete Kathodenfläche dem Lichte aussetzt. Die Erscheinung tritt besonders

deutlich bei geringem Gasdrucke (0,1 bis 0,01 mm Quecksilber) ein.

2. Der Widerstand, den ein verdünntes Gas dem photoelectrischen Strome in einem magnetischen Felde entgegensetzt, ist am grössten in der Richtung senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien.

3. Die durch Beleuchtung einer Alkalimetallkathode mit beliebigen Lichtquellen bewirkten Aenderungen des Widerstandes einer Vacuumzelle lassen sich galvanometrisch messen.

Wolfenbüttel, April 1892.

VIII. *Electromotorische Kräfte zwischen verschieden gekrümmten Quecksilberelectroden i einer Quecksilbersalzlösung; von Th. Des Coudres.*

Membranen wie Pergamentpapier sind durchlässig f Electrolyte, undurchlässig für makroscopische Quecksilbe massen. Ebenso wirken genügend feine Glascapillaren. hat daher einen Sinn in der Sprache der alten Contacttheo zu fragen: ist der hydrostatische Druck von Einfluss auf Stellung des Quecksilbers in der Volta'schen Spannungsreih Lässt sich aus verschieden stark comprimirtem Quecksilber u aus Quecksilbersalzlösung ein (von der Concentrationspola sation abgesehen) constantes galvanisches Element zusamme setzen? Unabhängig von jeder speciellen Theorie über electrisc Vorgänge können wir auf Grund des Satzes von der Erhaltu der Energie nicht nur mit ja antworten, sondern die electı motorische Kraft in Rede stehenden Elementes auch numeris voraus berechnen.

§ 1.

In der umstehenden Figur ist das Quecksilber sta die Quecksilbersalzlösung schwach schraffirt. Alle Wandung bestehen aus Glas, die Oeffnung bei a sei capillar; die Plat drähte r und s seien isolirt zum Quecksilber geführt. U q g Quecksilber von B nach A zu transportiren ist unter E führung der Gravitationsconstanten g die Arbeit

$$q \cdot g \cdot h \tag{1}$$

erforderlich, mag man die Quecksilbermenge um die Höhe nach a hinaufheben oder sie bei a hineinpressen. F $h = 10^6 : g \,.\, 13{,}6$ cm hat diese Arbeit den Werth

$$\frac{q}{13{,}6} \,.\, 10^6 \text{ Erg.} \tag{2}$$

Beim Uebergange eines Coulomb's Electricität zwisch A und B in der einen oder andern Richtung werden zu gleich

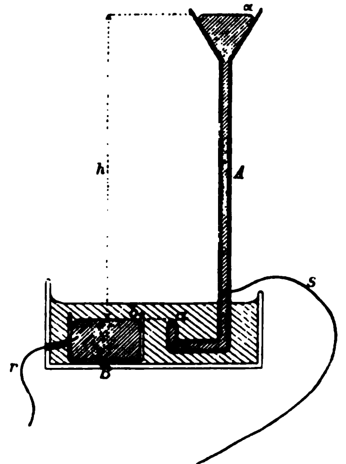
eit 0,001037 g Quecksilber in Richtung des positiven Stromes itgeführt, beziehungsweise 0,002074 g, je nachdem der Electro- t ein Oxyd- oder ein Oxydulsalz des Quecksilbers ist. Die rch den Uebergang eines Coulomb's von B nach A geleistete ctrische Arbeit beträgt aber

$$E_{ab} \,.\, 10^7 \text{ Erg}$$

an E_{ab} die in Volt gemessene Potentialdifferenz zwischen ınd a bedeutet.

Wir haben die mechanische und die electrische Arbeit ich zu setzen und erhalten für $q = 0{,}002074$ (d. h. für den ll eines Oxydulsalzes)

$$E_{ab} \text{ pro Megadyne} = \frac{0{,}0_82074}{13{,}5956\,(1 - \beta\, t)} \text{ Volt}$$



ist der Ausdehnungscoefficient Quecksilbers, t sind die Celsius- rmometergrade, 13,5956 die hte des Queksilber bei 0°.

Für Zimmertemperatur beträgt electromotorische Kraft pro nosphäre Druckunterschied also a 15,3 Mikrovolt.

§ 2.

Zum selben Resultate führt in anschaulicherer Weise rnst's Hypothese von der elec- motorischen Wirksamkeit der ıen.[1]) Ihr zu Folge ist die Potentialdifferenz zwischen issigkeit und Metall an umkehrbaren Electroden durch össen charakterisirt, die Nernst wegen ihrer vielseitigen alogie mit der Spannkraft gesättigter Dämpfe „electrolytische sungstensionen" genannt hat. Können auf diese Tensionen h die Thomson'schen Betrachtungen über die Abhängig- t der Spannung gesättigten Dampfes von der Flüssigkeitsober- henkrümmung angewandt werden? In der That, ist speciell Schlussweise, durch welche R. v. Helmholtz[2]) zur Formel

1) Nernst, Ztschr. f. phys. Chemie 4. p. 129—181. 1889.

2) R. v. Helmbolz, Wied. Ann. 27. p. 522—525. 1886.

$$\log \frac{p(r_a)}{p(r_b)} = \frac{2T}{R.s.\vartheta}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right) \tag{5}$$

gelangt ist, ebenso zulässig wenn $p(r_a)$ und $p(r_b)$ als Lösungstensionen zweier Quecksilberelectroden von den mittleren Krümmungen $1/r_a$ und $1/r_b$ gedeutet werden. R ist die Gasconstante $(P.V/\vartheta)$, T der Capillaritätscoefficient (die Oberflächenspannung pro Krümmungseinheit in absolutem Maass), s das specifische Gewicht, ϑ die absolute Temperatur des Quecksilbers.

Für E_{ab} aber gibt uns Nernst's Theorie:

$$\left\{\begin{aligned} E_{ab} &= 0{,}0_4 86\, \vartheta \log \frac{p_a}{p_b} \text{ Volt} \\ &= (\tfrac{1}{2} R.g.10.q.10^{-8})\, \vartheta \log \frac{p(r_a)}{p(r_b)} \text{ Volt}. \end{aligned}\right. \tag{6}$$

Wir substituiren in dieser Gleichung für $\log p_a/p_b$ den Ausdruck (5), berücksichtigen, dass $1/r_a - 1/r_b$ der Capillaritätstheorie zur Folge $= s\,h/T$ ist und setzen wieder $h = 10^6/g$ so dann erhalten wir

$$E_{ab} = \frac{q.10^{-1}}{s} \text{ Volt} \tag{7}$$

Das aber ist in der That die Relation (4).

§ 3.

Bei der Empfindlichkeit der heutigen Spiegelgalvanometer kann unser Effect schon mit ganz geringen Drucken und ohne jeden besonderen Apparat qualitativ nachgewiesen werden.

Man ersetzt die Capillare eines mit Manometer nnd Druckvorrichtung versehenen Lippmann'schen Electrometers gewöhnlicher Form durch eine Pergamentpapiermembran. Zu einer Befestigung, welche den Druck aushält, eignet sich Siegellack. Sicherheitshalber kann man das Papier vorher mit destillirtem Wasser auskochen sowie mit der $HgNO_3$-lösung welche nachher als Electrolyt für die Versuche dienen soll.

Entsprachen der electromotorischen Kraft von $0{,}0_3 1$ Volt 38 Scalentheile Galvanometerausschlag, so wurden in einer regelmässig verlaufenden Versuchsreihe z. B. bei den

Drucken	36	40	42	46	52	113	cm
die Ausschläge	2,8	3,6	3,6	4,0	5,0	7,8	Scalentheile erhalten
während	2,7	3,0	3,2	3,5	4,0	8,7	die berechneten

erthe sind. Die Druckänderungen wirkten also hier in der rausgesetzten Weise.

Für höhere Drucke schien das Experiment allerdings im-

ɜr ausgesprochener electromotorische Kräfte zu liefern, welche einer waren, als der Formel (4) entsprechen würde. Aber aerseits konnten mit den beschriebenen einfachen Zurüstungen »solute Zahlenwerthe von genügender Constanz und Zuverssigkeit überhaupt nicht erhalten werden. Besonders die emperaturänderungen des Quecksilbers bei plötzlicher Com'ession und Dilatation mochten störend wirken, ebenso die archbiegung der Membran. Zum Andern bedarf auch die ıeorie noch der Ergänzung bevor ihre genauere quantitative üfung an der Erfahrung Erfolg verspricht. Der Einfachheit · Darstellung halber sahen wir ja ganz ab von den Concentionsänderungen im Electrolyten und von der Wanderung · negativen Ions beim Fliessen eines Stromes. Möglicher ›ise ist diese Vernachlässigung jedoch nicht erlaubt. Es ınten sich ja auch die NO_3-Ionen innerhalb des Molecular·kungsbereiches verschieden gekrümmter Quecksilberober:hen unter verschiedenen Bedingungen befinden. Ueberdies rde bei Quecksilbernitratlösungen noch auf den Gehalt an ier Salpetersäure (H Ionen) Rücksicht zu nehmen sein.

Spielen bei der beschriebenen Versuchsanordnung für ɜ zu Stande kommen eines asymptotisch constant werıden galvanischen Stromes die Diffusionsvorgänge im ɜctrolyten eine wesentliche Rolle, so tritt dazu weiter die ffusion des Zinks in's Innere der Electrode, falls wir sern Apparat mit Zinkamalgam und Zinkvitriol beschicken. e Arbeiten von Pellat[1]) und Paschen[2]) über tropfende aalgame deuten darauf hin, dass hier in der That recht :wickelte Verhältnisse obwalten müssen.

§ 4.

So lange exacte Messungsresultate in genügend grossem ıckintervalle und mit verschiedenen Electrolyten noch nicht rliegen, so lange empfiehlt es sich theoretische Betrachıgen principieller Natur zurückhalten. Darauf dagegen liesse

1) Pellat, Compt. rend. **108.** p. 607. 1889.

2) Paschen, Wied. Ann. **41.** p. 186. 1890 u. **43.** p. 568. 1891.

sich vielleicht noch hinweisen, dass der Strom beim Verbi
den der Drähte r und s zugleich aufgefasst werden kann a
ein indirecter experimenteller Nachweis der electromotorisch
Kräfte, welche im Innern eines Electrolyten durch die Schwe
geweckt werden.

Schon vor sechzehn Jahren hat Colley[1]) diese Potenti
differenz theoretisch erschlossen und experimentell demonstrirt

Wir denken uns das ganze Schema der Figur, d. h.
Quecksilbermassen A und B vollständig unter $Hg NO_3$-Lösu
gesetzt, dann kann zwischen a und α kein dauernder Str
bestehen. Es wäre das ein perpetuum mobile. Zwische
und s aber herrscht eine nicht compensirte Potentialdiffere
also muss auch bei beliebiger Verbindung von α und b du
einen Leiter erster Classe ein Strom circuliren, unterhal
durch die Arbeit, welche das von α nach b in Ionenfo
„fallende" Quecksilber leistet.

Auch hier versagt die Lösungstensionshypothese nicht.
Nernst führt die Gravitation selbst auf in seiner Liste der Krä
welche eine Verschiebung der Ionen in ihrem Lösungsmi
hervorbringen.[3]) Quecksilbermengen, zwischen denen im lee
Raum bei allenthalben constanter Temperatur-Destillation
der einen oder anderen Richtung stattfinden würde, haben
einer Quecksilbersalzlösung verschiedenes Potential. Zwisc
zwei Flüssigkeitsoberflächen von gleicher Temperatur fin
aber immer Destillation statt, solange nicht

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = \frac{s \cdot h}{T} \tag{8}$$

das heisst, solange nicht die Differenz ihrer mittleren Krü
mungen gleich ist dem Producte von Flüssigkeitsdichte u
Verticalabstand der Oberflächen dividirt durch die Capilla
tätsconstante.

Leipzig, Physikalisches Institut, April 1892.

---

1) Colley, Pogg. Ann. 157. p. 370. 1876.

2) Dass die Versuche nicht nach jeder Richtung hin befriedig
ausfallen konnten, lag an den Schwierigkeiten, welche die Verwend
fester (Silber-)Electroden mit sich brachte; ausserdem aber glaubte Col
mit einem primären Strome (J) arbeiten zu müssen (er probirte es so
mit Wechselströmen), während die gesuchte elektromotorische Kraft d
auch nach seinen eigenen Rechnungen für $J = o$ ebenso gut vorhanden

3) Nernst, Zeitschr. f. phys. Chemie 2. p. 636. 1888.

IX. *Ueber die Verwendung des Manganin zu Widerstandsrollen; von Milthaler.*

Bei Gelegenheit der Anfertigung von Widerstandskästen aus Manganin, einer Legirung von Kupfer (83 Proc.), Nickel (4 Proc.) und Mangan (13 Proc.)[1]) mit hohem specifischen Widerstand und sehr kleinem, negativen Temperaturcoefficienten, untersuchte ich die physikalischen Eigenschaften dieses neuen Materials genauer, insbesondere sein Verhalten gegenüber regelmässig abwechselnden Erhitzungen und Abkühlungen; ich will im Folgenden kurz hierüber berichten.

Aus Manganindraht von 0,50 mm und 0,25 mm Durchmesser war eine Anzahl Rollen gewickelt, deren Widerstand zwischen 5 S.E und 30 S.E schwankte. Nach einigen orientirenden Vorversuchen wurde ein Theil dieser Rollen $1^1/_2$ stündigen Erhitzungen auf 100°, ein anderer $2^1/_2$ stündigen von etwa 130° ausgesetzt. Die Erhitzungen auf 100° geschahen in einem Dampfapparat mit doppelter Wandung, wie er zur Bestimmung des Siedepunktes von Thermometern benutzt wird; die Rolle war dabei in eine Glasröhre eingeschlossen. Der Widerstand derselben wurde vor der Erhitzung bei Zimmertemperatur und dann während der Erhitzung bestimmt, sobald er constant geworden, was meist schon nach einer Stunde eintrat; nach $1^1/_2$ stündiger Erhitzung wurde die Rolle aus dem Dampfapparat genommen und kühlte langsam ab. Es wurden gewöhnlich am Tage zwei Erhitzungen vorgenommen, jedoch wurden auch zwischen einzelnen Erhitzungen längere Pausen gelassen, um den Einfluss derselben zu studiren. Die Erhitzungen auf die höhere Temperatur geschahen in einem Luftbade; sie fanden täglich nur einmal statt, $2^1/_2$ Stunden lang, und es wurde nur der Widerstand der abgekühlten Rolle gemessen. Da das Luftbad mit keinem Thermostaten verbunden war, so schwankte die Temperatur in den Grenzen

1) Feussner, Electrotechnische Zeitschrift, Band XIII. S. 99 (1892).

von 5°; im Mittel betrug sie, mit wenigen Ausnahmen (vgl. Tabelle III, 5., 13. und 14. Erhitzung) 130°.

Zur Widerstandsbestimmung diente ein Differentialgalvanometer nach Wiedemann mit Siemens'schem Glockenmagneten. Da der Widerstand des Galvanometers verhältnissmässig klein war, so wurde einerseits der zu untersuchende Draht und die eine Galvanometerrolle hintereinander geschaltet, und andererseits der Widerstandskasten und die andere Galvanometerrolle. Zur genauen Abgleichung fand die Verzweigung au einer Messbrücke mit 1 mm dickem Neusilberdraht statt sodass 1 mm Verschiebung einer Aenderung des Widerstande um 0,0004 S.E entsprach. Das Differentialgalvanomete wurde vorher durch eine Hilfswindung genau auf gleich Wirkung und vor jeder Beobachtung auf gleichen Widerstan eingestellt. Das Auftreten thermoelectrischer Kräfte konnt leicht dadurch festgestellt werden, dass der Strom erst in eine Richtung und unmittelbar darauf in der entgegengesetzte durch das Galvanometer geschickt wurde; sie blieben währen des Verlaufes der ganzen Untersuchung verschwindend klein. Al Stromquelle dienten, da bei dieser Methode der Strom imme nur ganz kurze Zeit geschlossen zu werden braucht, dr Gassner'sche Trockenelemente, wodurch die Beobachtunge sehr bequem wurden. Die Genauigkeit der einzelnen Messun beträgt 1/40000, d. h. die Zahlen der Tabelle I und III sin bis auf 3 Einheiten, die der Tabelle II bis auf 5 Einheite der 4. Decimale genau. Anfänglich wurde zur Widerstand abgleichung ein Kasten von Hartmann und Braun mit Ne silberrollen benutzt, dessen Temperaturcoefficient durch einig Versuchsreihen zu + 0.00030 gefunden war; ausserdem wur der benutzte Widerstandskasten, um etwaige Veränderung festzustellen, von Zeit zu Zeit mit einigen Manganinrollen ve glichen, die zu den Vorversuchen gedient hatten und dur eine grosse Reihe von Erhitzungen unveränderlich gemac worden waren. In den während der Monate, Juli, Augus September 1891 angestellten Beobachtungsreihen, von denen ei in der Tabelle I enthalten ist, blieb der Kasten vollkomm unverändert, zumal da in dem nach Norden gelegenen Arbeit zimmer während dieser Zeit eine ziemlich constante Temp ratur herrschte, aber im October zeigte er plötzlich gros

Unregelmässigkeiten: es wurde nämlich schwierig, die Galvanometernadel auf Null zu bringen. Wenn man den Nullpunkt gefunden zu haben schien, und dann den Strom auf kurze Zeit schloss, fing die Galvanometernadel an, sich unregelmässig zu bewegen, bald nach der einen Seite und bald nach der andern auszuschlagen, und diese Unregelmässigkeiten wurden um so stärker, je länger der Strom hindurchging. Anfangs wurden thermoelectrische Störungen vermuthet, genauere Untersuchungen deckten aber eine andere Ursache auf: die Rollen des benutzten Widerstandskastens waren nämlich nicht paraffinirt und es hatte sich wahrscheinlich auf der Seidenumspinnung eine Flüssigkeitsschicht niedergeschlagen; diese wirkte nun genau so, wie eine als Nebenschluss geschaltete electrolytische Zelle. Wenn Strom hindurchging, wurde die Zelle polarisirt und dadurch der Widerstand scheinbar vergrössert. Diese Störung konnte dadurch, dass der Kasten erwärmt, z. B. in die Sonne gesetzt wurde, beseitigt werden, stand er dann aber einige Zeit wieder im Beobachtungsraum, so traten dieselben Unregelmässigkeiten auf. Das Interesse, das diese für mich neue Erscheinung mir einflösste, bewog mich, ausser den sämmtlichen Rollen des Widerstandskastens, auch noch andere im Institut vorhandene Rollen z. B. von Inductionsapparaten, Telephonen u. s. w. nach dieser Richtung hin zu untersuchen: ich fand sie fast alle polarisirbar und besonders stark trat diese Eigenschaft bei einigen Rollen von kleinem Widerstande hervor. Geschieht die Widerstandsbestimmung wie hier, nach einer Nullmethode, so bleiben die Unregelmässigkeiten, da ja der Strom immer nur sehr kurze Zeit geschlossen wird, leicht unbemerkt, und die Bestimmungen können dadurch sehr fehlerhaft werden; bei einigen Rollen betrug die durch Polarisation entstandene scheinbare Vergrösserung des Widerstandes 10 Proc. des wahren Werthes. Diese Thatsachen sind, wie ich nach Abschluss meiner hierauf bezüglichen Untersuchungen fand, schon von Mendenhall[1]) beobachtet und von B. Thomas[2]) bestätigt. Um nun diese Fehlerquellen zu vermeiden, nahm ich statt des Hartmann'- und Braun'schen Kastens, einen

1) Mendenhall, Telegraphic Journal and Electrical Review. **19.** p. 326 (1886).

2) B. Thomas, Electrotechnische Zeitschrift. 8. p. 202 (1887).

von Siemens, dessen Rollen paraffinirt waren. Hier trat abe jetzt eine andere Schwierigkeit auf: die in dem Beobachtungs zimmer stattfindenden Temperaturschwankungen von etwa (verhinderten, dieselbe Genauigkeit wie im Sommer zu erreichei es konnte nur eine Genauigkeit von $^1/_{2000}$, also nur $^1/_{20}$ d früheren erzielt werden. Als dann das Zimmer, in dem d Beobachtungen stattfanden, Tag und Nacht geheizt und dadur die Temperaturschwankung auf die Hälfte, etwa 3° reduc wurde, stieg die Genauigkeit auf etwa $^1/_{4000}$. Eine grösse Genauigkeit war, trotzdem der Widerstandskasten mit ei dicken, wärmeisolirenden Umhüllung versehen, und trotzd die Temperatur in demselben bis auf $^1/_{100}{}^0$ abgelesen wur nicht zu erlangen. Dass wirklich nur die Temperaturschwa kungen die Ursache dieser Misserfolge waren, ging daraus h vor, dass wenn man Widerstandsbestimmungen ein und d derselben Rolle, die zu derselben Zeit an verschiedenen Tag gemacht waren, miteinander verglich, die Abweichungen v geringer waren, als wenn man solche von verschiedenen Zeit zusammenstellte. Inzwischen waren die Widerstandskästen a Manganindraht fertig gestellt, wobei die gemachten Erfahrung verwerthet wurden: der Manganindraht war 15 mal einer mel stündigen Erhitzung von etwa 120° ausgesetzt und die Rol waren sorgfältig paraffinirt. Die neuen Kästen bestanden a 10 Rollen zu $^1/_{10}$ S. E., 10 zu 1 S. E., 10 zu 10 S. E., 10 100 S. E. und 10 Rollen zu 1000 S. E.: durch diese Anoı nung wird die Aufstellung einer Correctionstafel sehr erleichte denn man hat nur die einzelnen Einheiten unter sich, u dann ihre Summe mit einer der nächst höheren Einheiten vergleichen.

Diese corrigirten Manganinwiderstandskästen wurden n zu neuen Beobachtungsreihen — zwei davon sind in Tabelle und III enthalten — benutzt. Es zeigte sich, dass trotz d noch immer vorhandenen Temperaturschwankungen diesel Genauigkeit wie früher im Sommer erreicht wurde und zw mit noch geringerer Mühe, da es nicht nöthig war, die Temp ratur des Kastens auf $^1/_{100}{}^0$, sondern nur auf $^1/_{10}{}^0$ genau bestimmen. Aus den vorliegenden Beobachtungsreihen hal ich drei ausgewählt:

Tabelle I enthält die Ergebnisse einer 50maligen $1^1/_2$ stü

digen Erhitzung eines 0,5 mm dicken Drahtes auf 100°, Tabelle II die einer 30 maligen $1^1/_2$ stündigen Erhitzung eines nur 0,25 mm dicken Drahtes auf 100° nnd endlich Tabelle III die 20 malige $2^1/_2$ stündige Erhitzung eines 0,5 mm dicken Drahtes auf etwa 130°.

Die Widerstände bei Zimmertemperatur sind auf 20°, die bei Erhitzung im Dampfapparat erhaltenen auf 100° reducirt worden.

Zur Berechnung des wahren Temperaturcoefficienten muss man die letzten Werthe der Tabelle benutzen, wo der Widerstand vor und nach einer Erhitzung sich nur sehr wenig verändert hat, auf diese Weise ergibt sich der Temperaturcoefficient zwischen 20° und 100° für den Draht I zu $-0{,}0_4 220$, für Draht II zu $-0{,}0_4 212$. Man erhält jedoch auch aus den früheren Werthen nur wenig von dem wahren abweichende Coefficienten, wenn man aus zwei aufeinander folgenden Widerständen bei 20° das Mittel nimmt, und diesen Werth als zugehörig zu dem dazwischenliegenden Widerstand bei 100° ansieht.

Tabelle I.

Draht I vom Durchmesser 0,50 mm.

Datum	W_{20} in S. E.	Differenz	Zahl der Erhitzung	W_{100} in S. E.	Differenz
6. VII. 91	12,5927	0,0435	1.	12,5278	0,0089
7. "	5492	69	2.	5189	46
7. "	5423	45	3.	5143	37
8. "	5378	35	4.	5107	32
8. "	5343	41	5.	5075	31
9. "	5302	32	6.	5044	25
9. "	5270	15	7.	5019	5
10. "	5255	18	8.	5014	22
10. "	5237	17	9.	4992	13
11. "	5220	13	10.	4979	14
11. "	5207	13	11.	4965	14
12. "	5194	11	12.	4951	16
13. "	5183	19	13.	4935	18
13. "	5164	17	14.	4917	1
14. "	5147	2	15.	4916	9
14. "	5145	16	16.	4907	17
15. "	5129	15	17.	4890	19
15. "	5114	9	18.	4871	15
16. "	5105	18	19.	4856	2
17. "	5087	5	20.	4854	9
17. "	5082	10	21.	4835	2
18. "	5072	1	22.	4833	1

Datum	W_{20} in S. E.	Differenz	Zahl der Erhitzung	W_{100} in S. E.	Di
27. VII. 91	12,5071	0,0401	23.	12,4832	0
27. „	5054	17	24.	4817	
28. „	5049	5	25.	4817	
28. „	5037	12	26.	4805	
29. „	5031	6	27.	4801	
29. „	5022	9	28.	4789	
30. „	5016	6	29.	4786	
31. VIII. 91	5015	1	30.	4779	
31. „	5002	13	31.	4769	
1. IX. 91	4985	17	32.	4769	
3. „	4985	0	33.	4760	
3. „	4981	4	34.	4751	
4. „	4977	4	35.	4744	
4. „	4970	7	36.	4737	
5. „	4957	13	37.	4730	
5. „	4954	3	38.	4722	
6. „	4949	5	39.	4720	
6. „	4946	3	40.	4716	
7. „	4937	9	41.	4708	
7. „	4937	0	42.	4705	
8. „	4937	0	43.	4705	
8. „	4924	13	44.	4697	
9. „	4919	5	45.	4693	
9. „	4914	5	46.	4687	
10. „	4901	13	47.	4684	
10. „	4900	1	48.	4679	
11. „	4890	10	49.	4669	
11. „	4890	0	50.	4667	
12. „	4881	9			

Tabelle II.

Draht II vom Durchmesser 0,25 mm.

Datum	W_{20} in S. E.	Differenz	Zahl der Erhitzung	W_{100} in S. E.	D
2. II. 92	21,4604		1.	21,3548	
3. „	3902	0,0702	2.	3336	(
3. „	3679	223	3.	3200	
4. „	3559	120	4.	3108	
4. „	3473	86	5.	3032	
5. „	3392	81	6.	2977	
6. „	3341	51	7.	2925	
8. „	3284	57	8.	2880	
8. „	3233	51	9.	2840	
9. „	3198	35	10.	2797	
9. „	3156	42	11.	2771	
10. „	3146	10	12.	2755	
10. „	3106	40	13.	2721	
11. „	3081	25	14.	2701	
		18			

Datum	W_{20} in S. E.	Differenz	Zahl der Erhitzung	W_{100} in S. E.	Differenz
12. II. 92	21,3063	0,0018	15.	21,2674	0,0027
12. "	3031	32	16.	2657	17
13. "	3012	19	17.	2637	20
13. "	2990	22	18.	2619	18
14. "	2973	17	19.	2596	23
14. "	2946	27	20.	2574	22
15. "	2926	20	21.	2555	19
15. "	2906	20	22.	2539	16
16. "	2895	11	23.	2524	15
16. "	2864	31	24.	2499	25
17. "	2860	4	25.	2495	4
17. "	2833	27	26.	2473	22
18. "	2821	12	27.	2460	13
11. III. 92	2803	18	28.	2431	29
11. "	2788	15	29.	2414	17
12. "	2772	16	30.	2406	8
12. "	2762	10			

Tabelle III.

Draht III vom Durchmesser 0,50 mm.

Datum	Zahl der Erhitzung	Höhe der Erhitzung	W_{20} in S. E.	Differenz
20. II. 92			11,7019	
20. "	1.	130°	6198	0,0821
21. "	2.	130°	6085	113
22. "	3.	130°	5960	125
23. "	4.	130°	5906	54
24. "	5.	140°	5755	151
25. "	6.	130°	5725	30
26. "	7.	130°	5704	21
27. "	8.	130°	5674	30
28. "	9.	130°	5654	20
29. "	10.	130°	5627	27
1. III. 92	11.	130°	5602	25
2. "	12.	130°	5575	27
3. "	13.	135°	5530	45
4. "	14.	160° sehr schwankend	5407	123
5. "	15.	130°	5389	18
6. "	16.	130°	5377	12
7. "	17.	130°	5347	30
8. "	18.	130°	5339	8
9. "	19.	130°	5323	16
10. "	20.	130°	5311	12

Aus den Tabellen folgt, dass regelmässig wiederholte Erhitzungen die Abnahme des Widerstandes einer Manganinrolle

bewirken. Diese Widerstandsänderung kann nun verschiedene Ursachen haben: erstens ist der Draht durch das Ziehen und Wickeln in einen Zwangszustand versetzt, der eine Erhöhung des Widerstandes bewirkt und dieser Zwangszustand wird durch die Erhitzung aufgehoben. Zweitens können durch die regelmässigen Erwärmungen in der ganzen Masse des Drahtes moleculare Umlagerungen entstehen und drittens endlich kann die Oberfläche durch die Erhitzungen chemisch verändert z. B. oxydirt[1]) werden. Was den ersten Punkt betrifft, so werden die grossen Veränderungen, die bei allen Drähten nach den ersten Erhitzungen eintreten, aller Wahrscheinlichkeit nach hervorgerufen von dem Aufhören des durch die mechanische Behandlung des Drahtes hervorgerufenen Spannungszustandes. Die weiteren kleinen, allmählich abnehmenden Veränderungen rühren, glaube ich, zum allergrössten Teil von molecularen Umlagerungen, und zum kleinsten, wenn überhaupt, von einer chemischen Aenderung der Oberfläche her. Für diese Ansicht sprechen folgende Gründe: würde die Oberflächenschicht chemisch verändert, so müsste bei gleichbleibenden äusseren Umständen die Dicke der Schicht bei Drähten von verschiedenem Durchmesser die gleiche bleiben und deshalb bei Drähten von kleinem Durchmesser die Veränderungen bedeutender sein, als bei solchen mit grösserem Durchmesser, weil bei den ersten die veränderte Schicht einen relativ grösseren Theil des ganzen Drahtes beträgt, als bei den letzteren. Bei dem Draht I von Durchmesser 0,50 mm beträgt die Gesammtänderung 0,84 Proc. des ganzen Werthes, bei dem 0,25 mm dicken Draht II ebenfalls nur 0,86 Proc., es ist also kein Unterschied erkennbar. Bei Draht III beträgt die Veränderung allerdings 1,48 Proc., dieselbe ist aber der höheren Erhitzung zuzuschreiben. Das Aussehen des erhitzten Drahtes ist ein wenig dunkler, als das des neuen Drahtes, aber dieses Dunklerwerden tritt schon ein beim Liegen an der Luft in gewöhnlicher Zimmertemperatur, und diese Veränderung ist lange nicht so bedeutend, wie der Unterschied zwischen einem frischen und einem alten Kupferdraht. Ferner wird die obige Ansicht unterstützt durch den Umstand, dass nach längerer Ruhepause, — bei Draht I nach der 2.

1) **Feussner, Electrotechnische Zeitschr. 13. p. 99. 1892.**

und 29. Erhitzung, bei Draht II nach der 27. Erhitzung —, die durch das Erwärmen hervorgerufenen Veränderungen grösser oder wenigstens regelmässiger zu werden scheinen, was bei der Annahme einer chemischen Aenderung der Oberfläche schwer zu erklären sein würde. Das wichtigste, was aus diesen Beobachtungen folgt, ist die Thatsache, dass es möglich ist, durch regelmässige, zweckmässig ausgeführte Erhitzungen den Widerstand eines Manganindrahtes allmählich immer weniger empfindlich gegen Temperaturänderungen zu machen, so dass er schliesslich fast constant bleibt: bis auf etwa $^1/_{20000}$ seines Werthes bei einer Temperaturschwankung von 80°. Diese allmähliche Abnahme des Widerstandes bildet eine vollkommene Analogie zu der von Pernet beobachteten Erhöhung des Nullpunktes von Thermometern und der von Strouhal und Barus[1]) festgestellten Abnahme der Inconstanz des permanenten Magnetismus von Magnetstäben nach mehrfachem Erwärmen; man könnte deshalb diese Methode, durch regelmässige Erhitzungen die Unveränderlichkeit des Widerstandes einer Rolle zu erzeugen, ein „künstliches Altern“ der Widerstandsrolle nennen.

Zum Schluss fasse ich die gewonnenen Resultate kurz zusammen: Bei Verwendung von Manganindraht zu Widerstandsrollen (und wahrscheinlich auch bei Draht aus jeder andern Legirung) ist folgendes zu beachten:

1. Die Rollen müssen, um constant zu werden, etwa 30 mal einige Stunden lang einer Temperatur, die den Siedepunkt wenig übersteigt, etwa 110°, ausgesetzt werden; dadurch wird alle Feuchtigkeit sicher ausgetrieben und zugleich Oxydation der Oberfläche möglichst vermieden. Ausserdem ist es zweckmässig, die Rollen am Tage nur einmal zu erhitzen, so dass die Behandlung derselben etwa einen Monat dauert.

2. Die Rollen müssen, um das Eindringen von Feuchtigkeit zu verhindern, sorgfältig paraffinirt werden.

Königsberg i. Pr., Experim.-physik. Inst., März 1892.

---

1) Strouhal u. Barus, Wied. Ann. **20.** p. 662. 1883.

X. *Beitrag zur Kenntniss der electrischen Oscillationen von sehr kurzer Schwingungsdau* *von A. Toepler.*

(Aus den Sitzungsber. der königl. preuss. Acad. d. Wiss. zu Berl mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

Bei einer theilweisen Wiederholung der Hertz'schen suche über Ausbreitung electrischer Schwingungen im Ra wandte ich anstatt des für diesen Zweck bisher als ur behrlich geltenden Ruhmkorff-Funkens den Entladungsst der kleinen zwanzigscheibigen Influenzmaschine an, welch vor etwa zehn Jahren zum Experimentiren mit grossen dener Batterien empfohlen habe.[1]) Es zeigte sich, dass dieser Maschine sehr rasche Schwingungen (bis etwa 700.1 der Secunde) erzielt werden können, wie sie in gleicher St bis jetzt wohl kaum beobachtet sind. Dies erreichte ich e theils, indem ich den Primärleitern (Erregern) den Strom d schlecht leitende Flüssigkeitsfäden zuleitete, welche die stör Mitwirkung der metallenen Maschinentheile ausschalten, derntheils, indem ich sowohl bei den Primär- wie Secur leitern günstige Formen anwandte. Die Primärleiter besta selbst bei den langsamen Schwingungen im wesentlichen je zwei nur durch die Funkenstrecke getrennten, cylindris Hohlstäben von 4 bis 15 cm Durchmesser; ihre günstige kung beruht wohl nur darauf, dass fast die ganze Electrici bewegung in der Richtung der fortgepflanzten Schwin verläuft. Bei den Secundärleitern wurde ebenfalls die gün geradlinige Form gewählt; dieselben sind so einzurichten, die beiden getrennten metallischen Hälften, jede für sich, der Grundschwingung des Primärleiters in Resonanz st

Als Beispiel der erzielten Wirkungen mag erwähnt dass ich mit zwei kleinen Primärstäben von je 14 cm L Secundärfunken in der grössten mir zu Gebote stehenden

---

1) Toepler, Sitzungsber. vom 11. December 1879. p. 970. Vgl. G. Wiedemann, Lehre von der Electricität, Bd. II. p. 226. 1883, Müller-Pouillet-Pfaundler's Lehrbuch der Physik. 3. 1888—1

fernung (8 m) direct, d. h. ohne Hertz'schen Hohlspiegel beobachtete, während Hertz selbst[1]) mit Stäben ungefähr derselben Länge (13 cm) unter günstigen Umständen Secundärfunken nur in 1,5 m bis 2 m Entfernung erhielt. Zuweilen traten bei den kürzeren Wellenlängen so intensive Schwingungen auf, dass zwischen den zugewandten Enden der Secundärstäbe anstatt der Funken ein scheinbar continuirliches, selbst bei hellem Tage sichtbares, diffuses Licht, nach Art des Leuchtens der Geissler-Röhren zu Stande kam. An dieser Erscheinung ist ohne Zweifel die rasche Folge der Influenzmaschinenfunken betheiligt, deren bei dem betreffenden Experimente etwa 300 in der Secunde durch den Schlagraum gingen. Eine vergleichsweise benutzte Ruhmkorff-Spirale von 50 cm Länge mit Quecksilberunterbrechung zeigte die Erscheinung nicht; sie übertraf zwar in Verbindung mit grösseren Primärleitern, aber auch nur mit diesen, die Influenzmaschine hinsichtlich der Länge der Secundärfunken, hinsichtlich ihrer Häufigkeit überwog die Influenzmaschine. Nach Allem zweifle ich nicht, dass mit den von mir benutzten Hülfsmitteln unter günstigen Umständen in Entfernungen von 50 m bis 60 m Hertz'sche Secundärfunken beobachtet werden können.

Die äusseren Merkmale der oscillatorischen Funken sind bis jetzt nicht für alle Fälle richtig angegeben worden. Die in hohem Grade wirksamen Funken, welche meine Influenzmaschine liefert, sind weder laut knallend noch hell glänzend, ihr Licht ist sogar auffallend schwach und röthlich blau. Mit dem Ruhmkorff-Funken haben sie das gemein, dass sie gewissen störenden Einflüssen ebenso zugänglich oder fast noch zugänglicher sind, als dieser. Schwache Ströme trockener Luft, durch den Primärschlagraum gesandt, beeinträchtigen die oscillatorische Thätigkeit des Influenzmaschinenfunkens merklich; ein Strom von höchstens 45 m Geschwindigkeit bringt sie fast zum Erlöschen, indem der Funken ein weisses, stärker knallendes Fädchen wird. Derselbe Strom schädigte den Ruhmkorff-Funken wenig, jedoch gelang es, auch ihm die Oscilla-

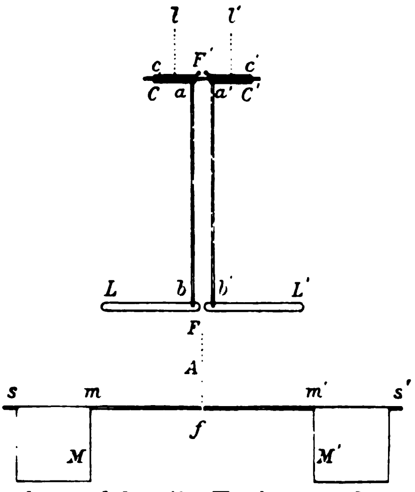
1) Hertz, Ueber Strahlen electrischer Kraft. Wied. Ann. **36.** p. 771. Ich muss ergänzend bemerken, dass Hrn. Hertz's Angabe sich auf einen kleinen Kreisresonator bezieht, der dann bekanntlich bei jener Untersuchung durch einen wirksameren, gradlinigen Leiter ersetzt wurde.

tionen zu nehmen, als ein mächtiger Strom trockenen Kohlensäuregases mit etwa 50 Atmosphären Druck durch den Schlagraum getrieben wurde. Die Primärfunken blieben, die Secundärfunken verkürzten sich bis zur Unsichtbarkeit. Blosse Anfüllung des Schlagraumes mit wenig bewegter Kohlensäure schadete nicht merklich. Bei sehr hoch gestimmten (kleinen) Erregern genügt das vorherige Anhauchen der kalten Electrodenflächen, um den nachher zwischen ihnen spielenden Funkenstrom der Maschine minutenlang oscillationslos zu machen. Auch der Funken meiner Inductionsspirale wird durch Anhauchen geschädigt. Der Einfluss der Reinheit der Electrodenflächen ist bekannt. Eine sehr bemerkenswerthe Eigenschaft des Influenzmaschinenfunkens ist die Thatsache, dass die Ausbildung der Oscillationen von der Drehgeschwindigkeit der Maschine abhängt, deren Scheiben gewöhnlich etwa 20 Rotationen in der Secunde vollführen. Als ich die Drehung so verlangsamte, dass der Strom etwa demjenigen einer einfachen Holtz'schen Maschine entsprach, waren die Funken nicht mehr oscillatorisch, obwohl für das blosse Auge eine Veränderung ihres Aussehens nicht zu bemerken war. Die Thatsache würde ganz unverständlich sein, wenn nicht beachtet wird, dass meine Maschine bei voller Thätigkeit in der Secunde etwa 30 qm stark geladener Glasfläche an den Spitzenkämmen vorüberführt.

Die vorher nur kurz erwähnten Eigenschaften der oscillatorischen Funken gedenke ich an anderer Stelle (Wied. Ann.) im Zusammenhange mit Spiegelbeobachtungen zu beschreiben. Hauptzweck der vorliegenden Mittheilung ist es, zu zeigen, dass man auch oscillatorische Funken erzielen kann, welche von den genannten störenden Eingriffen nicht merklich beeinflusst werden. Die Experimente, welche diese Möglichkeit darthaten, dürften auch insofern von Interesse sein, als sie eine Stütze für die Ansicht bilden, dass die Secundärwirkungen durch Resonanz zu Stande kommen.

Ich wurde zu den Versuchen durch die Erwägung geführt, dass es gelingen müsse, die electrischen Eigenschwingungen des Primärleiters anzuregen, indem man zwischen seinen zugewandten Enden die starken Funken eines Condensators überspringen lässt. Hierbei müssen sich die rascheren Schwingungen des Primärleiters den langsameren des Conden-

sators superponiren. Dass dies möglich sei, kann nach den Beobachtungen von Oettingen[1]) nicht bezweifelt werden. Nach Analogie der akustischen Resonanz ist weiter zu schliessen, dass ein auf den Erreger abgestimmter Secundärleiter von den beiden Schwingungen hauptsächlich nur die raschere aufnehmen wird. Es schien mir auch möglich, die metallische Verbindung mit dem Condensator so einzurichten, dass sie die Grundschwingung des Primärleiters nicht stört. Wie dieser Grundgedanke bei Experimenten mit mittlerer Wellenlänge verwirklicht wurde, ist aus der nebenstehenden schematischen Figur zu ersehen, bei deren Beschreibung ich zugleich die Dimensionen für einen bestimmten Fall angebe.



Der Strom der Influenzmaschine wird durch metallische Zuleiter l und l' auf die Collectorplatten eines kleinen Doppelcondensators geleitet. Die kreisförmigen Metallplatten des letzteren haben 18 cm Durchmesser; sie sind durch eine mit Paraffin überzogene Glasplatte (von nur 1,8 mm Dicke) getrennt.[2]) Die Collectorscheiben c und c' tragen an kurzen verstellbaren Ansätzen Entladerkugeln, welche die Funkenstrecke F' einschliessen. Die gegenüberstehenden Condensatorscheiben C und C' sind durch Zwischenleiter ab und $a'b'$ aus dickem Draht oder Messingrohr mit den Stäben LF und FL' des Erregers dicht neben dessen Funkenstrecke F verbunden. Die hohlen Erregerstäbe sind 53 cm lang und 4 cm dick. Denselben gegenüber steht der aus zwei dünneren Hohlstäben (6 mm) gebildete Secundärleiter ss', auf welchem zwei grossflächige Stanniol-

1) Oettingen, Ueber Interferenz oscillatorischer electrischer Entladungen. Wied. Ann. **34.** p. 570. 1888.

2) Seit Jahren schon lasse ich auch die Glasflächen der Influenzmaschinen mit Paraffin überziehen, was sich vorzüglich bewährt hat.

fahnen M und M' (40 cm im Quadrat) mit gut leitender Verbindung verschoben werden können. Der Secundärleiter ist auf die Schwingung des Erregers gut abgestimmt, wenn der durch die Funkenstrecke f halbirte Abstand $m\,m'$ der halben Wellenlänge entspricht, in unserem Falle also etwas mehr als die Länge $L\,L'$, nämlich etwa 120 cm beträgt.[1])

Werde nun der Vorrichtung über $l\,l'$ continuirlich Electricität zugeführt und sei der Schlagraum der Funken bei F (Condensatorfunken) erheblich grösser (8 mm bis 12 mm) als der Schlagraum bei F (1 mm bis 2 mm), so ladet sich zunächst der Doppelcondensator, indem die Influenzelectricitäten zweiter Art im letzteren Schlagraume eine Reihe schwacher, weisser Funken, ähnlich denen der Maassflasche, hervorrufen. Bei genügender Potentialdifferenz auf $c\,c'$ erfolgt eine Gesammtentladung, erkenntlich an zwei gleichzeitig bei F' und F auftretenden, sehr lichtstarken Funken, worauf der Process von neuem beginnt. Bei dieser Entladung erhält der Erreger durch die plötzlich von $C\,C'$ abfliessenden Influenzelectricitäten erster Art einen Ladungsstoss, welcher die obengemeinte, der Beobachtung im Secundärleiter leicht zugängliche Schwingung auslöst. Der starke Funken bei F ist der in betracht kommende Primärfunken. Die vorhergegangenen, schwachen Funken sind nicht merklich oscillatorisch. Man kann die Funkenfolge bei sehr langsamem Gange meiner Maschine bequem verfolgen; bei normaler Rotationsgeschwindigkeit erfolgten freilich der oscillatorischen Entladungen wohl etwa 100 in der Secunde. Hinsichtlich der superponirten Bewegungen lässt sich aus den Dimensionen schätzungsweise folgern, dass, falls die Zwischenleiter $a\,b$ aus 1 mm dicken (umhüllten) Drähten von 120 cm Länge bestehen, auf eine Schwingung des Condensators deren mehr als 10 des Erregers stattfinden.

Man ziehe nun die Erregerstäbe soweit auseinander, dass bei F keine Funken springen können; dann erscheinen nur

---

1) Ein ähnlicher Secundärleiter kommt schon bei Joubert und Neville vor, (vgl. Electrotech. Zeitschr. Jahrg. 1889. p. 489), von einer Beziehung zur Wellenlänge ist dabei aber nicht gesprochen, vielmehr wird die als „rechtwinkliger Resonator" bezeichnete Vorrichtung unter Zuhilfenahme der Grösse der angehängten Zinnstreifen abgestimmt. Jene Beziehung hat selbstverständlich keine strenge Geltung.

ei F' zahlreiche aber schwächere Funken, da jetzt der Con-
.ensator nicht geladen wird. Stellt man bei dieser Anordnung
en Secundärleiter zunächst in einer Entfernung von 1,5 m
uf, betrachtet mit einer etwa zwölfmal vergrössernden, bei f
ngebrachten Lupe den mikrometrisch verstellbaren Zwischen-
aum der mit abgerundeten Enden einander ohne weiteres
egenüberstehenden Secundärleiterstäbe, so sieht man jetzt
chon glänzende Fünkchen, aber von sehr geringer Länge.
)iese entsprechen offenbar den Bewegungen, welche durch die
tossweisen electrostatischen Veränderungen auf den isolirten
;ystemtheilen C bis L und C' bis L' veranlasst werden. Die
'ünkchen verschwinden bei grösseren Abständen des Secundär-
eiters, können überhaupt nicht zu Irrthümern führen, weil
ler eben besprochene Process, der sie veranlasst, nicht mehr
estehet, sobald bei F und F' gleichzeitig Entladung stattfindet.

Ganz anders gestaltet sich nun die Sache, wenn dieser
Fall eintritt, wenn man also die Erregerstäbe einander so weit
ıähert, dass der Doppelfunken bei F und F' regelmässig über-
geht. Sofort erscheinen im Schlagraume f bei viel grösserem
Electrodenabstande (in unserem Falle bis zu 0,5 mm) die rich-
tigen Secundärfunken, welche schon durch ihr Aussehen einen
völlig veränderten Charakter verrathen und den mit der In-
fluenzmaschine direct erzeugten durchaus ähnlich sind. Bei
grösserem Schlagraume f ist die Funkenfolge freilich bei beiden
Anregungsweisen unregelmässig. Die längeren Funken sind
meistens sehr lichtschwach, nur mit glänzenden Endpunkten
'ersehen. Es empfiehlt sich daher, die Beobachtung bei ge-
lämpftem Lichte anzustellen. Bei Verkleinerung des Schlag-
aumes f ist die Funkenfolge fast ganz regelmässig. Ich habe
ie bequem bis auf 8 m Abstand des Secundärleiters vom Er-
eger beobachten können.

Dass diese Funken den Schwingungen auf den Stäben $L\,L'$
ntstammen, ist nicht schwer zu zeigen. Wurde der Funken F
ach Entfernung der Erregerstäbe nur zwischen den Kugeln
ines daselbst aufgestellten Funkenmikrometers übergeführt,
vobei er seinen Charakter als Entladungsfunken des Doppel-
ondensators natürlich durchaus nicht ändert, so war in der
;ecundärfunkenstrecke nichts zu sehen. Wurden nun mit dem
'unkenmikrometer die isolirten Erregerstäbe seitlich in Be-

rührung gebracht, so erschien sogleich wieder die volle Wirkung. Aber schon die Thatsache, dass auf die neue Erregungsweise diejenige Abstimmung des Secundärleiters passte, welche sich früher aus den Beobachtungen mit der Ruhmkorff-Spirale und der direct wirkenden Influenzmaschine experimentell ergeben hatte, scheint mir zu beweisen, dass es sich thatsächlich um Resonanz auf die Grundschwingung des Erregers handelt. Zur weiteren Bestätigung wurde ein Interferenzversuch im Raume (vor ebener Metallwand nach Hertz) ausgeführt; zunächst wurden vom Secundärleiter die für diesen Zweck störenden Metallfahnen entfernt, sodass er nur aus zwei Stäben bestand, von denen jedoch jeder etwa die Länge LL' (die halbe Wellenlänge) besitzen musste, um mit der vorherigen Anordnung die gleiche Abstimmung zu haben. Als eine ebene, dünne Zinkblechwand (von 2 m im Quadrat) dem Erreger gegenüber in der Entfernung von 4,2 m aufgestellt wurde, verschwanden dicht vor der Wand die Secundärfunken, ergaben 50 cm bis 70 cm vor der Wand ein deutliches Maximum (mit Schlagweiten bis zu 0,25 mm) und ein Minimum bei etwa 120 cm bis 140 cm Abstand. In ganz denselben Abständen von der Metallwand war vorher schon ein Maximum und ein Minimum bei directer Erregung der Primärfunken durch die Influenzmaschine oder das Inductorium gefunden worden. Es bleibt also wohl kaum ein Zweifel, dass der Secundärleiter aus der im Primärfunken vorliegenden Gesammtbewegung die dem Erreger LL' eigenthümliche Grundschwingung durch Resonanz aussondert.

Der mit der Vorrichtung zu erzielende Erfolg ist von den Dimensionen der einzelnen Nebenbestandtheile mehr oder weniger abhängig. Die Mitwirkung der Zuleiter ll' und der metallischen Bestandtheile der Maschine scheint durch die Einschaltung des Condensators in der Hauptsache ausgeschaltet zu sein. Von merklichem Einflusse ist, wenn die Entladerkugeln bei F' dicht an den Collectorplatten sitzen, hauptsächlich nur die Länge der Zwischenleiter ab und $a'b'$. Diese muss in unserem Falle 100 cm bis 120 cm betragen. Auch mit etwas grösseren Erregern desselben Durchmessers habe ich guten Erfolg gehabt, als ich die Zwischenleitung ungefähr nach der halben Wellenlänge bemaass. Der Durchmesser der

Leiter muss wesentlich kleiner sein als derjenige der Erregerstäbe. Ich habe Drähte von 1 mm und Röhren von 6 mm Durchmesser benutzt.

Als das hervortretende Merkmal der meines Wissens neuen Erregungsweise ist die Thatsache zu bezeichnen, dass ihre Wirksamkeit Störungen weit energischer widersteht, als selbst die Ruhmkorff-Entladung. Ich konnte weder durch Anhauchen, noch durch die stärksten Luftströme den oscillatorischen Charakter der Erregerfunken F auslöschen. Ferner hat die Erregungsweise den für manche Fälle geradezu entscheidenden Vorzug, dass die Electricitätszufuhr bei l und l' ohne gänzliches Versagen der Hertz'schen Wirkung beliebig langsam erfolgen kann. Hiermit ist das Haupthinderniss beseitigt, welches der Anstellung so wichtiger Experimente mit den einfachsten electrostatischen Hülfsmitteln bis jetzt im Wege stand. Ich habe mit der kleinsten in meinem Besitze befindlichen Influenzmaschine und ebenso gut mit einer gewöhnlichen Winter'schen Electrisirmaschine Hertz'sche Versuche in dem mir zu Gebote stehenden Raume ausführen können.

Dem Gesagten muss ich noch hinzufügen, dass die Dimenionen, welche ich bei der oben beschriebenen Leiterverbindung u Grunde gelegt habe, gerade auf die Anwendung einfacher lectromotorischer Hülfsmittel abzielen. Die Capacitäten sind ämlich so klein, dass selbst bei geringer Electricitätszufuhr och hinreichend häufige Funken entstehen, um das Experientiren lohnend zu machen. Hierbei erreicht die Intensität er Secundärwirkungen allerdings nicht diejenige Höhe, welche ch mit der vielplattigen Influenzmaschine oder mit der Inuctionsspirale bei directer Verbindung mit dem Erreger erielen lässt. Es war aber zu erwarten, dass die Condensatorethode auch nach dieser Seite alles Wünschenswerthe zu isten vermag, und dass auch andere wirksame Einschaltungseisen anwendbar sind. So habe ich z. B., um meine grössten rimärleiter (für etwa 3,9 m Wellenlänge) möglichst kräftig zu regen, die Zuleiter l und l' zu den beiderseits isolirten Begungen einer Leydener Batterie geführt und diese zugleich urch passende parallele Zwischenleiter unmittelbar mit den rregerstäben verbunden. Einer der Zwischenleiter enthielt doch eine grosse Funkenstrecke als Ersatz für F' in unserem

früheren Schema. Auf diese Weise wurden mit meiner kleinere Influenzmaschine mindestens ebenso grosse Secundärschlag weiten erzwungen, als sie unter gleichen Umständen direc höchstens mit einer sehr grossen (60 plattigen) Maschine ode mit hoch beanspruchter Ruhmkorff-Spirale zu erzielen waren. Man findet übrigens bei Anwendung der Leydener Batterie dass sehr bald eine Grenze erreicht ist, bei welcher die Capacitätsvermehrung keinen Vortheil gewährt. Zwei Erregerstäbe von 80 cm Länge und 15 cm Durchmesser inducirten in einem 6 m entfernten Secundärleiter Hertz'sche Funken bis zu 0,42 mm Schlagweite, ohne jegliche Verstärkung durch benachbarte Leiterflächen. Die Funkenlänge nimmt bei zunehmender Entfernung nicht mit deren Quadrat, sondern langsamer ab An den raschesten Schwingungen habe ich die Methode bis jetzt noch nicht erprobt. Undenkbar wäre es nicht, dass die Erregung durch den Condensatorfunken, obgleich sie in Anwendung auf cylindrische Primärleiter von 1 m bis 2 m Gesammtlänge die wirksamste zu sein scheint, bei kleineren oder grösseren Leitern versagt; bei akustischen Anregungen kommt ja Aehnliches vor. Da die Ruhmkorff-Spirale bekanntlich für Condensatorversuche durchaus nicht das zweckmässigste Hülfsmittel ist, so kann sie auch für die in Rede stehende Anregungsweise wenigstens nicht ohne weiteres empfohlen werden.

Schliesslich will ich bemerken, dass, obwohl ich in der Mittheilung durchaus der Hertz'schen Anschauungsweise gefolgt bin, ich doch nicht verkenne, dass einzelne Thatsachen noch genauer geprüft werden müssen, bevor sich sicher behaupten lässt, dass sie im Sinne jener Anschauung erklärt werden können.

XI. *Zur Bestimmung des Selbstinductions-Coefficienten einer Drahtrolle;* *von Ignaz Klemenčič.*

Die Bestimmung des Selbstinductionscoefficienten Π nach er **Maxwell**'schen Methode mit Hülfe der **Wheatstone**'schen rücke geschieht bekanntlich nach der Formel[1])

$$) \qquad \Pi = S \frac{N}{n} \frac{\tau}{\pi} \frac{\alpha}{\varphi} e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}}$$

Darin ist S eine Function der vier Zweigwiderstände $_1\, w_2\, w_3\, w_4$ der Brücke und des Galvanometerwiderstandes , N und n sind die Ausschläge, welche ein und derselbe trom im Brücken- resp. im Galvanometer des Batteriezweiges ervorbringt. Die Bedeutung von α, φ, τ, λ" ist leicht verändlich. Bestimmungen nach dieser Methode können bei gehöriger Sorgfalt mit grosser Genauigkeit durchgeführt werden; e sind jedoch stets sehr mühsam und zeitraubend. Namentch sind die Schwingungsdauer und der Widerstand des Galanometers zwei Grössen, die die grösste Aufmerksamkeit fordern. Ist das Galvanometer schwach gedämpft, dann sst sich die Schwingungsdauer der Galvanometernadel allerings gut bestimmen, dafür ist aber in diesem Falle das ompensiren und das Beobachten überhaupt sehr erschwert. ei gut gedämpften Nadeln ist wieder die Auswerthung der chwingungsdauer sehr unsicher. Galvanometer mit veränderher Dämpfung stehen jedoch selten zur Verfügung. Auch er Widerstand des Galvanometers kann ob des grossen Temeraturcoefficienten des Kupferdrahts nur nach jedesmaliger usmessung mit genügender Genauigkeit in die Rechnung einführt werden.

Man kann nun allerdings einen Theil dieser Schwierigeiten umgehen wenn man die Constante des Brückengalvanoeters

---

1) **Kohlrausch**, Praktische Physik, 6. Aufl., S. 283.

$$A = \frac{R\tau}{\pi} e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}}$$

nach einer der in Kohlrausch (6. Aufl. S. 277) angeführten Methoden bestimmt. R bedeutet den Reductionsfactor des Galvanometers. Dann muss die Formel 1 lauten:

$$\Pi = S \frac{A}{r} \frac{\alpha}{\varphi}$$

worin r den Reductionsfactor des Galvanometers im Batteriekreise bezeichnet. Dabei bleibt noch immer der Widerstand des Galvanometers in der Formel. Von den meisten der hier gemachten Einwürfe ist scheinbar die ebenfalls von Maxwell angegebene Abänderung dieser Methode frei, bei welcher man sich nebst der Wheatstone'schen Brücke noch eines Condensators bedient. Allein so wie die Frage der Condensatoren überhaupt und die der Normalcondensatoren im besonderen jetzt steht, wird man bei jeder solchen Auswerthung des Inductions-Coefficienten auch die Capacität des Condensators bestimmen müssen und dann kehren wieder mehrere der früher erwähnten Schwierigkeiten zurück. Im Folgenden will ich einige Abänderungen beschreiben, welche in manchen speciellen Fällen gute Dienste leisten können. Eine Anwendung der Nullmethode, durch welche sich bekanntlich gerade das Condensatorverfahren auszeichnet, ist allerdings bei den unten angeführten Bestimmungsarten nicht möglich; allein ich glaube, dass man sich in Anbetracht vieler anderer bei solchen Bestimmungen vorkommender Fehlerquellen in den meisten Fällen auch mit dem Messen der ersten Ausschläge zufrieden stellen darf.

Bei allen unten beschriebenen Modificationen bildet die Wheatstone'sche Brücke die Grundlage des Verfahrens.

1. Benutzung eines bifilar gewickelten Magnetinductors.

Hat man eine langgestreckte Drahtrolle (einen sogenannten Magnetinductor)[1]) mit bifilarer Wickelung, deren vier Enden frei sind, so schalte man sie neben die Inductionsrolle in denselben Brückenzweig und verbinde die Enden des Magnetinductors inductionsfrei. Wenn man nun compensirt und dann den Strom im Hauptkreise unterbricht, so bekommt man im

1) Kohlrausch, Practische Physik, 6. Aufl., p. 330.

ckengalvanometer den Ausschlag α, der vom Extrastrom ler Inductionsrolle herrührt, denn der Magnetinductor kann ien bemerkenswerthen Extrastrom liefern. Es ist also

$$\frac{\Pi i_1}{f(w)} = A\alpha$$

$f(w)$ eine Function der Widerstände $w_1, w_2, w_3, w_4, \varrho$ und A : Galvanometerconstante bedeutet. Schaltet man jetzt bei bestehender Compensation in der Brücke den Magnetıctor auf Induction und führt nun den Magnet vom benten magnetischen Moment M in das Innere desselben ein, bekommt man am Brückengalvanometer den Ausschlag β, ›ei die Gleichung

$$\frac{4\pi n M}{f(w)} = A\beta$$

teht. n ist die Anzahl der Windungen des Magnetinductors Längeneinheit. Daraus folgt

$$\Pi = \frac{4\pi n M}{i_1} \frac{\alpha}{\beta}$$

'ch die Zusammenschaltung des Magnetinductors und der uctionsrolle wird freilich der Widerstand vermehrt und urch die Empfindlichkeit herabgesetzt. In vielen Fällen ımt jedoch dies kaum in Betracht.

Während man nach diesem Verfahren den Selbstinductionsfficienten einer beliebig beschaffenen Rolle bestimmen kann, ıen sich die zwei nachfolgenden Abänderungen nur für ıs gestreckte Rollen, in deren Inneres man einen Magnet ühren kann.

2. Benutzung eines gewöhnlichen Magnetinductors.

Man vergleiche den Integralwerth der electromotorischen ft in den beiden Fällen, wo man den Magnet vom benten magnetischen Moment M in das Innere des Magnetıctors und in das Innere der Inductionsrolle einführt. Dies :hieht sehr leicht mit Hülfe des Brückengalvanometers. rbei muss man nur beachten, dass man den Magnet beim führen in die Inductionsrolle immer an dieselbe Stelle ıgt. Bezeichnet $\int edt$ den Integralwerth der electromotori- :n Kraft in diesem letzten Falle, so ist

$$\int edt = \mu \, 4\pi n M$$

wo μ ein constanter Factor ist. Nun schliesse man die Inductionsrolle in den Zweig der Wheatstone'schen Brücke allein ein und compensire. Bedeutet jetzt α den der Erregung von Πi_1 und β den der Erregung von $\int edt$ entsprechenden Ausschlag, so ist

$$\Pi = \frac{\mu\, 4\, \pi\, n\, M}{i_1} \frac{\alpha}{\beta}$$

3. Benutzung eines Erdinductors.

Ein Erdinductor leistet dieselben Dienste wie der Magnetinductor sub 2. Man benöthigt dann nur noch einen Magnet von passendem Moment, das aber nicht bekannt zu sein braucht.

Inducirt die Horizontalcomponente und ist F die Fläche des Erdinductors, so haben wir

$$\int edt = \mu\, 2\, F H$$

wo μ wieder leicht ermittelt werden kann und dementsprechend

$$\Pi = \frac{\mu\, 2\, F H}{i_1} \frac{\alpha}{\beta}$$

i_1 muss nun in Theilen des Stromes J im Batteriezweige in absoluten Einheiten ausgedrückt werden. Berührt dieser Zweig die Brücke einerseits zwischen den Widerständen w_1 und w_4 und andererseits zwischen w_2 und w_3, so ist bekanntlich

$$i_1 = J \frac{w_3 + w_4}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4}$$

Die hier vorgeschlagenen Abänderungen der Maxwell'schen Methode werden wohl nicht immer, aber doch sicher in vielen Fällen mit Vortheil angewendet werden können.

Graz, Physikalisches Institut der Universität, Januar 1892.

. *Die Oxydation des Stickstoffs durch electrische Funken; von F. v. Lepel.*

Bekanntlich erhält man geringe Mengen freier Salpeter-
:e, salpetriger Säure und deren Ammonium-Verbindungen,
n Funken hochgespannter Electricität anhaltend feuchte
t durchschlagen. Die Ausbeute lässt sich aber wesentlich
gern, wenn man auf Grund folgender Erwägung von der
ıer bekannten Methode abgeht.[1])

Das erste Product der Funkenwirkung ist Stickoxyd,
:hes durch den Sauerstoff der Luft sofort in Dioxyd ver-
.delt wird.[2]) Dass dies Gas entsteht, lehren der Geruch
die Jodreaction. In Berührung mit Wasserdämpfen ent-
ıt, wie bekannt, daraus

$$3\,NO_2 + H_2O = 2\,NO_2OH + NO.$$

ı zerstört der Funken aber erfahrungsmässig die von ihm
ildeten Producte wieder. Man vergleiche die Erscheinungen
der Ozon-Gewinnung.[3]) Die längere und wiederholte Ein-
:ung auf dasselbe Luftquantum liefert relativ weniger Aus-
te, als eine kurze, vorübergehende, wofür zahlreiche experi-
telle Beweise vorliegen. Daher ist es mehr als wahr-
:inlich, dass die niemals sofort, sondern immer erst nach
r Reihe von Funken auftretende Salpetersäure (Reaction
Brucin) nicht eine directe Folge der Funkenentladung,
lern der Anwesenheit von Wasserdämpfen in der benutzten
re nach obiger Gleichung ist.

Dies als richtig vorausgesetzt, muss eine gewisse Zeit für

---

1) Die sehr beachtenswerthen Arbeiten von **Berthelot**, Compt.
. **85.** p. 173 ff. Ann. chim. et phys. **12.** p. 445 und **10.** 51 ff., De-
ıin und Maquenne, Compt. rend. **93.** p. 895 ff., Carius, Liebig,
174. p. 1—56. 1874, G. Stillingfleet, Johnson, Chem. News. **48.**
f. und 264 ff., Cazin, Compt. rend. **84.** p. 1151 ff. u. a. m. dürfen
übergangen werden.

2) Nach Schönbein bei Knop, Kreislauf des Stoffes. Nachtrag p. 58.
auch Otto-Graham, Lehrbuch. 5. Aufl. **2.** p. 152.

3) Handwörterbuch der Chemie. **51.** p. 1074 ff. 1886.

diese Reaction zur Verfügung stehen. Erfolgt z. B. alle Secunden eine Entladung, so hat die in der feuchten Luft entstandene Verbindung NO_2 nicht Zeit genug, sich mit H_2O zu zu HNO_3 zu verbinden, oder, wenn NO das Ausgangsproduct ist, so reicht die Zeit bis zum nächsten Funken nicht aus, durch Sauerstoffaufnahme die Verbindung NO_2 herzustellen. Mindestens können nicht alle NO bez. NO_2-Molecüle in der wünschenswerthen Weise reagiren, und eine Anzahl von ihnen wird wieder vom folgenden Funken zerstört. Auf diese Weise lassen sich die geringen Ausbeuten früherer Versuche vielleicht erklären.

Die feuchte Funkenröhre, welche ich in der Meteorologischen Zeitschrift p. 216 ff. 1889 zuerst beschrieben habe, entspricht im allgemeinen den Anforderungen zur Erzielung relativ langer Funken in geschlossenen Räumen. Die Luft und die Flüssigkeit können quantitativ geprüft werden, und namentlich für die neben der Salpetersäure entstehende salpetrige Säure ($4\,NO + O_2 = 2\,N_2O_3$) bildet die Jodreaction eine hinreichend scharfe Probe. Meine Versuche vom April 1890 über die Absorption der Gase zeigten nun, dass sich die Salpetersäure vorzüglich in Gegenwart von Alkalien auch ausserhalb der Funkenröhre nach der mehrfach erwähnten Gleichung bildet.

Die gewünschte Reaction findet also räumlich an einer anderen Stelle und zeitlich erst später statt, und diese beiden Umstände führten dazu, die ganze Operation der Stickstoffoxydation in verschiedenen, getrennten Gefässen vorzunehmen.

Frühere Versuche haben ergeben, dass eine mässige Bewegung der Luft in der Funkenröhre günstig ist. Ebenso vortheilhaft wirken naturgemäss Vermehrung des Luftdruckes, Erwärmung, Zufuhr von O und H, Benutzung von Alkalien und Abzug der Gase an der positiven Electrode. Demgemäss wird das Luftgemenge unter Druck dem Funken ausgesetzt und tritt aus der Entladungsröhre in einen hinreichend grossen Absorptionsraum, in welchem es aufsteigend mit zweckmässig fein vertheilter Alkalilösung in häufige und andauernde Berührung kommt.

Bei den bisherigen Versuchen im kleinen Maassstabe hatte die intermittirende Luftzufuhr bessere Resultate zur Folge,

ls die continuirliche. Die Absorptionsdauer erfordert je nach Einrichtung des Apparates kürzere oder längere Zeit.

Man kann also aus einem abgemessenen und eventuell mit Hülfsgasen (z. B. O und H) vermischten Luftquantum die oxydirte Luftmenge entfernen, die N-Oxyde absorbiren lassen, durch neue Zumischungen das Luftquantum wiederherstellen, wiederum durch Funken einen Theil davon oxydiren u. s. w. Dabei hat sich sinngemäss herausgestellt, dass für ein gegebenes Luftquantum eine bestimmte Anzahl bestimmt starker Funken die günstigste Wirkung geben. Das Mehr an Funken ist nutzlos. Die Verlängerung der Funken durch ausserhalb der Röhren angebrachte Gleitspiralen[1]) ist vortheilhaft, wenn sich Wasser (nicht Alkali) in der Röhre befindet. Die geeignetste Electricitätsmenge hängt von der Funkenlänge ab. Die Ausbeute steigt bekanntlich bei kurzen Funken relativ schneller als bei langen. Man kann also durch exacte Regulirung der Luftmischung und der Entladungen die Ausbeute im Absorptionsraume vorbereiten.

Nun sind die Kleist'schen Flaschen die wirkenden Entladungsapparate an den Influenzmaschinen. Da es aber eine — bald erreichte — Grenze der chemischen Funkenwirkung gibt, so leisten grosse Maschinen relativ weniger als kleine. Die grössere Electricitätsmenge, welche jene liefern, kann man indessen auf viele Kleist'sche Flaschen vertheilen und mit jeder die gewünschte Wirkung erzielen. Diese Vertheilung des hochgespannten electrischen Stromes geschieht bei den Influenzmaschinen ebenso wie seine Sammlung durch Spitzen.

Jede mit einer Spitze versehene Flasche ladet sich — in einiger Entfernung von der Maschine aufgestellt — durch Influenz von selbst, ohne dass andere, ebenso aufgestellte, verhindert wurden, sich ebenfalls zu laden. Diese einfache Vorrichtung gestattet also, im Bereich einer Electricitätsquelle an beliebig vielen Stellen unabhängig voneinander Electricität anzuhäufen und zu entladen. Je stärker die Quelle, desto schneller erfolgen diese Vorgänge. — Der Entladungsweg einer oder mehrerer (auf Spannung oder Menge verbundener) Kleist'schen Flaschen kann eine *feuchte* Luftstrecke in einer Röhre ent-

1) v. Lepel, Wied. Ann. **39.** 311 ff. 1890.

halten, und je grösser die Ladung, desto länger kann diese Funkenstrecke sein. Schliesslich kann man mehrere Funkenstrecken in einer gemeinsamen Röhre anordnen und erhält auf diese Weise Parallelfunken, deren gleich- oder nicht gleichzeitige Entladung durch eine hier nicht interessirende mechanische Vorrichtung bewirkt werden kann.

Je nach den gewählten Versuchsbedingungen schwankte die Ausbeute an Stickoxyden zwischen 5 bis 10 Proc. des benutzten Luftquantums. Im Begriff, die Versuche mit einer grösseren Toepler'schen Influenzmaschine von 66 rotirenden Platten zu wiederholen, behalte ich mir genauere Mittheilungen vor.

Beachtet man indessen die nicht unerheblichen Ausbeuten und die Möglichkeit, hochgespannte Ströme von 20000 Volts, wie in Frankfurt a. M. gezeigt wurde, massenweise und wohlfeiler als die von niedriger Spannung herzustellen, so scheint es nicht ausgeschlossen, dass in kurzer Zeit die künstliche Darstellung von Salpetersäure mit Hülfe electrischer Entladungen in die Wege geleitet und die Industrie bei ihrem jährlich steigenden Bedarf an Stickstoffoxyden von den meist im Auslande natürlich vorkommenden Salpeterlagern unabhängig gemacht werden wird.

Wieck b. Gützkow, Neuvorpommern, 6. April 1892.

[I. *Zu den Bemerkungen des Hrn. Graetz*[1]*: „Ueber die Wärmeleitung der Gase“; von A. Winkelmann.*

I. Bevor ich die obige Mittheilung bespreche, erlaube ich
zur Orientirung einige Worte vorauszuschicken. Herr
ıetz hat im Jahre 1881 Versuche über die Wärmeleitung
Gase publicirt[2], gegen deren Resultate ich kurz nach dem
cheinen eine Reihe von Einwendungen erhoben habe[3])
se bezogen sich speciell auf den von Hrn. Graetz be-
ımten Temperaturcoëfficienten der Luft, in dem ich zeigte,
ʒ die zwei benutzten Apparate ausserordentlich verschiedene
rthe lieferten: der Werth für den Apparat I (0,00159) war
ılich 9mal so gross, als jener für den Apparat II (0,00017).
Graetz hatte dagegen nach einer mangelhaften Berech-
g nahe übereinstimmende Werthe (0,00174 und 0,00200)
ınden. Als Resultat der neuen Berechnung stellte ich das
;ende hin: *„Die Temperaturcoëfficienten, welche die beiden
›arate für die Wärmeleitung der Luft liefern, gehen so weit
einander, dass weder dem Mittelwerthe noch einem einzelnen
rthe eine entscheidende Bedeutung beizulegen ist.“*

Hr. Graetz erkannte in einer Erwiderung[4]) meine Einwände
ht an. Nachdem er sich zu zeigen bemüht hat, dass aus
ıen Versuchen mit dem Apparat I für den Temperaturcoëffi-
nten nur Werthe sich finden lassen, die zwischen 0,0010 und
·018 liegen — da ich selbst in meiner ersten Arbeit (1876)
en grösseren Werth 0,0027 erhalten[5]), war die Feststellung
ser oberen Grenze 0,0018 von Wichtigkeit — fährt er
t: „Hr. Winkelmann berechnet dann meine Beob-
ıtungen nach der von ihm angegebenen Formel und findet
›nfalls Werthe für γ, die kleiner sind, als 0,0018, die aber

1) Graetz, Wied. Ann. **45.** p. 298. 1892.
2) Graetz, Wied. Ann. **14.** p. 232 1881.
3) Winkelmann, Wied. Ann. **14.** p. 534. 1881.
4) Graetz, Wieden. Ann. **14.** p. 541. 1881.
5) Winkelmann, Pogg. Ann. **159.** p. 177. 1876.

bei beiden Apparaten ausserordentlich weit auseinandergehen. Diese grosse Differenz verliert aber viel von ihrer Bedeutung, wenn man bedenkt, dass sie durch einen Fehler von 3—4% in einer der vier zur Berechnung dienenden Zahlen verschwindet.[1]) Es kann die Differenz in der Winkelmann'schen Berechnungsweise liegen, deren Genauigkeit sich nicht leicht bestimmen lässt. Es scheinen jedoch in der That die Beobachtungen am Apparate II abweichende Resultate zu geben. Dies kann nur daher rühren, dass bei diesem Apparate die Beobachtungen gleich nach dem Auspumpen angestellt werden, wobei die Luft möglicherweise noch in Bewegung war. Dadurch werden die isothermen Flächen verzerrt und die Wärmeleitung erscheint zu gross, der Temperaturcoëfficient zu klein. Bei dem Apparate I war diese mögliche Fehlerquelle ausgeschlossen, sodass aus diesen Beobachtungen mit Sicherheit folgt, dass γ höchstens $= 0{,}0018$ ist, was durch die inzwischen veröffentlichten Beobachtungen von Christiansen[2]) bestätigt wird."

Bei Gelegenheit einer späteren Untersuchung[3]) bin ich nochmals auf die Arbeit des Hrn. Graetz und seine eben besprochene Erwiderung zurückgekommen und habe gezeigt, dass meine Einwendungen nicht entkräftet sind. Ohne auf die Einzelheiten hier näher einzugehen, beschränke ich mich auf die Mittheilung, dass ich den Erklärungsversuch des Hrn. Graetz für das abweichende Verhalten des Apparates II als unzutreffend nachgewiesen habe; der grosse Unterschied der Werthe für die beiden Apparate blieb daher unerklärt und desshalb hielt ich die Folgerung, dass einem dieser Werthe eine entscheidende Bedeutung zukomme, nicht für gerechtfertigt.

1) Dieser Auffassung kann ich nicht zustimmen; es kommt meiner Ansicht nach nur darauf an, ob meine Berechnung der Graetz'schen Versuche richtig ist, ob also der eine Werth 9 mal so gross sich ergibt, als der andere. Ist dies der Fall und Hr. Graetz hat den Beweis des Gegentheils nicht erbracht, so kann man nur durch neue Versuche die Sache entscheiden oder man muss sicher nachweisen, wesshalb einer der beiden Werthe falsch ist.

2) Christiansen, Wied. Ann. **14.** p. 29. 1881. — (Vrgl. hierzu meine Bemerkungen. Winkelmann, Wied. Ann. **20.** p. 350. 1883.)

3) Winkelmann, Wied. Ann. **19.** p. 649. 1883.

Hr. Graetz hat seit seiner ersten Erwiderung (1881) keine weitere Stütze für die Richtigkeit seiner Versuche beigebracht, glaubt aber jetzt einen Beweis hierfür gefunden zu haben. Er stellt nämlich die Versuche von mir und Hrn. Eichhorn über die Temperaturcoëfficienten der Wärmeleitung seit dem Jahre 1876 mit seinen eigenen Mittelwerthen zusammen[1]) und sagt: „Diese Versuche haben Hrn. Winkelmann allmählich zu immer grösserer Annäherung an mein Resultat gebracht, was ich deswegen mit Vergnügen constatire, weil dadurch die Einwendungen, die Hr. Winkelmann gegen meine Arbeit erhoben hat, factisch als unerheblich widerlegt sind.“ Dieser Schlussfolgerung vermag ich nicht zuzustimmen; denn es lässt sich aus der schliesslichen Uebereinstimmung keine Widerlegung gegen eine Reihe nachgewiesener Fehler deduciren. In dem vorliegenden Falle folgt aus der nahen Uebereinstimmung des Graetz'schen Mittelwerthes mit den später gefundenen Resultaten nur, dass die Fehler, welche die Beobachtungsdaten des Apparates II darbieten und die den Temperaturcoëfficienten auf weniger als $^1/_{10}$ des richtigen Werthes herunterdrückten, durch andere Fehler, die in der Graetz'schen Berechnung dieses Apparates liegen, compensirt werden.[2]) Ich kann deshalb auch heute nur daran

1) Ich selbst hatte keine Veranlassung bei meiner letzten Arbeit, diese Zusammenstellung zu machen, da ich bereits früher die Graetz'schen Resultate ausführlich besprochen hatte und da noch im Jahre 1890 durch Hrn. Eichhorn (Wied. Ann. **40.** p. 697) alle Werthe, auch die des Hrn. Graetz, in einer Tabelle aufgeführt waren.

2) Hierbei möchte ich bemerken, dass die von Hrn. Graetz angeführten Werthe nicht unmittelbar vergleichbar sind. Während nämlich bei den Werthen meiner Beobachtungen die Verminderung des Quecksilbergewichtes bei 100° ebenso wie die Abnahme der specifischen Wärme des Quecksilbers mit wachsender Temperatur in Rechnung gezogen ist, ist dies bei den Graetz'schen Resultaten nicht geschehen. Führt man die hierdurch bedingte Correction für den Graetz'schen Apparat I durch, ohne sonst an der Rechnung des Hrn. Graetz etwas zu ändern, so findet man für Luft statt des Werthes 0,00174, den Hr. Graetz angibt, nur 0,00148. Sollte Hr. Graetz die Abnahme der specifischen Wärme des Quecksilbers mit wachsender Temperatur trotz der Bestätigung, die meine Beobachtungen durch Naccari (Beibl. **12.** p. 847. 1888) und durch Milthaler (Wied. Ann. **36.** p. 897. 1889) erfahren haben, nicht für erwiesen ansehen, so war eine entsprechende Correction an den von mir angegebenen Werthen der Temperaturcoëfficienten nöthig, um vergleich-

festhalten, dass weder dem Mittelwerthe noch einem einzelne Werthe der Graetz'schen Beobachtungen eine entscheiden Bedeutung beizulegen ist.

Da Hr. Graetz den Satz, die Einwendungen, welc ich gegen seine Arbeit erhoben habe, seien factisch als u erheblich widerlegt, ohne jede Einschränkung aufstellt, mu ich noch auf einen Punkt zurückkommen, den ich schon Schlusse meiner Arbeit im Jahre 1883 kurz berührt habe u der von der Berechnungsweise der Temperaturcoëfficient ganz unabhängig ist. In den einleitenden Bemerkungen seiner Arbeit (1881) setzt Hr. Graetz auseinander, d nach der Clausius'schen Theorie „die Wärmeleitung *nur* v der Energie der progressiven Bewegung abhängt und dass Molecüle beim Zusammenstoss sich nur verschwindend we intramoleculare Energie mittheilen". Diese angebliche F derung der Clausius'schen Theorie ist nach Hrn. Gra erwiesen, da es p. 234 heisst: „Es folgt aus diesen Zahl dass die der Clausius'schen Berechnung zu Grunde lieger Annahme durch die Erfahrung bestätigt wird. Bei der Wär leitung tritt die intramoleculare Energie nur in unmessbar ringer Menge ins Spiel, vielmehr *besteht die Wärmeleitung der Uebertragung von nur progressiver Energie, ebenso wie Reibung in der Uebertragung des Moments von nur progressi Bewegung besteht*". Ich habe schon früher, ohne ein nähe Citat, darauf hingewiesen, dass die Clausius'sche Theo nicht auf der von Hrn. Graetz dargelegten Annahme gründet ist, möchte dies aber jetzt durch den Wortlaut weisen. Clausius sagt:[1]) „Ferner wird für ein Molecül der Masse m und mit der Geschwindigkeit V die lebend Kraft der Bewegung durch $^1/_2 m V^2$ dargestellt. Wenn Molecül ausser der fortschreitenden Bewegung, deren Geschw digkeit V ist, auch noch eine rotirende Bewegung oder e schwingende Bewegung seiner Bestandtheile besitzt, so die gesammte lebendige Kraft grösser als jenes Produc

bare Resultate zu erhalten. Die von Hrn. Graetz so betonte n Uebereinstimmung seiner Werthe mit den später gefundenen Resulta ist desshalb, wenn man wirklich vergleichbare Werthe in Betracht zi nicht vorhanden.

1) Clausius, Pogg. Ann. 115. p. 29. 1862.

Nachdem dann von Clausius daran erinnert ist, dass die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung einen bestimmten aliquoten Bruchtheil der ganzen lebendigen Kraft bildet, heisst es weiter: „Wir wollen daher den Durchschnittswerth der ganzen lebendigen Kraft eines Molecüls mit $\frac{1}{2} k m V^2$ bezeichnen, worin k ein Factor ist, der für jede Gasart einen bestimmten Werth hat. Demgemäss erhält man für die lebendige Kraft jener $\frac{1}{2} N J V \mu \, d\mu$ Molecüle, welche durch unsere Ebene gehen, den Ausdruck

$$\tfrac{1}{4} k \; m \; N \; J \; V^3 \; \mu \; d\mu.\text{“}$$

Das Integral dieses Ausdrucks zwischen den Grenzen -1 und $+1$ stellt die Wärmeleitung dar. Hieraus geht auf das Deutlichste hervor, dass in der That die Clausius'sche Theorie die oben erwähnte Voraussetzung nicht in sich schliesst, dass deshalb die daraus abgeleitete Schlussfolgerung des Hrn. Graetz unhaltbar ist und dass endlich der von mir mit Rücksicht darauf gemachte Einwand berechtigt war.

II. In dem zweiten Theile seiner Bemerkungen bespricht Hr. Graetz eine Formel, die ich zur Berechnung der absoluten Werthe der Wärmeleitung verwendet habe, und bemerkt, dass dieselbe aus einem incorrecten Ansatz abgeleitet sei. Es ist zuzugeben, dass die Formel nicht strenge richtig ist; indessen ist der Fehler nur gering — es ist nicht wahrscheinlich, dass er 1 Proc. beträgt —, wie sich durch vergleichende Rechnungen zeigen lässt.

Für die Wärmemenge, die bei constanter Temperaturdifferenz τ in Folge der Wärmeleitung des Zwischenraumes vom inneren zum äusseren Cylinder pro Zeiteinheit dringt, hatte ich den Ausdruck

$$w = \frac{k \, . \, \tau \, . \, 2\pi (h - 2r)}{\log \text{nat.} \dfrac{R(r+h)}{r(3R + h - 2r)}} = k \, . \, \tau \, . \, A$$

abgeleitet. Es bezeichnet R und H Radius und Höhe des äusseren, r und h Radius und Höhe des inneren Cylinders.

Hr. Graetz leitet statt dieses Ausdrucks einen anderen ab. Er berechnet die Wärmemengen, die durch die Mantelfläche und durch die ebenen Endflächen des Cylinders gehen, gesondert, und zwar zunächst nur für die *mittleren* Stücke

dieser Flächen, die weiter vom Rande entfernt liegen. Hiernach ist die Wärmemenge, die pro Flächen- und Zeiteinheit durch die *mittleren* Stücke hindurchgeht

für die Mantelfläche vom Radius ϱ:

$$(1) \qquad = \frac{k \cdot \tau}{\log \text{nat.} \frac{R}{r}} \cdot \frac{1}{\varrho}$$

für die beiden ebenen Endflächen:

$$(2) \qquad = \frac{2k \cdot \tau}{H - h}$$

Bis hierher ist die Graetz'sche Berechnung einwurfsfrei. Hr. Graetz, begnügt sich dann aber mit einer Annäherung, indem er die Wärmemenge w_1, die durch die Mantelfläche des äusseren Cylinders dringt, gleich dem Product aus dem Ausdruck 1. und $2\pi\varrho H$ setzt:

$$w_1 = k \cdot \tau \cdot \frac{2\pi H}{\log \text{nat.} \frac{R}{r}}.$$

Dies wäre richtig, wenn der innere Cylinder die gleiche Höhe H, wie der äussere hätte. Da aber die Höhe h kleiner als H ist, so ist w_1 zu gross. Denn wenn man auch nicht den ganzen Verlauf der isothermen Flächen, die nahe an der Mantelfläche des äusseren Cylinders vorbei gehen, angeben kann, so ist doch zweifellos, dass diese Flächen in der Nähe des Randes grössere Abstände haben, als in der Nähe der mittleren Stücke der Mantelfläche, wenn eben die Höhe des inneren Cylinders kleiner ist, als die des äusseren; daraus folgt dann weiter, dass durch ein Flächenelement in der Nähe des Randes weniger Wärme hindurchgeht als durch ein solches, das sich auf dem mittleren Theile der äusseren Mantelfläche befindet.

Um die Wärmemenge w_2 zu erhalten, die durch die beiden ebenen Endflächen des äusseren Cylinders geht, multiplicirt Hr. Graetz den Ausdruck 2. mit $2R^2\pi$.

$$w_2 = k \cdot \tau \frac{2\pi \cdot 2R^2}{H - h}.$$

Dieser Ausdruck wäre wieder richtig, wenn die Endflächen des inneren Cylinders nicht kleiner wären, als die Endflächen

äusseren. Da dies aber der Fall, so ist aus den ent-
chenden Gründen wie vorhin w_2 ebenfalls zu gross. Der
etz'sche Ausdruck für die Gesammtwärmemenge

$$w = w_1 + w_2 = k \cdot \tau \cdot 2\pi \left\{ \frac{H}{\log \text{nat.} \frac{R}{r}} + \frac{2 R^2}{H - h} \right\} = k \cdot \tau \cdot B.$$

ılso zu gross. Hr. Graetz zeigt nun, dass der von ihm
ıleitete Ausdruck B grösser ist — und zwar um 9,1 Proc.
ls der von mir benutzte Ausdruck A und schliesst daraus,
A ungefähr 9,1 Proc. zu klein sei. Ich vermisse bei
er Ableitung den Beweis, dass der Werth B der Wahrheit
er kommt als A. Da B nach der eigenen Angabe des
ors nur durch eine angenäherte Berechnung gefunden
le, ist dies durchaus nicht selbstverständlich. Dadurch
man die Grösse 1 mit $2\pi \varrho H$, die Grösse 2 mit $2 R^2 \pi$
iplicirt, erhält man einen *oberen* Grenzwerth B, der von
wahren Werthe nicht erreicht werden kann. Würde man die
sse 1 mit $2\pi \varrho h$, die Grösse 2 mit $2 r^2 \pi$ multipliciren, so
e man in ähnlicher Weise eine *untere* Grenze für den gesuchten
lruck gefunden. Fasst man das Ergebniss der neuen Be-
nung des Hrn. Graetz kurz zusammen, so findet sich,
der von mir benutzte Ausdruck A kleiner sein muss, als
von Hrn. Graetz berechneter oberer Grenzwerth B. Da
: Forderung erfüllt wird, *so ist darüber, worauf es gerade
mmt, ob nämlich A zu gross oder zu klein sei, nichts ent-
den.*

Eine ganz strenge Berechnung lässt sich, wie Hr. Graetz
ig bemerkt, ohne Schwierigkeit nicht durchführen. Man
ı indess dadurch, dass man in verschiedener Weise an-
herte Werthe ermittelt, zeigen, dass der etwa noch vor-
lene Fehler in dem von mir früher angegebenen Resultat
ur gering sein kann. Befolgt man den Gedanken des
Graetz, indem man die Wärmemenge, die durch die
telfläche geht, gesondert von jener berechnet, die durch
ebenen Endflächen dringt, so darf man aus den früher an-
nen Gründen nicht die ganze Oberfläche des äusseren
ıders mit den Ausdrücken 1 und 2 in Ansatz bringen,
ern hat einen Werth zu suchen, dessen Grösse zwischen

den Oberflächen des inneren und des äusseren Cylinder
Nimmt man als Höhe und Radius die mittleren Wertl
sich aus den Dimensionen[1]) der beiden Cylinder ergeb
erhält man:

$$B' = 2\pi\left\{\frac{\frac{H+h}{2}}{\log\text{ nat.}\frac{R}{r}} + \frac{2\left(\frac{R+r}{2}\right)^2}{H-h}\right\} = 235{,}88\,.$$

Dieser Werth weicht nur um $^1/_2$ Proc. von dem
$A = 234{,}66$ ab.

Ferner lässt sich in folgender Weise eine getrenr
rechnung für die Mantel- und Endflächen ausführen.
man sich eine Cylinderfläche (nebst Endflächen), die
den Cylindern durch den Zwischenraum gelegt ist, so
Wärmemenge, die durch diese Fläche pro Zeiteinheit hir
geht, unabhängig davon, welchen Abstand diese Fläcl
der äusseren Begrenzung besitzt.

Ist der Radius der Mantelfläche ϱ, so ist die
$(h + 2(\varrho - r))$. Die durch diese Mantelfläche gehende
menge w_1 ist

$$w_1 = -k\{(h + 2(\varrho - r))\,2\,\varrho\,\pi\}\frac{d\vartheta}{d\varrho}$$

Intergrirt man diese Gleichung zwischen den G
$\varrho = r$ resp. R und $\vartheta = \tau$ resp. o, so erhält man

$$w_1 = k\tau\,.\,2\pi\,.\,\frac{h-2r}{\log\text{ nat.}\frac{R}{r}\cdot\frac{h}{H}}\,.$$

Die beiden ebenen Endflächen des Cylinders mi
Radius ϱ sind gleich $2\varrho^2\pi$; die Wärmemenge w_2, die
diese Fläche hindurchgeht, ist

$$w_2 = -k\,.\,2\,\varrho^2\pi\,.\,\frac{d\vartheta}{dz}\;{}^{2)}$$

wo z mit der Cylinderaxe zusammenfällt. Da

1) Die Dimensionen sind folgende:
$H = 7{,}0070$ cm; $h = 6{,}3160$ cm.
$R = 1{,}7505$ „ ; $r = 1.4050$ „

2) In meiner frühern Abhandlung (Pogg. Ann. **156.** p. 507
hatte ich $d\vartheta / d\varrho$ statt $d\vartheta / dz$ gesetzt und den obigen Ausdr
dem für die Mantelfläche vereinigt; Hr. Graetz hat darauf hing
dass dies incorrect ist.

$$(R - r) = \frac{H - h}{2},$$

kann man setzen:

$$\varrho = r + z$$

und erhält dann:

$$w_2 = -k \,.\, 2\pi (r + z)^2 \frac{d\vartheta}{dz}$$

Integrirt man diese Gleichung zwischen den Grenzen $z = o$ resp. $(H - h)/2$ und $\vartheta = \tau$ resp. o, so wird

$$w_2 = k \,.\, \tau \,.\, 2\pi \,.\, \frac{2R \,.\, r}{H - h}$$

Es ist also die gesammte pro Zeiteinheit durchgehende Wärmemenge gleich

$$w = w_1 + w_2 = k \,.\, \tau \,.\, 2\pi \left\{ \frac{h - 2r}{\log \text{nat.} \left(\frac{R}{r} \,.\, \frac{h}{H} \right)} + \frac{2R \,.\, r}{H - h} \right\} = k \,.\, \tau \,.\, C.$$

Für C findet man 234,58, ein Werth, der fast vollständig mit $A = 234{,}66$ übereinstimmt. Auch die vorliegende Rechnungsweise ist nicht vollkommen correct, da in der Nähe des Randes die Wärmeströmung bei den Mantelflächen nicht in der Richtung der Radien und bei den Endflächen nicht parallel der Cylinderaxe erfolgt. Bei kleinem Abstand der beiden Cylinder ist der Fehler aber nur unbedeutend.

Um noch auf einem anderen Wege zu einem Näherungswerthe zu gelangen, wurden die Radien r_1 und r_2 zweier concentrischer Kugeln berechnet, die folgenden Bedingungen genügen:

$$r_2 - r_1 = \frac{H - h}{2} = R - r$$

$$4\pi \left(\frac{r_2^2 + r_1^2}{2} \right) = \frac{S + s}{2}$$

wo S und s die Oberflächen des äusseren und inneren Versuchscylinders bedeuten. Während die erste Gleichung aussagt, dass der Abstand der beiden Kugeln gleich dem Abstande der beiden Versuchscylinder ist, ist nach der zweiten das Mittel der beiden Kugeloberflächen gleich dem Mittel aus den Oberflächen der beiden Cylinder. Für den vorliegenden Fall wird die Wärmemenge, die von der inneren zur äusseren Kugel geht,

$$w = k \,.\, \tau \,.\, 4\pi \frac{r_2 \,.\, r_1}{r_2 - r_1} = k \,.\, \tau \,.\, D = k \,.\, \tau \,.\, 235{,}86$$

Wendet man die für die Kugel gültige Formel in entsprechender Weise auf die beiden Cylinder an, so wird die Wärmemenge

$$w = k\tau \,.\, \frac{\sqrt{S \,.\, s}}{R - r} = k \,.\, \tau \,.\, E = k \,.\, \tau \,.\, 234{,}51.$$

wo S und s ebenso, wie oben, die gesammten Oberflächen der beiden Versuchscylinder bezeichnen und $R - r$ ihren Abstand angibt.

Stellt man die so ermittelten Werthe mit dem früher benutzten A zusammen

$$A = 234{,}66; \; B' = 235{,}88; \; C = 234{,}58; \; D = 235{,}86;$$
$$E = 234{,}51.$$

so sieht man, dass trotz der verschiedenartigen Berechnung nur kleine Unterschiede (im Maximum 0,58 Proc.) sich ergeben. Die Ursache hierfür liegt darin, dass, wenn der Abstand der beiden Cylinder gegenüber ihren Dimensionen klein ist, die specifische Wirkung der Randzone auch nur klein ist; in diesem Falle ist daher die Art, wie man die Randzone bei der Berechnung berücksichtigt, vorausgesetzt, dass man Grenzwerthe vermeidet, für das numerische Endresultat nur von geringer Bedeutung. Es ist desshalb nicht wahrscheinlich, dass die Grösse A, die zur Berechnung der Wärmeleitung benutzt ist, einen Fehler enthält, der 1 Proc. von dem wahren Werthe abweicht; das Gleiche gilt dementsprechend auch von dem absoluten Werthe der Wärmeleitung.

Jena, März 1892.

XIV. *Turbine und Drehwage zu Vorlesungsversuchen; von Eb. Gieseler.*

Nebenstehende Figur zeigt in etwa $^1/_5$ nat. Grösse einen parat, der dazu bestimmt ist, eine beliebig gerichtete Axe in ınelle Rotation zu setzen, um damit andere Apparate zu betrei-ı, oder namentlich Ex-:imente bei Vorlesungen zustellen. Als Betriebs-ıft dient das unter Druck hende Wasser der städti-ıen Wasserleitung, das n Apparat durch einen .mmischlauch zu- und :sprechend abgeführt rd. Das Druckwasser rchläuft dabei eine voll-ındig in einem eisernem sten eingeschlossene ıottische Turbine von m Durchmesser, deren ı dem Kasten hervor-



;ende Axe dadurch in schnelle Drehung versetzt wird. Da dieser sten an einem eisernem Untersatze so befestigt ist, dass man . um eine horizontale Axe verstellen kann, so kann man der irenden Turbinenaxe jede beliebige Richtung geben und hat mer einen in sich feststehenden, nur eines Tisches als Unter-;e bedürfenden, Apparat, der 15 kg wiegt, 65 Mk. kostet, . einem Wasserdruck von ca. 35 m bis 1500 Umdrehungen : Minute macht und per Stunde dabei etwa 0,95 cbm Wasser :braucht. — Verfasser gebraucht den Apparat zu Versuchen, ı sonst mit der Centrifugalmaschine gemacht werden, dann Messungen kleiner Zeiten, die mit Inductionsfunken auf irenden Scheiben markirt werden, für den Rotatationsmag-

netismus, um durch schnell rotirende Spiegel das Funkenbi
zu zerlegen und z. B. zu folgenden Versuchen.

1. Es wird eine Sirenenscheibe von 26,5 cm Durchmes
auf die mit der Turbinenaxe verbundene Scheibe gelegt,
dann schnell rotirt. — Mit der Ecke einer Visitenkarte,
man auf den Lochreihen schleifen lässt, kann man dann s
laut die Töne der Tonleiter mit trompetenartiger Klangfa
erzeugen — selbstverständlich auch durch Anblasen mi
Töne hervorbringen.

2. Es wird eine Scheibe aufgelegt, die mit Ringen ph
phorescirender Substanzen (pulverförmig auf Klebstoff aus
streut) belegt ist. Durch einen Heliostaten wird Sonnenli
auf einen Radius der Scheibe geworfen, das aber durch
geschwärztes Rohr kommt, so dass man im verfinsterten Rau
nichts sieht. — Lässt man nun den Apparat laufen, so sie
man die phosphorescirenden Ringe, je nach der Dauer d
Phosphorescenz, auf mehr oder weniger langen Streck
leuchten.

3. Man lässt den Sonnenstrahl auf eine mit sechs b
acht Löchern versehene Scheibe fallen und erhält so eine inte
mittirende Beleuchtung, in welcher man schwingende Sait
stillstehend oder langsam schwingend erscheinen lassen kan
oder wenn man z. B. im vertical abwärts gerichteten Stra
ein Stück Kreide fallen lässt, so sieht man dasselbe nur na
kurzen Intervallen und erblickt so gewissermaasen das Fa
gesetz, das sich selbstverständlich auch photographiren läs

Verfasser construirte ferner eine Abänderung der Co
lomb'schen Drehwaage, um dieselbe für Vorlesungsversuc
geeignet zu machen. Der Torsionsfaden befindet sich d
bei in einer Glasröhre von ca. 3 bis 4 cm Durchmess
welche oben den getheilten Torsionkreis trägt und etwa
bis 40 cm über dem Tische zwei Oeffnungen enthält, dur
die der an einem Ende mit der vergoldeten Kugel aus Holu
dermark versehene Waagebalken reicht. Der Waagebalk
kann nur 2 mm nach rechts und links ausschlagen, hat a
einen Index (event. durch Spiegel) der sehr genau die Glei
gewichtslage markirt. — Unter der Kugel des Waagebalk
findet sich rechtwinkelig zu diesem eine gradlinige gethe
Führung für den Fuss einer zweiten isolirten vergoldeten Ku

die in gleicher Höhe mit der ersten steht und deren Mittelpunkt, vermöge der Führung, in horizontaler Linie der ersten Kugel genähert oder von derselben entfernt werden kann und ist der jedesmalige Abstand der Mittelpunkte an der Theilung abzulesen. — Macht man nun z. B. beide Kugeln gleichnamig elektrisch und bringt sie in einen gewissen Abstand, so kann man durch Tordiren des Drahtes die Kugel des Waagebalkens in die Nulllage bringen und durch den Torsionswinkel die abstossende Kraft messen. — Durch Luft oder Flüssigkeitsdämpfung ist die Ablesung zu erleichtern und durch einen Drahtkasten der ganze Apparat vor äusseren Einflüssen zu schützen.

Bonn, im Mai 1892.

XV. *Ueber eine Reproduction der Siemens'sche Quecksilbereinheit; von Hermann Passavan*

Von Hrn. Dr. St. Lindeck werde ich in dankenswertl Weise darauf aufmerksam gemacht, dass in meiner Arbeitül die Reproduction der Siemens'schen Quecksilbereinheit [1] Formeln für den Ausbreitungswiderstand an den Röhrenenc insofern unrichtig angegeben sind, als in deren Nenner Grösse q, der mittlere Röhrenquerschnitt, fehlt. Dass di Ungenauigkeit nur auf einem Schreibfehler beruht und Berechnung der Ausbreitungswiderstände die richtige Forn

$$a = \frac{0{,}82\,(r_1 + r_2)}{q}$$

zu Grunde liegt, ist aus den Werthen der auf p. 514 gegebei Tabelle zu entnehmen.

Setzen wir der Einfachheit halber $r_1 = r_2 = r$, dem m leren Radius der Röhre, so erhalten wir die einfachere For

$$a = 0{,}82 \, . \frac{2\,r}{q} = \frac{1{,}64}{\pi\,r},$$

welche auch Hr. Benoit bei der Berechnung seiner Que silber-Etalons benutzte. Nun ist

$$q = \pi\,r^2 = \frac{M_0}{L_0\,d_0} \quad \text{und} \quad r = \sqrt{\frac{M_0}{\pi\,L_0\,d_0}}\,.$$

Setzen wir hierin für $M_0\,L_0\,d_0$ die Werthe aus Tabelle p. 5 ein, so erhalten wir:

$$r_1 = 0{,}536,\; r_2 = 0{,}519,\; r_3 = 0{,}608,\; r_4 = 0{,}581,\; r_5 = 0{,}517,\; r_6 = 0{,}52$$

und entsprechend:

$$a_1 = 0{,}000974,\quad a_2 = 0{,}001006,\quad a_3 = 0{,}000859,\quad a_4 = 0{,}000899,$$
$$a_5 = 0{,}001010,\quad a_6 = 0{,}001002$$

in vollkommener Uebereinstimmung mit den Werthen Tabelle.

Berlin, 13. März 1892.

1) H. Passavant, Wied. Ann. **40.** p. 505. 1890.

Jahrg. 11. **Nr. 4.**

Verhandlungen
der
Physikalischen Gesellschaft zu Berlin.

Sitzung vom 8. April 1892.

Vorsitzender: Hr. E. du Bois-Reymond.

Hr. **O. Lummer** sprach über:

1. ein neues Spectralphotometer, nach gemeinsam mit Hrn. **E. Brodhun** ausgeführten Versuchen. Mit Demonstrationen.
2. Einiges zur Abbildung nicht selbstleuchtender Objecte.

Im ersten Vortrag wurde das im Februarheft der Zeitschr. f. Instr.-Kde. 1892 von Lummer und Brodhun beschriebene Spectralphotometer kurz skizzirt und dessen Wirkungsweise im Vergleich zu anderen Spectralphotometern besprochen. Den Schwerpunkt legte der Redner auf die Aufstellung der Bedingungen für das Verschwinden der Grenze zwischen zwei im spectralen Lichte gesehenen Feldern und er zeigte, dass und auf welche Weise bei dem vorgeführten Apparat diese Bedingungen erfüllt worden sind. Demgemäss ist die Empfindlichkeit die gleichgrosse, wie sie mit den Lummer-Brodhun'schen Photometer zur Messung der Gesammtstrahlung zweier Lichtquellen erreicht wird. Ein grosser Vorzug des neuen Spectralphotometers besteht in der Möglichkeit, das „Contrastprincip" als photometrisches Kriterium anwenden zu können, wodurch der mittlere Fehler einer Einstellung auf unter $^1/_5$ Proc. herabgeht.

Die zweite Mittheilung knüpft an den Umstand an, dass die im Spectralphotometer gesehenen Photometerfelder ihr Licht erst durch den Collimatorspalt erhalten und somit als *nicht selbstleuchtende* Objecte besonderen Regeln der Abbildung unterliegen. Besonders angestellte Versuche über die Abbildung eines zwischen die Objective eines Spectrometers gebrachten Spaltes haben neue Erscheinungen gezeigt, wenn man das beobachtende Auge direct an den Ocularspalt bringt, wie es bei dem Farbenmischapparat von v. Helmholtz, beim

Spectralphotometer von A. König und vor allem bei dem zuer
beschriebenen Apparat der Fall ist. Sowohl, wenn der Col
matorspalt, wie der Ocularspalt eine zu kleine Dimensi
hat, erblickt man den zwischen den Objectiven befindlich
Spalt nicht mehr deutlich, sondern ausgezogen zu ein
Beugungsspectrum. Dasselbe verändert sich mit der Stellu
des Fernrohres und der Weite des Ocularspaltes. Vom Sp
entsteht ein Fraunhofer'sches Beugungsspectrum in
Ocularspaltebene. Je nachdem mehr oder weniger von dies
Spectrum durch den Ocularspalt ins Auge gelangt, um
mehr oder weniger ähnelt das gesehne Bild des Spaltes le
terem selbst. Die in dieser Beziehung angestellten mann
fachen Versuche dienten zum Ausgangspunkt, die Abbe'sc
Theorie der Abbildung *nicht selbstleuchtender* Objecte
Mikroskope kurz darzulegen. Zum Schluss wurde darauf h
gewiesen, dass eigentlich auch die Abbildung des *Collimat*
spaltes beim *Spectrometer* hierher gehört. Wird der Co
matorspalt durch die Sonne beleuchtet, so entsteht vom Sp
in der halben Brennweite des Beobachtungsfernrohres
reelles Beugungsspectrum und aus der Interferenz die
Spectrums das mit dem Ocular vergrössert gesehene Abb
des Collimatorspaltes. Nach der Analogie der Mikrosk
abbildung kann das Spaltbild nur dann dem Collimatorsp
ähnlich sein, wenn das gesammte Spectrum desselben in
Fernrohr dringt. Letzteres hängt von der Enge des Co
matorspaltes und der Oeffnung der Collimatoren ab. Je en
der Spalt, um so weniger gelangt vom Beugungsspectrum
das Fernrohr, um so undeutlicher müsste also das Spaltb
sein. Inzwischen angestellte Versuche ergaben statt des Sp
bildes deren zwei bez. drei etc. Spaltbilder, welche sich th
weise decken, d. h. deren Ränder über einander übergrei
wenn man von dem Beugungsspectrum die ersten, dritt
fünften etc. Maxima bez. die ersten und zweiten, vierten u
fünften etc. Maxima des Spaltspectrums rechts und links
blendete. Bei sehr engem Spalt wurde das Abbild imm
undeutlicher und unschärfer. Die Berechnung dieser Versu
nach Abbe'schem Vorbild und eingehendere Versuche in
angedeuteten Richtung stellt der Vortragende in Aussicht.

Sitzung vom 6. Mai 1892.

Vorsitzender: Hr. A. KUNDT.

Der vom bisherigen ersten Rechnungsführer verlesene Cassenbericht über das abgelaufene Geschäftsjahr wird durch Ertheilung der Entlastung anerkannt. Die darauf stattfindende Neuwahl des Vorstandes ergibt folgendes Resultat:

Vorsitzende:	Schriftführer:	Rechnungsführer:
1. H. v. HELMHOLTZ.	1. B. SCHWALBE.	1. M. PLANCK.
2. A. KUNDT.	2. A. KÖNIG.	2. W. BRIX.
3. W. v. BEZOLD.	3. R. ASSMANN.	3. E. LAMPE.
	Bibliothekare.	
	1. A. RAPS.	
	2. H. RUBENS.	

Der Voranschlag für Einnahmen und Ausgaben im Geschäftsjahr 1892/93 wird genehmigt.

Hr. **Th. Gross** spricht

über den Satz von der Entropie.

Die Darstellung, die CLAUSIUS von dem CARNOT-CLAUSIUS'schen Satze gibt [1], zerfällt bekanntlich in zwei Theile.

In dem ersten gelangt er von dem CARNOT'schen Kreisprozesse ausgehend für alle umkehrbaren Kreisprocesse zu der Entropiegleichung $\int (dQ) / (\vartheta) = o$, worin dQ jedes positive oder negative von dem veränderlichen Körper aufgenommene Wärmeelement, und ϑ dessen absolute Temperatur bezeichnet.

In dem zweiten, dessen Inhalt wir des Folgenden wegen genauer angeben, führt er zunächst den Aequivalenzwerth der Verwandlung einer endlichen Wärmemenge Q ein und bestimmt als dessen mathematischen Ausdruck für die Verwandlung von Arbeit in Wärme von der Temperatur ϑ die Grösse Q / ϑ und für den Uebergang von der höheren Temperatur ϑ_1 zu der niedrigeren ϑ_2 die Grösse $Q(1/\vartheta_2 - 1/\vartheta_2)$ [2],

1) CLAUSIUS, Mech. W. Th. 1. 1876.

2) Im Original steht zunächst statt der absoluten Temperatur eine Function von ihr, die später als die absolute Temperatur selbst bestimmt wird.

während er die entgegensetzten Verwandlungen negativ a
setzt. Für die algebraische Summe aller Verwandlungen i
irgend einem Kreisprocesse stellt er dann den Ausdru
$N = -\sum Q / \vartheta$ und bei Wärmequellen von veränderlich
Temperatur, wie sie in der Natur anzunehmen sind, den Au
druck $N = -\int (dQ) / (\vartheta)$ auf.

Um nun zu beweisen, dass in einem umkehrbaren Krei
processe $N = o$ ist, verfährt er in folgender Weise. Er the
alle darin vorkommenden Verwandlungen in zwei Theile, v
denen der eine die algebraische Summe Null haben, und d
andere aus Gliedern von gleichem Vorzeichen bestehen so
Die Verwandlungen des ersten Theiles zerlegt er in Paa
von den Formen:

$$-\frac{Q}{\vartheta} + Q_1\left(\frac{1}{\vartheta_2} - \frac{1}{\vartheta_1}\right) = o, \quad \frac{Q}{\vartheta} - \frac{Q'}{\vartheta'} = o,$$

$$Q_1\left(\frac{1}{\vartheta_2} - \frac{1}{\vartheta_1}\right) + Q'_1\left(\frac{1}{\vartheta'_1} - \frac{1}{\vartheta'_2}\right) = o,$$

von denen jedes durch Kreisprocesse rückgängig zu mach
sein soll. Dieses vorausgesetzt, schliesst er dann auf Gru
seines Satzes über die Compensation der Wärmeübergäng
dass der zweite Theil Null ist, woraus sich $\int (dQ) / (\vartheta) =$
ergeben würde.

Hiergegen ist Folgendes einzuwenden. Clausius will b
weisen, dass für umkehrbare Kreisprocesse $\int (dQ) / (\vartheta) =$
d. h. dass für sie die Verwandlungswerthe, die er auf die a
gemeine Form dQ / ϑ zurückführt, vollständige Differenti
sind. Werden daher in die vorstehenden Gleichungen, zw
schen den Verwandlungswerthen, auf die er seinen Beweis
gründen sucht, statt der endlichen Grössen Q, Q_1 etc. d
dQ_1 etc. eingesetzt, so darf dadurch nicht zugleich die Vo
ständigkeit der Differentiale dQ / ϑ, $dQ_1 (1 / \vartheta_2 - 1 / \vartheta_1)$ e
als nothwendig vorausgesetzt werden, sondern es müsste z
nächst möglich sein, dass sie vom Wege abhängen. De
sonst entstände ein logischer Cirkel, indem man schliess
würde: Da die Verwandlungswerthe vollständige Differenti
sind, so gelten jene Gleichungen, und da jene Gleichung
gelten, so sind die Verwandlungswerthe vollständige Differe
tiale. Nun können Gleichungen zwischen unvollständig

Differentialen nur in dem Sinne gelten, dass die eine Seite nichts als eine formale Definition der anderen ist, wogegen hier Wärme und Arbeitsgrössen verglichen werden sollen. CLAUSIUS fasst überdies die obigen Differentiale in zwei Gruppen zusammen und nimmt von der ersten an, dass sie die algebraische Summe Null hat und von der zweiten, dass sie eine positive oder negative Grösse ist; beides hat offenbar auch nur einen Sinn, wenn jene Differentiale nicht unvollständig sind. Denn eine Anzahl unvollständiger Differentiale ist keine Grösse; man kann sie daher zwar mit dem positiven oder negativen Vorzeichen versehen, kann aber nicht behaupten, dass sie Null oder eine positive oder negative Grösse ist. Ferner könnte man einen oder mehrere Kreisprocesse bilden, worin die Verwandlungswerthe aus den Paaren der ersten Gruppe bestehen. Ihre Summe ist dann Null und folglich sind die zu ihr gehörigen Differentiale vom Wege unabhängig, d. h. vollständig, und dasselbe gilt daher auch von den ihnen formell gleichen Differentialen der zweiten Gruppe. Also müssen die obigen Differentiale nothwendig sofort vollständig angenommen werden, und der vorliegende vermeintliche Beweis der Entropiegleichung ist in Wahrheit ein Cirkelschluss.

Später wendet CLAUSIUS den Begriff der Verwandlungswerthe auch auf die nichtumkehrbaren Vorgänge an. Die Summe aller Verwandlungen in einem nichtumkehrbaren Kreisprocesse theilt er wiederum in zwei Theile, von denen der eine Null, der andere nicht negativ sein soll, so dass für beliebige Kreisprocesse $\int (dQ) / (\vartheta) \leqq o$ sein würde.

Diese allgemeinen Bestimmungen können schon deswegen nicht befriedigen, weil nach ihnen für die nichtumkehrbaren Kreisprocesse das mehrerwähnte Integral Null oder negativ, d. h. integrirbar oder nicht integrirbar ist, und erst durch die specielle Betrachtung einzelner Vorgänge die letztere Bestimmung als geltend festgesetzt wird; sodass CLAUSIUS hiernach die allgemeine Möglichkeit eines nicht umkehrbaren Kreisprocesses, für den jenes Integral Null ist, nicht bestreiten könnte. Auch sind seine Schlüsse hier ebensowenig wie bei den umkehrbaren Vorgängen zulässig. Um das zu beweisen, brauche ich heute nicht die einzelnen nichtumkehrbaren Vorgänge, die er anführt, zu erörtern: seien sie, welche

sie wollen, jedenfalls nimmt er die Verwandlungswerthe in ihnen, wie in den umkehrbaren Vorgängen als vollständige Differentiale an. Denn soll eine Anzahl von Differentialen Null, eine andere eine positive Grösse sein, so können, wie schon oben hervorgehoben wurde, die Differentiale nicht unvollständig sein. Ebenso können auch hier analog wie dort die Paare von Differentialen, deren Summe Null ist, als zu Kreisprocessen gehörig betrachtet werden, woraus wiederum für sie und für die ihnen formell gleichen die Unabhängigkeit vom Wege folgt. Also steht die nichtintegrirbare Ungleichung von CLAUSIUS in entschiedenem Widerspruche zu den Voraussetzungen, aus denen sie vermeintlich abgeleitet ist.

Die Untersuchungen von CLAUSIUS über die Verwandlungswerthe kann ich demnach nicht als eine Bereicherung des ersten Theiles seiner Entwickelung des nach CARNOT und ihm benannten Satzes ansehen, durch die er sich ein so grosses Verdienst um die mechanische Wärmetheorie erworben hat.

Auf einem anderen Wege sucht Hr. ZEUNER die CLAUSIUS'sche Ungleichung abzuleiten.[1]) Derselbe betrachtet den besonderen Fall, dass der innere Druck p auf der Flächeneinheit des veränderlichen Körpers M grösser als der entsprechende äussere Druck p' ist. Ist ferner v das Volumen von M, U dessen innere Energie für den Gleichgewichtszustand, und wird ihm die Wärme dQ' zugeführt, so soll

$$dQ' = \frac{\partial U}{\partial p} dp + \frac{\partial U}{\partial v} dv + p' dv$$

sein. Wird von dieser die für umkehrbare Vorgänge geltende Gleichung

$$dQ = \frac{\partial U}{\partial p} dp + \frac{\partial U}{\partial v} dv + p\, dv$$

abgezogen, und die Differenz durch die zur Curve p gehörigen ϑ dividirt[2]), so folgt

$$\frac{dQ'}{\vartheta} = \frac{dQ}{\vartheta} - \frac{p-p'}{\vartheta} dv.$$

1) ZEUNER, Techn. Thermodynamik. 1. p. 77 ff. 1887.

2) Im Original steht statt ϑ eine Grösse, die durch Analogieschlüsse als die absolute Temperatur zu bestimmen versucht wird.

Das erste Differential auf der rechten Seite dieser Gleichung ist nun unter allen Umständen vollständig, das zweite wird integrabel, wenn, was vorausgesetzt ist, die Curven für p und p' gegeben sind; also ist dann $\int(dQ' / \vartheta)$ zu integriren. Geht demnach der Körper M aus einem Zustande (a_1) in einen Zustand (b_1) über, und zwar das eine Mal umkehrbar auf einem Wege $(a_1\, c_1\, b_1)$ und das zweite Mal nicht umkehrbar und wird er dann aus (b_1) nach (a_1) umkehrbar auf einem Wege $(b_1\, d_1\, a_1)$ zurückgeführt, so soll für den gesammten Vorgang, da für ihn

$$\int \frac{d\,Q}{\vartheta} = o$$

ist,

$$\int \frac{d\,Q'}{\vartheta} = -\int \frac{p - p'}{\vartheta} d\,v = -N$$

werden, und somit die Ungleichung von Clausius bewiesen sein.

Man sieht nun aber sofort, dass diese Gleichung für N nicht mit derjenigen von Clausius übereinstimmt. In der letzteren ist jedes Wärmeelement durch seine absolute Temperatur dividirt, wogegen in der vorliegenden die $d\,Q'$ durch die absoluten Temperaturen der $d\,Q$ dividirt werden, die von den ihrigen verschieden sind. Ferner liegt der Gleichung für N, wie die Zusammenstellung der einzelnen Curvenstücke ergibt, die Voraussetzung zu Grunde, dass die einzelnen Integrale in ihr zwischen verschiedenen Grenzen genommen werden, nämlich $\int(dQ / \vartheta)$ für einen Kreisprocess $(a_1\, c_1\, b_1\, d_1\, a_1)$[1] und $\int(dQ' / \vartheta)$ zwischen (a_1) und (b_1).

Ich kann somit auch in Hrn. Zeuner's Darstellung einen Beweis der Clausius'schen Ungleichung nicht finden. Auch ist zu bemerken, dass, wenn der innere Druck eines Körpers grösser ist als der äussere, die Grössen v, p', im allgemeinen für jedes seiner Massenelemente verschieden sein werden; es wäre also anzugeben, wie diese Grössen in den vorliegenden Gleichungen zu verstehen sind.

Hr. C. Neumann nimmt in seiner Ableitung der Clausius'schen Ungleichung[2]) die Wärmemengen, die dem veränderlichen Körper bei einer constanten Temperatur zugeführt

1) Vgl. a. a. O. p. 72. Fig. 16.

2) C. Neumann, Ber. d. Sächs. Ges. d. Wiss. 1. 1891.

werden, zuerst als endlich an, setzt aber dann auch an ihre Stelle Differentiale, wodurch das, was oben gegen die Gleichungen zwischen unvollständigen Differentialen und deren Summation bemerkt wurde, auch gegen diese Ableitung in Kraft tritt. Das Gleiche gilt in Bezug auf andere Schriftsteller, die daher und mit Rücksicht auf den beschränkten Raum hier nicht erwähnt worden sind.

Nach Allem muss ich behaupten, dass die bisherigen Untersuchungen über die nicht umkehrbaren Vorgänge keinen allgemeinen Aufschluss geben.[1]) Die Ergänzung der vorstehenden kritischen Bemerkungen und die positive Erörterung der Probleme, worauf sie sich beziehen, behalte ich mir vor.

Hr. **E. Budde** bemerkt, dass er die ganze Darstellung des Vorredners nicht acceptiren kann, will aber nur auf einen Punkt derselben, nämlich auf die Behauptung, dass man im vorliegenden Falle nicht mit unvollständigen Differentialen rechnen dürfe, eingehen. Ist ein Wärmedifferential „integrabel" im mathematischen Sinne, so bedeutet das, dass sein Integral vom Wege unabhängig ist. Ist es aber „nicht integrabel", so bedeutet dies nur, dass der Werth seines Integrals sich erst herstellen lässt, wenn man den Weg der Integration kennt. Bei jedem in der Natur vorkommenden thermodynamischen Process ist nun selbstverständlich ein bestimmter Weg, auf dem er vor sich geht, vorhanden, wenn wir ihn auch nicht gerade immer anzugeben wissen. Bei jedem natürlichen Process der hier in Frage kommenden Art hat also auch das nicht integrable Wärmedifferential einen ganz bestimmten Sinn, auch sein Integralwerth für den concreten Process ist ein bestimmter, und es ist durchaus nicht einzusehen, weshalb man nicht mit nicht integrabelen Differentialen genau so wie mit integrabelen rechnen soll.

Hr. **Th. Gross** erwidert: Auf die bestimmt ausgesprochene Einwendungen des Vorredners, die ich allein berücksichtige kann, antworte ich Folgendes:

1. Gewiss kann ein nicht integrirbarer Ausdruck für einen concreten Vorgang einen ganz bestimmten Sinn erhalten, wer

---

1) Vgl. Bertrand, Thermodynamique. p. 265 ff. 1887.

bekannter oder unbekannter Weg, d. h. Beziehungen
chen den Veränderlichen angenommen werden. Diesen
immten Sinn hat aber nicht das unvollständige Differential,
lern es gewinnt ihn erst durch jene Beziehungen, weil es
lge ihrer nicht mehr unvollständig ist. Etwas Anderes
gen auch die Ausführungen des Vorredners nicht.

2. Wenn auch ein concreter Vorgang auf bestimmtem
ge erfolgt, so bleibt doch noch die Frage offen, ob gewisse
ihm verbundene Aenderungen, z. B. die der Entropie, von
em Wege unabhängig, und daher durch vollständige Diffe-
iale von Functionen mehrerer unabhängig Veränderlicher
ustellen sind. In meinem Vortrage wird nun nach meiner
nung bewiesen, dass die Betrachtungen über die Verwand-
swerthe, durch die Clausius diese Frage allgemeiner als
h seine Entwickelung des Carnot'schen Satzes zu beant-
ten sucht, zu einem logischen Cirkel und Widersprüchen
sich selbst führen, und ich sehe nicht, in welchem Punkte
h der Vorredner widerlegt hat.

3. Wenn der Vorredner „mit nicht integrabelen Differen-
n genau so wie mit integrabelen rechnen" will, so muss
fragen, was er denn unter „rechnen" versteht. Ich ver-
e darunter gewisse Operationen, die nur für Grössen defi-
und bewiesen sind; nicht integrirbare Differentiale sind
r keine Grössen.

Sitzung vom 20. Mai 1892.

Vorsitzender: i. V. Hr. E. Lampe.

Hr. F. **Neesen** trägt vor

Ueber die Mitnahme von Losscheiben durch rasch umlaufende Axen.

Die Frage, ob es möglich ist, in einem Geschosse einen Körper derart anzuordnen, dass derselbe an der Drehung des Geschosses um dessen Längsaxe nicht theilnimmt, hat zu der Anstellung der im Folgenden wiedergegebenen Versuche geführt. Es zeigte sich, dass eine lose auf einer umlaufenden Axe sitzende Scheibe durch ein verhältnissmässig kleines excentrisch angebrachtes Uebergewicht am Mitlaufen verhindert werden konnte. Um die Grösse des Uebergewichtes unter verschiedenen Verhältnissen zu bestimmen, wurden auf die Axe eines kleinen electromagnetischen Motors mit Grammering, wie solche jetzt vielfach namentlich für Ventilatoren gebraucht werden, verschiedene Messingscheiben aufgeschoben, deren Trägheitsmoment oder Massen voneinander abwichen. Zur Bestimmung des Einflusses des Axendurchmessers wird auf die Motoraxe ein Zapfen z aufgesetzt, der entweder fest gegen erstere geklemmt war oder lose auf ihr sass. Durch ein Loch in der Scheibe wurde ein Stahlstab gesteckt (1 mm Durchmesser) und auf diesen solange cylindrische Laufgewichte aufgereiht, bis die lose sitzende Scheibe (Losscheibe) von der umlaufenden Axe nicht mehr mitgenommen werden konnte. Die Entfernung des Stahlstäbchens vom Mittelpunkt der Axe betrug 5,5 cm; Produkt aus dem aufgelegten Gewicht in diese Zahl gibt daher das zur Verhütung des Mitlaufens nöthige Moment. In den folgenden Tabellen findet sich nicht dieses Moment, sondern nur das aufgeschobene Laufgewicht plus dem Gewichte des Stabes angegeben. Durch die Erschütterungen des Motors geriethen die kleinen Laufgewichte auf dem Stab in Rotation und flogen infolge desselben weg. Sie wurden daher mit etwas Wachs festgeklebt.

Zur Bestimmung der Umlaufszahl der Axe des Motors, ıer durch Accumulatoren oder Dynamomaschine angetrieben .e und dessen Geschwindigkeit durch Vorschalten von ɜrstand geändert werden konnte, befand sich mittels Kopf- ıube festgeklemmt an der Axe ein dünner Kupferdraht. elbe strich bei jedem Umlauf an einer sich drehenden ssten Trommel vorbei. Aus dem Abstande der so er- ınen kurzen Linienstücke wurde die Umlaufsgeschwindig- berechnet.

Die Motoraxe wurde meist mit gutem Knochenöl dünn ichen. Bestimmungen sind erst gemacht, nachdem das te Oel durch Centrifugalkraft fortgeschleudert war. So- ɜ noch die erste aufgetragene Oelmenge vorhanden ist, ı die aufzulegenden Gewichte immer bedeutend grösser als nachher.

Als Maasseinheiten dienen stets g, cm, sec.

Folgende vier Scheiben sind verwendet worden:

	Masse	Trägheitsmoment	Durchmesser des Zapfens
a	425	3768	1
b	205	3768	1
c	425	1302	1
d	425	3768	2

a und *d* sind Vollscheiben mit aufgesetztem Ringe von ːhiedener Grösse, um für beide Scheiben gleiche Masse gleiches Trägheitsmoment zu erzielen.

b besteht aus einem äusseren Ringe, welcher durch vier e mit einem kleinen inneren verbunden ist.

c hat eine gedrungene hohlcylindrische Form, zwei Arme ɜn von demselben radial ab zur Aufnahme des Stäbchens lie Laufgewichte, der Durchmesser der Höhlung ist 1,2 cm. kleine Nabe befindet sich in letzterer, um die Auflage- .e auf die Axe zu geben. Bei allen vier Scheiben ist die te dieser Auflagefläche dieselbe.

Unter denselben Verhältnissen ergeben sich verschiedene the der aufzulegenden Gewichte. Es rührt das her von verschiedenen Zustande der Oelung und etwaigen Unter- ıden der Stelle an der Axe, auf welcher die Scheibe auf- . Die Verschiedenheiten sind, wie die folgenden Zahlen

zeigen, aber nicht so gross, dass durch dieselben der Einfluss der verschiedenen Bedingungen verdeckt würde.

Bei den Versuchen wurde die Scheibe solange festgehalten, bis der Umlauf der Axe stationär geworden war; erst dann sind die aufzulegenden Gewichte bestimmt. Lässt man die Scheibe los, während die Axe ihren Umlauf allmählich annimmt, so muss im allgemeinen, um das Mitlaufen bei dieser plötzlichen Geschwindigkeitsänderung zu verhüten, mehr Uebergewicht gegeben werden, wie wenn der Zustand stationär ist. So z. B. in einem Falle mit Axe von 1 cm 7,8 g bei plötzlichem Angehenlassen mit Maximalgeschwindigkeit, anstatt von 7,3 g bei stationärem Zustand, in einem anderen Falle, wo ein lose sitzender Messingzapfen *z* benutzt wurde, 20 g an Stelle von 12 g.

In den folgenden Tabellen bedeutet *n* die Tourenzahl in 1 Sec., *p* das zur Verhütung des Mitlaufes anzuhängende Gewicht.

A. Versuche ohne Zapfen *z*.

Axendurchmesser 1 cm. Scheibe *a*.

1. Reihe

geölt mit altem Oel		geölt mit frischem Oel		trocken	
n	*p*	*n*	*p*	*n*	*p*
44	8,3	49	5,3	44	8,8
36	8,3	43	5,8	38	10,8
31	7,3	32	5,8	34	11,8
23	7,3	26	6,8	22	10,8
9	7,3	16	4,8	19	9,8
2,5	6,8	7	4,8	11	8,8
				8	8,3

2. Reihe						3. Reihe	
trocken		geölt		geölt		geölt	
n	*p*	*n*	*p*	*n*	*p*	*n*	*p*
51	7,3	48	6,3	54	7,3	51	7,3
44	9,8	36	8,3	42	7,8	40	6,3
34	9,3	31	6,3	29	4,3	31	5,3
24	8,3	17	4,8	22	4,8	19	5,3
		14	4,3				

Das Moment, welches sich hieraus berechnet, ist erheblich geringer, wie das Moment der gewöhnlichen Zapfenreibung

etztere würde, den Reibungscoefficient zu 0,17 ge-
, sein:

$$425.1 \,.\, 0,17 = 72,25,$$

nach der 2. Reihe bei trockenem Zapfen das Moment
50 und 40 beträgt.

heren Erfahrungen gemäss wird mit wachsender
ıdigkeit die Mitnahme zunächst leichter (grösseres
p), indessen hat bald die Aenderung der Geschwin-
:einen Einfluss mehr, schliesslich wird bei weiterer
ıg der Geschwindigkeit die Mitnahme wieder erschwert.
lrung hierfür möchte ich den Vorgang des Mitnehmens
maassen deuten. Die Unebenheiten der Axe wirken
ıfliegende Losscheibe wie eine hin- und herschwingende
ʒe eines Gesperres, welche in die Zahnlücken des Sperr-
wechselnd einschlägt und dadurch letzteres dreht. Mit
.er Geschwindigkeit wächst die Zahl der in gleichen
usgeführten Stösse, daher auch die Leichtigkeit des
ɜns. Uebersteigt die Geschwindigkeit eine gewisse
so sinkt die Losscheibe nicht mehr tief genug nach
osse, um sofort wieder getroffen zu werden; die Un-
ın der Axe gleiten unter der augenblicklich schwebenden
ɔe fort.

ʳergleich der Scheiben *a*, *b*, *c*. Durchweg wurde die
geölt verwandt.

Bohrung der Scheibe *b* war irrthümlich zunächst zu
sgefallen, sodass das Hohllager dieser Scheibe die
t fest umschloss. Später wurde ein Stück mit engerer
eingesetzt, welches nun genau auf die Axe passte.
ibe mit weiterer Bohrung soll b_1, die mit enger b_2
werden. b_1 schlenkerte ziemlich stark auf der Axe.

1. Reihe

n	*p*			*n*	*p*	
	a_1	b^1	*c*		*a*	b_2
51	7,3	2,3	3,0	48	5,8	1,8
40	6,3		4,3	28	5,3	1,6
31	5,3	2,3	3,5	12	5,3	1,5
19	5,3		2.0	4	5,3	1,8
10		1,7	1,0			

2. Reihe

n	a	b_1	c
51	6,3	2,8	3,7
40	5,3	2,8	3,3
31	4,8	2,6	3,1
19	4,6	2,5	2,1
10	4,5	2,5	1,1

3. Reihe

a		b_1		c	
n	p	n	p	n	p
54	7,3	48	1,9	53	2,8
42	7,8	29	1,9	43	3,3
29	4,3	19	1,9	33	3,3
22	4,8	8	2,0	22	2,8
				10	1,3

Der Vergleich von b_1 und b_2 zeigt, dass lockeres Si
für Verhütung der Mitnahme ungünstiger ist, wie das f
Anschliessen. a mit b_1 oder b_2 verglichen gibt den qualit
zu erwartenden Einfluss der Masse. Mit geringerer M
nimmt der Reibungsdruck ab, dementsprechend auch das
Verhütung der Mitnahme nöthige Gewicht p. Indessen
zwischen Druck und p nicht die sonst bei Reibungsersc
nungen durchweg auftretende Proportionalität. Während
Massen von a und b sich wie 2 zu 1 verhalten, ist das V
hältniss von p 4 oder 3 zu 1. Am Auffallendsten ersch
mir das Verhalten der Scheibe a zur Scheibe c. Ich g
von der Ueberlegung aus, dass bei gleichem Reibungsdruck
geringeres Trägheitsmoment die Mitnahme erleichtern mü
also p grösser werden müsse. In zweifelloser Weise ze
sich gerade das Gegentheil und zwar umsomehr je gerin
die Geschwindigkeit ist. Es scheint darnach wesentlich zu s
in welcher Richtung die mitzunehmenden Theile von den di
erschütterten Theilen liegen. Die hauptsächlich nach
Peripherierichtung der Axe sich erstreckenden Theile vo
werden weniger leicht mitgenommen, wie die wesentlich ra
sich erstreckenden von a.

B. Versuche mit Zapfen z.

Um mit dem Einfluss der Axendicke zugleich den Einfl
des Materials zu untersuchen, wurden zwei Zapfen z, eine
aus Stahl, einer z_m aus Messing genommen.

Durchmesser von z = 2 cm. Scheibe d.

1. Zapfen z auf Axe festgeklemmt. 2. Zapfen z lose auf Axe geschob

n	1. z_s p	1. z_m p 1.	1. z_m p 2.	2. z_s p	2. z_m p
48	23,8	23,8	20,8	12,8	16,8
34	13,8	17,8	18,8	11,0	13,8
26	13,8	12,8	14,8	8,8	13,8
17	13,8	12,8	14,8	6,8	9,8
10	12,8	7,8	9,8	4,8	7,8

Nur für die mittleren Geschwindigkeiten, bei welchen eine ›nderung derselben keinen wesentlichen Einfluss hat, ist, wie ɜ Zahlen für *a* und *d* (Zapfen fest) zeigen, das Gewicht *p* oportional dem Axendurchmesser. Bei grosser Geschwindig-it wird *p* bei diesem Axendurchmesser von 2 cm erheblich össer. Wie zu erwarten war, ist die Leichtigkeit des Mit-:hmens bei losem Zapfen *z* kleiner wie bei festen. Der Er-hrung, dass die Reibung zwischen Messing und Messing grösser t wie zwischen Messing und Stahl, entsprechen die Zahlen für ›se Zapfen *z*, die für festgeklemmte Zapfen nur theilweise.

. Umlaufsgeschwindigkeit der mitgenommenen Losscheiben.

Um diese zu ermitteln, wurde an den Losscheiben ein leiner Draht befestigt, welche über die schon oben erwähnte otirende berusste Trommel fortstrich. Die excentrische Be-astung war hierbei nicht vorhanden.

Axe	n *a*	b_1	*c*
48	11 u. 13	11	24
34	29	11	15
26	29	9	13
17	17	9	13
10	3	—	2

Auch hiernach hat für die Leichtigkeit des Mitnehmens ie Scheibe *a* die günstigste Form. Der Einfluss der Umlaufs-eschwindigkeit, welcher oben p. 38 angegeben wurde, zeigt ich in augenfälliger Weise bei *a*. Dass für die dritte Ge-:hwindigkeit die Zahl der Umläufe von *a* sogar etwas grösser ie die der Axe erscheint, liegt wohl darin, dass hierfür die xenumdrehung nicht direct beobachtet war, sondern nach ɜm eingeschalteten Widerstand und vorhergehender Normal-ɜstimmung angenommen wurde.

Als praktisches Resultat ist dem Obigen zu entnehmen, ›ss die Mitnahme von Losscheiben durch ein verhältniss-issig geringes Moment verhindert werden kann, dass es iter hierfür vortheilhaft ist, den betreffenden Körper, welcher :ht mitgenommen werden soll, möglichst leicht zu machen, ɜnso sein Trägheitsmoment durch gedrungene Gestalt mög-ıst zu verringern, ferner ihn auf einer lose um die eigent-ıe Axe gelagerten Axe aufzuschieben. Dabei müssen die

2. Reihe

n	a	b_1	c
51	6,3	2,8	3,7
40	5,3	2,8	3,3
31	4,8	2,6	3,1
19	4,6	2,5	2,1
10	4,5	2,5	1,1

3. Reihe

a		b_1		c	
n	p	n	p	n	p
54	7,3	48	1,9	53	2,8
42	7,8	29	1,9	43	3,3
29	4,3	19	1,9	33	3,3
22	4,8	8	2,0	22	2,8
				10	1,3

Der Vergleich von b_1 und b_2 zeigt, dass lockeres Sitzen für Verhütung der Mitnahme ungünstiger ist, wie das feste Anschliessen. a mit b_1 oder b_2 verglichen gibt den qualitativ zu erwartenden Einfluss der Masse. Mit geringerer Masse nimmt der Reibungsdruck ab, dementsprechend auch das zur Verhütung der Mitnahme nöthige Gewicht p. Indessen ist zwischen Druck und p nicht die sonst bei Reibungserschei- nungen durchweg auftretende Proportionalität. Während di Massen von a und b sich wie 2 zu 1 verhalten, ist das Ve hältniss von p 4 oder 3 zu 1. Am Auffallendsten ersche mir das Verhalten der Scheibe a zur Scheibe c. Ich g von der Ueberlegung aus, dass bei gleichem Reibungsdruck geringeres Trägheitsmoment die Mitnahme erleichtern m also p grösser werden müsse. In zweifelloser Weise z sich gerade das Gegentheil und zwar umsomehr je ge die Geschwindigkeit ist. Es scheint darnach wesentlich z in welcher Richtung die mitzunehmenden Theile von den erschütterten Theilen liegen. Die hauptsächlich na Peripherierichtung der Axe sich erstreckenden Theil werden weniger leicht mitgenommen, wie die wesentli sich erstreckenden von a.

B. Versuche mit Zapfen z.

Um mit dem Einfluss der Axendicke zugleich de des Materials zu untersuchen, wurden zwei Zapfen aus Stahl, einer z_m aus Messing genommen. Scheibe d.

Durchmesser von z = 2 cm.

1. Zapfen z auf Axe festgeklemmt.

n	z_s p	z_m p 1.	z_m p 2.
48	23,8	23,8	20,8
34	13,8	17,8	18,8
26	13,8	12,8	14,8
17	13,8	12,8	14,8
10	12,8	7,8	9,8

2. Zapfen z lose auf A

z_s p
12,8
11,0
8,8
6,8
4,8

aufeinander gelagerten Körper sich dicht umschliessen, damit die Schlenkerbewegung heruntergesetzt wird. Dass der Durchmesser der Axe so klein wie möglich zu nehmen ist, erscheint von vornherein klar.

Hr. **W. Wien** trägt dann vor

über die Bewegung der Kraftlinien im electromagnetischen Felde.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

892. ANNALEN № 7.

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND XLVI.

I. *Ueber magnetooptische Erscheinungen; von P. Drude.*

1. Einleitung.

Die Wirkungen, welche die Magnetisirung auf die Gesetze
Lichtbewegung in magnetisch-activen Körpern ausübt,
ıen besonders für die stark magnetisirbaren, nämlich Eisen,
.lt und Nickel, ein erhöhtes Interesse in Anspruch, seit-
Kerr[1]) die wichtige Entdeckung gemacht hat, dass die
tze der Reflexion des Lichtes an jenen Körpern durch
Magnetisirung beeinflusst werden, und seitdem Kundt[2])
werthvollen Schlüssel zur Erklärung dieser Erscheinungen
:ert hat, indem er experimentell den enormen Betrag des
ungsvermögens jener magnetisirten Körper ermittelte.

Es sind ausser den genannten mehrere experimentelle
äge[3]) zum Studium der magneto-optischen Erscheinungen
:ert, und besonders die sorgfältigen Untersuchungen Righi's
ın ein so interessantes Detail auf, dass eine Berechnung
lben nach theoretischen Gesichtspunkten sehr reizvoll er-
nt.

Es möge hier zunächst hervorgehoben werden, dass durch
bisher angestellten Beobachtungen unzweifelhaft nachge-
ın ist, dass das Kerr'sche Phänomen nicht eine secundäre,
ı das magneto-optische Drehungsvermögen der Luft ver-
:hte Erscheinung ist. Ausser den mannichfachen Beweisen
· möchte ich nur den einen, welcher mir der überzeugendste

1) Kerr, Phil. Mag. (5) **3.** p. 321. 1877; **5.** p. 161. 1878.

2) A. Kundt, Wied. Ann. **23.** p. 228. 1884; **27.** p. 191. 1886.

3) Im reflectirten Lichte haben beobachtet: Righi, Ann. de chim. phys. (6) **4.** p. 433. 1885; **9.** p. 65. 1886; **10.** p. 200. 1887; Du , Wied. Ann. **39.** p. 25. 1890; Sissingh, Wied. Ann. **42.** p. 115.
Im durchgehenden Lichte haben beobachtet: Du Bois, Wied. **31.** p. 941. 1887; Lobach, Wied. Ann. **39.** p. 356. 1890.

zu sein scheint und welchen Kundt[1]) erbracht hat, hier anzuführen. Kundt beobachtete, als er das Licht an einem Stahlspiegel, welcher electrolytisch dünn mit einem magnetisch nicht activen Metall überzogen war, unter denselben Umständen reflectiren liess, unter welchen man bei freier Stahloberfläche ein starkes Kerr'sches Phänomen beobachtet, keine Spur desselben. Dieser Versuch ist deshalb besonders beweisend (und mehr, als wenn der Stahlspiegel im Ganzen durch einen Spiegel von unmagnetischer Substanz ersetzt wird), weil der Verlauf und die Dichte der magnetischen Kraftlinien an der der Oberfläche des Stahlspiegels anliegenden Luftschicht sich durch einen dünnen Ueberzug desselben mit unmagnetischer Substanz nicht merkbar ändern kann.[2])

Eine befriedigende theoretische Erklärung dieser magnetooptischen Erscheinungen ist nun aber bisher nicht gegeben. Es sind von mehreren Seiten Versuche dazu gemacht, indem die Vorstellung benutzt wurde, dass das Licht nicht nur von der Oberfläche, sondern auch aus dem Innern des magnetischen Metalls reflectirt würde, Vorstellungen, wie sie auch zur Erklärung der Gesetze der Metallreflexion mehrfach benutzt sind.

Ich halte indess eine Erklärung nach derartigen Vorstellungen für durchaus unzureichend, abgesehen davon, dass sie wirkliche numerische Berechnungen nicht liefern kann. Denn im Innern einer Substanz kann keine Reflexion irgend eines Bewegungsvorganges eintreten, falls die Substanz homogen ist. Denn dann müsste sich die Energie der fortgepflanzten Bewegung fortwährend beim Weiterschreiten vermindern. Dies ist ja nun allerdings für absorbirende Medien der Fall, aber die Wirkung der Absorption wird durch die beschriebene Vorstellung nicht dargestellt. Denn nach dieser müsste sich die Energie, welche in der weiter fortgepflanzten Bewegung verschwindet, in der reflectirten, d. h. der nach rückwärts fort-

1) A. Kundt, Wied. Ann. **23**. p. 228. 1884.

2) Es ist mir deshalb nicht recht verständlich, weshalb in dem, in mancher Beziehnng so vortrefflichen Buche von H. Poincaré, Electricität und Optik, autorisirte deutsche Ausgabe von W. Jaeger und E. Gumlich, Berlin, 1. 1891 auf p. 231 gesagt wird: „Man kann nämlich noch nicht sagen, ob es sich hier" (bei der Kerr'schen Erscheinung) „um ein neues Phänomen handelt, oder ob dasselbe lediglich dem magnetischen Drehungsvermögen der Luft zuzuschreiben ist, welche die Pole umgibt."

anzten Bewegung wieder finden, während in einem absor-
ıden Medium ein gewisser Betrag der Energie der ge-
nten Lichtbewegung verloren geht, d. h. in Wärme umgesetzt
. — Und wenn eventuell auch die Vorstellung berechtigt
dass kein Körper an seiner Oberfläche streng homogen
ınd dass daher das Licht nie von einer einzigen ihn be-
zenden Fläche reflectirt wird, so hat sich doch seither
usgestellt, dass die Wirkung dieser Oberflächenschichten
nur eine secundäre, die Primärerscheinungen ein wenig
ificirende ist. Abgesehen davon, dass es daher an sich
ıhrscheinlich ist, das Kerr'sche Phänomen lediglich aus
Wirkung von Oberflächenschichten zu erklären, so ergeben
auch unmögliche Vorstellungen für dieselben, falls die
ärung wirklich numerisch befriedigend sein sollte. Es
ıte nämlich das Drehungsvermögen der Oberflächenschicht
des Innern des Metalls entgegengesetzt sein und entweder
ganz ausserordentlicher Grösse, oder die Oberflächenschicht
einer Dicke, wie sie nach anderen optischen Experimenten
zu beobachten ist.

Eine vollständige Berechnung[1]) der optischen Erschei-
en irgend einer Art verlangt die Kenntniss der Differen-
leichungen, denen der Vector der Lichtbewegung im Innern
ogener Körper, und der Bedingungen, denen er an einer
ontinuitätsfläche zu genügen hat. Diese Gleichungen sollen
olgenden unter dem Namen „Erklärungssystem" zusammen-
ıst werden.

Gerade die wechselvolle Mannichfaltigkeit der Erscheinungen
an Magneten reflectirten Lichtes bildet einen scharfen und
ren Prüfstein für die Richtigkeit, wenn auch nicht der Grund-
ı der Theorie, so doch wenigstens ihres Erklärungssystemes.
Im Folgenden sollen zunächst die Resultate der bisher
magnetooptische Erscheinungen aufgestellten Erklärungs-

1) Wenn auch unter Umständen die Erklärung optischer Erschei-
n nach einem gewissen Aperçu zu qualitativ richtigen Resultaten
ı mag, wie es z. B. von Righi (l. c.) für die am Pole eines Magneten
tenden Erscheinungen geschehen ist, so können derartige Ueber-
gen doch nie ein Erklärungssystem ersetzen, da sie oft versagen,
es sich um numerische Beziehungen oder complicirtere Fälle han-
— In der That hat Righi eine Erklärung der am Aequator eines
eten eintretenden Erscheinungen nicht geben können.

systeme mit der Erfahrung verglichen werden. — Es wird sich herausstellen, dass dieselben unzureichend sind. — Es soll dann ein neues Erklärungssystem gegeben werden, welches mit der Erfahrung nicht nur in voller Uebereinstimmung steht, sondern auch in theoretischer Hinsicht widerspruchsfrei mit den Vorstellungen der electromagnetischen Lichttheorie vereinbar ist.

Die bisherigen Erklärungssysteme.

Die Differentialgleichungen der Componenten u, v, w des Lichtvectors besitzen bekanntlich in einem isotropen Medium die Gestalt:

$$(1)\quad \begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \alpha \Delta u, \\ \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \alpha \Delta v, \\ \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \alpha \Delta w, \end{cases}$$

worin α eine von der Schwingungsdauer des Lichtes abhängige reelle oder complexe Grösse ist, je nachdem das Medium durchsichtig oder absorbirend ist. — Als sicher kann gelten, dass in diesen Differentialgleichungen gewisse Zusatzglieder zugefügt werden müssen, welche gerade Differentialquotienten der u, v, w nach den Coordinaten, aber ungerade nach der Zeit sind, um die Erscheinungen in magnetisch-activen Substanzen zu beschreiben.[1])

Berücksichtigt man zunächst nicht die Abhängigkeit der Coefficienten der Differentialgleichungen von der Schwingungsdauer, d. h. die Dispersionsgesetze, so kann man alle ungeraden Differentialquotienten nach der Zeit t durch den ersten nach t ersetzt denken. Stellt man ferner die Bedingung, dass nur höchstens zwei Wellen mit verschiedenen Geschwindigkeiten in einem magnetisch-activen Medium sich fortpflanzen können, was nach den Beobachtungen anzunehmen ist, so gibt es nur drei verschiedene Typen möglicher Differentialgleichungen:

I. *Typus*. Die Zusatzglieder sind erste Differentialquotienten der u, v, w nach der Zeit. Derartige Formeln hat, ausser Airy, C. Neumann aufgestellt.[2])

1) Vgl. Airy, Phil. Mag. Juni 1846.

2) C. Neumann, Die magnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes.

II. *Typus.* Die Zusatzglieder sind erste Differentialquo-
nten nach der Zeit und zweite nach den Coordinaten. Ausser
n Airy sind derartige Formeln von Maxwell[1]), Rowland[2]),
tzgerald[3]), Lorentz[4]), Potier[5]), Ketteler[6]), Voigt[7]) und
oldhammer[8]) aufgestellt.

III. *Typus.* Die Zusatzglieder sind sowohl vom I. wie
m II. Typus.

Betrachten wir zunächst den I. Typus etwas genauer.
Neumann hat die Gleichungen nur hingeschrieben unter
r Annahme, dass die Wellennormale mit der Richtung der
agnetischen Kraft zusammenfällt. Wählt man dieselbe zur
Axe, so lauten die Differentialgleichungen:

$$\left\{\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= a\,\Delta u + b\frac{\partial v}{\partial t},\\
\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= a\,\Delta v - b\frac{\partial u}{\partial t},\\
\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= a\,\Delta w.
\end{aligned}\right.$$

Würde man keine specielle Voraussetzung über die Lage
magnetischen Axe (A) zur Wellennormalen (N) machen,
würde die Verallgemeinerung dieser Gleichungen lauten:

$$\left\{\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= a\,\Delta u + b_3\frac{\partial v}{\partial t} - b_2\frac{\partial w}{\partial t},\\
\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= a\,\Delta v + b_1\frac{\partial w}{\partial t} - b_3\frac{\partial u}{\partial t},\\
\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= a\,\Delta w + b_2\frac{\partial u}{\partial t} - b_1\frac{\partial v}{\partial t},
\end{aligned}\right.$$

bei $b_1 = b\cos(A\,x)$, $b_2 = b\cos(A\,y)$, $b_3 = b\cos(A\,z)$ gesetzt

---

1) Maxwell, Electricität und Magnetismus. Deutsch von Weinin. Berlin. **2.** p. 574. 1883.

2) Rowland, Phil. Mag. (5). **11.** p. 254. 1881.

3) Fitzgerald, Phil. Trans. **171.** p. 691. 1880.

4) H. A. Lorentz, Archiv Néerland. **19.** p. 123. 1884.

5) Potier, C. R. **108.** p. 510. 1888.

6) E. Ketteler, Wied. Ann. **24.** p. 119. 1885.

7) W. Voigt, Wied. Ann. **19.** p. 873. 1883; **23.** p. 493. 1884; **43.** 410. 1891.

8) D. A. Goldhammer, Wied. Ann. **46.** p. 71. 1892.

ist. Indess müssen noch Zusatzglieder zugefügt werden, welche die Transversalität der Lichtwellen, d. h. die Bedingung

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = o \tag{4}$$

ergeben, welche so noch nicht erfüllt ist. Es folgt nämlich aus den letzten Differentialgleichungen (3)

$$b_1 u + b_2 v + b_3 w = o,$$

d. h. die Lichtschwingungen müssten stets senkrecht zur Magnetisirungsrichtung stattfinden, was jedenfalls nicht stattfindet.

Führt man dementsprechend die Zusatzglieder $\partial \lambda / \partial x$, $\partial \lambda / \partial y$, $\partial \lambda / \partial z$ in den Gleichungen (3) ein, und bestimmt λ nach (4), so ergibt sich

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial z^2} = \Delta \lambda = -\left(b_1 \frac{\partial \xi}{\partial t} + b_2 \frac{\partial \eta}{\partial t} + b_3 \frac{\partial \zeta}{\partial t}\right), \tag{5}$$

falls ξ, η, ζ die Componenten eines Vectors sind, welche durch die Formeln gegeben werden:

$$\xi = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \eta = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}. \tag{6}$$

Die Gleichungen würden daher, falls man den Werth von λ nach (5) benutzt, die Gestalt annehmen:

$$\frac{\partial^2 \Delta u}{\partial t^2} = \alpha \Delta \Delta u + b_3 \frac{\partial \Delta v}{\partial t} - b_2 \frac{\partial \Delta w}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\left(b_1 \frac{\partial \xi}{\partial t} + b_2 \frac{\partial \eta}{\partial t} + b_3 \frac{\partial \zeta}{\partial t}\right),$$

. . . .

oder, infolge der Beziehungen

$$\Delta u = \frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial y}, \quad \Delta v = \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial z}, \quad \Delta w = \frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial x}, \tag{6'}$$

die Gestalt:

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Delta u}{\partial t^2} &= \alpha \Delta \Delta u - \frac{\partial}{\partial t}\left(b_1 \frac{\partial \xi}{\partial x} + b_2 \frac{\partial \xi}{\partial y} + b_3 \frac{\partial \xi}{\partial z}\right), \\ \frac{\partial^2 \Delta v}{\partial t^2} &= \alpha \Delta \Delta v - \frac{\partial}{\partial t}\left(b_1 \frac{\partial \eta}{\partial x} + b_2 \frac{\partial \eta}{\partial y} + b_3 \frac{\partial \eta}{\partial z}\right), \\ \frac{\partial^2 \Delta w}{\partial t^2} &= \alpha \Delta \Delta w - \frac{\partial}{\partial t}\left(b_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x} + b_2 \frac{\partial \zeta}{\partial y} + b_3 \frac{\partial \zeta}{\partial z}\right). \end{aligned}\right. \tag{7}$$

In den mit b proportionalen Gliedern kann man mit vollkommen ausreichender Annäherung diejenigen Werthe von ξ, η, ζ einsetzen, welche sich aus den ursprünglichen Gleichungen (1) ergeben, da b stets sehr klein ist, selbst bei Eisen, wenn es bis zur Sättigung magnetisirt ist. Dass diese Näherung wirklich

sreicht, davon überzeugt man sich, wenn man aus dem von ındt[1]) ermittelten specifischen Drehungsvermögen des bis r Sättigung magnetisirten Eisens die Constante b nach ›rmel (2) berechnet.

Die Näherungswerthe von ξ, η, ζ sind nun nach den leichungen (1) gegeben durch

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = a\,\Delta \xi,\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = a\,\Delta \eta,\ \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = a\,\Delta \zeta.$$

a für periodische Bewegungen zu setzen ist

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\frac{1}{\tau^2}\xi, \text{ etc.}$$

›bei $\tau = (2\pi/T)$ und T die Schwingungsdauer bedeutet, so rden daher die Gleichungen (7), wenn man, was nun möglich , das Operationszeichen Δ auf beiden Seiten fortlässt:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a\left\{\Delta u + \frac{1}{\tau^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(b_1\frac{\partial \xi}{\partial x} + b_2\frac{\partial \xi}{\partial y} + b_3\frac{\partial \xi}{\partial z}\right)\right\},$$

. . . .

Die Gleichungen (8) sind nun aber vom II. Typus; wir ıuchen uns daher nur mit ihm zu beschäftigen, da, bei Einırung der Bedingung (4) sich der I. (und daher auch der III.) pus auf den II. reducirt. Die Bedingung (4) ist keine beıränkende Annahme, da durch die Betrachtungen der electrognetischen Lichttheorie folgt, dass sie für gewisse bei der :htbewegung periodisch sich ändernde Vectorgrössen erfüllt ı muss, für andere wenigstens annähernd. Man kann nun ıehmen, dass die u, v, w die Componenten eines Vectors ' ersteren Art bezeichnen.

Unter der Annahme der Bedingung (4) ist die Form der ferentialgleichungen, welche die magnetooptischen Erscheiıgen in isotropen durchsichtigen Körpern beschreiben können, ›hwendig mit (8) identisch, und in der That sind in den rten Theorien die Differentialgleichungen, falls sie überıpt für allgemeine Lage der magnetischen Axe gegen das ɔrdinatensystem und die Wellennormale aufgestellt sind, auf Form (8) reducirbar. — Wenn man also ausser den ɔichungen (8) noch richtige Grenzbedingungen aufstellt, so

1) A. Kundt, l. c.

wäre das Erklärungssystem für durchsichtige Körper gegeben. — Diese Grenzbedingungen haben aber wenig praktisches Interesse, denn einerseits ist die magnetooptische Constante b für die durchsichtigen Körper auch bei den stärksten bisher erreichten Magnetisirungen so gering, dass sie auf die Reflexionserscheinungen gar keinen Einfluss ausüben kann, andererseits hat sich mehrfach herausgestellt, dass eine Verallgemeinerung der für durchsichtige Medien theoretisch sich ergebenden Resultate auf undurchsichtige zu keiner Erklärung der an ihnen beobachteten Erscheinungen führt.[1])

Für absorbirende Medien haben von den genannten Autoren [2]) Lorentz und Voigt Erklärungssysteme gegeben, ersterer nach electromagnetischer Verstellungsweise, indem das Kerr'sche Phänomen in Beziehung zu dem von Hall entdeckten Phänomen gesetzt wird, letzterer nach mechanischer Vorstellungsweise. Ohne hier auf die Vortheile oder Nachtheile dieser verschiedenen Ausgangspunkte eingehen zu wollen, will ich nur hervorheben, dass beide Erklärungssysteme in ihren Differentialgleichungen übereinstimmen, welche sich, wenn man die Lorentz'schen Gleichungen verallgemeinert[3]) für beliebige Lage der magnetischen Axe, schreiben lassen in der Gestalt:

$$
(9) \quad \begin{cases}
\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \alpha \Delta u - \frac{\partial}{\partial t}\left(c_1 \frac{\partial \xi}{\partial x} + c_2 \frac{\partial \xi}{\partial y} + c_3 \frac{\partial \xi}{\partial z}\right), \\
\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \alpha \Delta v - \frac{\partial}{\partial t}\left(c_1 \frac{\partial \eta}{\partial x} + c_2 \frac{\partial \eta}{\partial y} + c_3 \frac{\partial \eta}{\partial z}\right), \\
\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \alpha \Delta w - \frac{\partial}{\partial t}\left(c_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x} + c_2 \frac{\partial \zeta}{\partial y} + c_3 \frac{\partial \zeta}{\partial z}\right),
\end{cases}
$$

---

1) Für durchsichtige Medien ergibt sich nämlich, dass das reflectirte Licht zwar elliptisch polarisirt ist, aber es ergibt sich keine Drehung der grossen Axe der Vibrationsellipse, was die Beobachtungen Kerr's erfordern. (Vgl. auch die Discussionen in Ketteler, Fitzgerald, Kundt, Righi, l. c.) — Betreffs anderer Widersprüche vgl. A. B. Basset, Proc. Roy. Soc. **49.** p. 76. 1891.

2) Es sollen zunächst die Gleichungen Goldhammer's nicht besprochen werden, auf welche ich weiter unten eingehen werde, allerdings nur in aller Kürze, da dies nur bei der Correctur dieser Arbeit geschehen konnte, welche schon im Druck war, als die Goldhammer'sche Arbeit erschien.

3) Vgl. van Loghem, Theorie der terugkaatsing van het Licht door magneten. Dissertation. Leyden 1883. — Vgl. auch Beibl. **8.** p. 869. 1884.

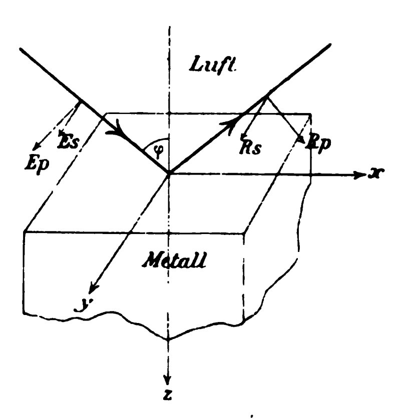
n a eine complexe, c eine reelle Grösse bedeutet, und beiden Erklärungssystemen die Grenzbedingungen

$$u_1 = u_2, \; w_1 = w_2 \text{ für } z = o,$$

die z-Axe in die Normale der Grenze gelegt wird und ıngehängten Indices die Zugehörigkeit zu den angrenzenden ien bedeuten, gemeinsam sind.[1])

Nach Sissingh's Berechnungen[2]) ergibt die Lorentz'sche orie nicht die Einzelheiten der von Kerr und anderen beobach- ı Thatsachen. Dasselbe muss daher für die Voigt'sche orie eintreten.

Ich werde im Folgenden zunächst zeigen, dass schon die chungen (9) und (10) zu un- barem Widerspruch mit Erfahrung führen, ohne ı man nöthig hätte, auch ı diejenigen Grenzbedin- gen mit berücksichtigen müssen, welche ausser Bedingungen (10) durch Theorien geliefert wer- Der Widerspruch lässt ferner auch nicht da- ɦh heben, dass man die ızbedingungen (10) ver- ›meinert zu



$$\varrho_1 u_1 = \varrho_2 u_2, \quad \sigma_1 w_1 = \sigma_2 w_2,$$

die Constanten ϱ und σ irgend passend zu bestimmen t. — Diese Resultate sind deshalb wichtig, weil allgemeinere ızbedingungen, wie (10′) für u und w nicht denkbar sind, ss mit Sicherheit hieraus geschlossen werden muss, dass Form der Differentialgleichungen (9) geändert werden muss.

Die folgenden Entwickelungen gelten nach Obigen für beide orien gleichzeitig.

Es mögen zunächst einige allgemeine Festsetzungen ge- en werden:

---

1) Falls man in der Lorentz'schen Theorie bestimmte Vectoren, die magnetische Kraft, als Lichtvector interpretirt.

2) Vgl. Sissingh, l. c. p. 136.

Die positive z-Axe soll ins Innere des Metalls gehen, die positive x-Axe soll in der Einfallsebene auf der Seite des reflectirten Lichtes liegen, die positive y-Axe zur Linken einer Figur, welche sich in die z-Axe stellt, mit dem Kopfe nach der positiven Richtung hin, und nach der positiven x-Axe sieht.

Die positive Richtung der magnetischen Axe sei vom Südpol zum Nordpol gerechnet. Die Richtungscosinus derselben gegen die Coordinatenaxen seien (Ax), (Ay), (Az). Für die Constanten c der Formeln (9) gelten die Beziehungen

$$(11) \qquad c_1 = c\cos(Ax), \qquad c_2 = c\cos(Ay), \qquad c_3 = c\cos(Az),$$

wobei die Constante c einen positiven oder negativen reellen Werth hat.

Wir rechnen eine Drehung um eine Axe positiv, wenn sie für eine in die Axe mit dem Kopfe nach der positiven Seite hin gestellte Figur von rechts nach links, d. h. dem Uhrzeiger entgegengesetzt erfolgt. So ist also, falls man die positive z-Axe zur Drehungsaxe wählt, eine Drehung der x-Axe in die y-Axe positiv.

Für die einfallende, reflectirte und gebrochene Lichtbewegung nennen wir diejenige Richtung der Wellennormalen positiv, welche nach der Fortpflanzungsrichtung zu liegt.

Fällt daher die Richtung der magnetischen Kraftlinien mit der z-Axe zusammen, so bedeutet eine positive Drehung um die gebrochene Wellennormale eine Drehung im Sinne der Ampère'schen Molecularströme, eine positive Drehung um die reflectirte Wellennormale dagegen eine Drehung, welche entgegengesetzt dem auf die Wellenebene projicirten Ampère'schen Molecularströmen stattfindet.

Fällt die Richtung der magnetischen Kraftlinien mit der x-Axe zusammen, so bedeutet sowohl für das gebrochene, wie das durchgehende Licht eine positive Drehung um die Wellennormale eine Drehung im Sinne der Projection der Ampère'schen Molecularströme auf die Wellenebenen.

Die Componenten des Lichtvectors sollen in der für ebene Wellen genügend allgemeinen Form geschrieben werden:

2)
$$\begin{cases} u = M e^{\frac{i}{\tau}[t - (\mu x + \nu y + \pi z)]}, \\ v = N e^{\frac{i}{\tau}[t - (\mu x + \nu y + \pi z)]}, \\ w = \Pi e^{\frac{i}{\tau}[t - (\mu x + \nu y + \pi z)]}, \end{cases}$$

rin M, N, Π, μ, ν, π complexe Zahlen bedeuten können, und

3)
$$\frac{1}{\tau} = \frac{2\pi}{T}$$

, wobei T die Schwingungsdauer bedeutet. Es sind die
v, w eigentlich nur gleich den reellen Theilen der durch
e rechten Seiten von (12) dargestellten Grössen. Um die aus
m Erklärungssystem fliessenden Beziehungen für M, N, Π
d μ, ν, π zu finden, kann man indess u, v, w jenen Grössen
lbst gleichsetzen, da alle Gleichungen des Erklärungssystems
ιear sind.

Setzt man zur Abkürzung

4)
$$e^{\frac{i}{\tau}[t - (\mu x + \nu y + \pi z)]} = f,$$

wird nach (6)

5) $\xi = \frac{i}{\tau}(N\pi - \Pi\nu)f, \quad \eta = \frac{i}{\tau}(\Pi\mu - M\pi)f, \quad \zeta = \frac{i}{\tau}(M\nu - N\mu)f.$

aher nach (9)

)
$$\begin{cases} M\big(1 - \alpha(\mu^2 + \nu^2 + \pi^2)\big) = i(N\pi - \Pi\nu)c', \\ N\big(1 - \alpha(\mu^2 + \nu^2 + \pi^2)\big) = i(\Pi\mu - M\pi)c', \\ \Pi\big(1 - \alpha(\mu^2 + \nu^2 + \pi^2)\big) = i(M\nu - N\mu)c', \end{cases}$$

ls c' gesetzt ist für

)
$$c' = \frac{c_1\mu + c_2\nu + c_3\pi}{\tau}.$$

rch Zusammenfassung der beiden letzten Gleichungen (16)
; den Factoren π, $-\nu$ ergibt sich, da

)
$$\mu M + \nu N + \pi \Pi = 0$$

$$N\pi - \Pi\nu)\big(1 - \alpha(\mu^2 + \nu^2 + \pi^2)\big) = -ic'(\mu^2 + \nu^2 + \pi^2)M.$$

Multiplicirt man diese Gleichung mit der ersten von (16), so entsteht:

$$(18)\qquad [1 - \alpha(\mu^2 + \nu^2 + \pi^2)]^2 = c'^2(\mu^2 + \nu^2 + \pi^2).$$

Es ergeben sich also zwei verschiedene Werthe für $\mu^2 + \nu^2 + \pi^2$, d. h. zwei Wellen mit verschiedenen Geschwindigkeiten.

In der Gleichung (18) kann man auf der rechten Seite $\mu^2 + \nu^2 + \pi^2$ durch seinen Näherungswerth $1/\alpha$ ersetzen, da er mit der kleinen Constanten c' multiplicirt auftritt. Es folgen daher die beiden verschiedenen Werthe von $\mu^2 + \nu^2 + \pi^2$ aus

$$(19)\qquad 1 - \alpha(\mu^2 + \nu^2 + \pi^2) \pm \frac{c'}{\sqrt{\alpha}} = 0.$$

Falls man hierin den Werth von c' nach Formel (17) einführt, so sind in dieser letzteren Formel (17) ebenfalls die Näherungswerthe von μ, ν, π, die sich für $c_1 = c_2 = c_3 = 0$ ergeben, zu benutzen.

Aus der ersten Formel (16) und (17′) folgt:

$$M = \frac{i\,c'(N\pi - \Pi\nu)}{1 - \alpha(\mu^2 + \nu^2 + \pi^2)} = -\frac{N\nu + \Pi\pi}{\mu},$$

oder nach (18)

$$(20)\qquad \pm\, i\,\frac{N\pi - \Pi\nu}{\sqrt{\mu^2 + \nu^2 + \pi^2}} = -\frac{N\nu + \Pi\pi}{\mu}.$$

Durch cyclische Buchstabenvertauschung leitet man zwei andere Gleichungen ab, welche die Verhältnisse $\Pi : M$ und $M : N$ bestimmen. Das obere Vorzeichen in (20) gehört derjenigen Welle an, deren zugehörige Werthe μ, ν, π sich aus der Gleichung (19) ergeben, wenn man dort das obere Vorzeichen benutzt.

Für die specielle Wahl des Coordinatensystems ist $\nu = 0$. Ferner muss μ für alle Wellen denselben Werth besitzen, weil für $z = 0$ wegen der Grenzbedingungen Beziehungen bestehen, welche für alle Werthe von x gelten sollen. Dagegen besitzt π verschiedene Werthe für die verschiedenen Wellen. Bezeichnet man die Zugehörigkeit zu den beiden im magnetisirten Körper fortgepflanzten Wellen durch Indices 1 und 2, so folgt nach (19):

)
$$\begin{cases} \mu^2 + \pi_1^2 = \frac{1}{\alpha}\left(1 + \frac{c'}{\sqrt{\alpha}}\right), \\ \mu^2 + \pi_2^2 = \frac{1}{\alpha}\left(1 + \frac{c'}{\sqrt{\alpha}}\right), \end{cases}$$

ch (20):

)

ch (17')
$$\begin{cases} N_1 : \Pi_1 = -i\sqrt{\mu^2 + \pi_1^2} : \mu, \\ N_2 : \Pi_2 = +i\sqrt{\mu^2 + \pi_2^2} : \mu, \\ M_1 : \Pi_1 = -\pi_1 : \mu, \\ M_2 : \Pi_2 - -\pi_2 : \mu. \end{cases}$$

Den Wurzeln soll immer der positive Werth gegeben rden.

Nach den Gleichungen (22) kann man daher für die Comnenten des Lichtvectors im magnetisirten Mittel setzen:

)
$$\begin{cases} u_1 = -\pi_1 D_1 f_1, & u_2 = -\pi_2 D_2 f_2, \\ v_1 = -i\sqrt{\mu^2 + \pi_1^2} D_1 f_1, & v_2 = +i\sqrt{\mu^2 + \pi_2^2} D_2 f_2, \\ w_1 = \mu D_1 f_1, & w_2 = \mu D_2 f_2, \\ f_1 = e^{\frac{i}{\tau}[t - (\mu x + \pi_1 z)]}, & f_2 = e^{\frac{i}{\tau}[t - (\mu x + \pi_2 z)]}, \end{cases}$$

hrend im angrenzenden nicht magnetisirbaren Medium (Luft), en optische Constante α_0 sein möge, die Componenten der fallenden (e) und reflectirten (r) Welle durch die Ausdrücke eben sind:

)
$$\begin{cases} u_e = -\pi_0 E_p f_e, & u_r = \pi_0 R_p f_r, \\ v_e = \frac{1}{\sqrt{\alpha_0}} E_s f_e, & v_r = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1}} R_s f_r, \\ w_e = \mu E_p f_e, & w_r = \mu R_p f_r, \\ f_e = e^{\frac{i}{\tau}[t - (\mu x + \pi_0 z)]}, & f_r = e^{\frac{i}{\tau}[t - (\mu x - \pi_0 z)]}; \\ \mu^2 + \pi_0^2 = \frac{1}{\alpha_0}. \end{cases}$$

Nach dem Neumann'schen Standpunkte ist E_p der Ampli- e des in der Einfallsebene polarisirten einfallenden Lichtes portional, E_s der Amplitude des senkrecht zur Einfallsebene arisirten einfallenden Lichtes. Das Umgekehrte findet nach

dem Fresnel'schen Standpunkte statt. Im Folgenden soll zunächst der Neumann'sche Standpunkt festgehalten werden, wie es ja auch die Anwendung Grenzbedingungen (10) erheischt. (Nach dem Fresnel'schen Standpunkte ist $w_1/\alpha_1 = w_2/\alpha_2$.) Dieses macht bekanntlich für die Erklärung der Beobachtungen keinen Unterschied.

Ist das angrenzende Medium durchsichtig, so ist α_0 reell und gleich dem Quadrat der Fortpflanzungsgeschwindigkeit V_0 des Lichtes. Ferner ist

$$(25) \qquad \left\{ \mu = \frac{\sin\varphi}{\sqrt{\alpha_0}}, \quad \pi_0 = \frac{\cos\varphi}{\sqrt{\alpha_0}}, \quad \sqrt{\alpha_0} = V_0 \right.$$

und φ der Einfallswinkel. μ und π_0 sollen stets positiv gerechnet sein. Der positive Sinn der Amplituden E_p und R_p ist dann nach der positiven z-Axe hin gerichtet (vgl. Fig. p. 361).

Aus den Grenzbedingungen (10) ergibt sich nach (23) und (24):

$$(26) \qquad \left\{ \begin{aligned} E_p - R_p &= \pi_1 D_1 + \pi_2 D_2, \\ E_p + R_p &= D_1 + D_2. \end{aligned} \right.$$

Nennt man nun den Näherungswerth von π_1 und π_2, welcher sich für $c' = 0$ ergibt, π, so ist nach (21)

$$(27) \qquad \left\{ \begin{aligned} &\mu^2 + \pi^2 = \frac{1}{\alpha}, \\ &\pi_1^2 = \pi^2 + \frac{c'}{\alpha\sqrt{\alpha}}, \quad \pi_2^2 = \pi^2 - \frac{c'}{\alpha\sqrt{\alpha}}, \end{aligned} \right.$$

d. h. mit Beschränkung auf eine Annäherung erster Ordnung in c', welche aber, wie sich aus der Kleinheit des Werthes von c' ergibt (vgl. oben p. 359) stets ausreicht:

$$(28) \qquad \left\{ \pi_1 = \pi + \frac{c'}{2\pi\alpha\sqrt{\alpha}}, \quad \pi_2 = \pi - \frac{c'}{2\pi\alpha\sqrt{\alpha}}. \right.$$

Nach (26) ist daher

$$(29) \qquad \left\{ \begin{aligned} \pi_0 (E_p - R_p) &= \pi (D_1 + D_2) + \frac{c'}{2\pi\alpha\sqrt{\alpha}} (D_1 - D_2), \\ E_p + R_p &= D_1 + D_2. \end{aligned} \right.$$

Für $c' = 0$ folgt hieraus die Formel für das Verhältniss $R_p : E_p$, wie es der gewöhnlichen Metallreflexion entspricht.

ler ersten der Formeln (29) ist für $D_1 - D_2$ derjenige
rungswerth einzusetzen, welcher sich für $c' = 0$ ergibt,
bei gewöhnlicher Metallreflexion.

Für diese treten aber zu den Grenzbedingungen (10) noch
Grenzbedingungen:

$$v_1 = v_2, \quad \alpha_1 \xi_1 = \alpha_2 \xi_2, \text{ d. h. nach (6) } \alpha_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} = \alpha_1 \frac{\partial v_2}{\partial x}.$$

Es mag hervorgehoben werden, dass diese Grenzbedingungen
hängig von dem besonderen Ausgangspunkt der Theorie
(ob electromagnetisch oder mechanisch) und als noth-
ig richtig betrachtet werden müssen, falls man den Neu-
n'schen Standpunkt festhält. [1]) Bezeichnet man daher die
rungswerthe durch darübergesetzte Striche, so folgt aus
(24) und (27) nach den Grenzbedingungen (30):

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\alpha_0}}(E_s + \bar{R}_s) = -\frac{i}{\sqrt{\alpha}}(\bar{D}_1 - \bar{D}_2), \\ \pi_0 \sqrt{\alpha_0}(E_s - \bar{R}_s) = -i\pi\sqrt{\alpha}(\bar{D}_1 - \bar{D}_2). \end{cases}$$

Hieraus folgt:

$$\begin{cases} \bar{R}_s = E_s \frac{\alpha_0 \pi_0 - \alpha \pi}{\alpha_0 \pi_0 + \alpha_1 \pi_1}, \quad \text{und} \\ \bar{D}_1 - \bar{D}_2 = 2 i E_s \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_0}} \cdot \frac{\alpha_0 \pi_0}{\alpha_0 \pi_0 + \alpha \pi}. \end{cases}$$

Daher ergibt sich aus (29):

$$\left\{ \pi_0 (E_p - R_p) = \pi (E_p + R_p) + i E_s \frac{c' \alpha_0 \pi_0}{\sqrt{\alpha_0 \alpha \pi}} \cdot \frac{1}{\alpha_0 \pi_0 + \alpha \pi}. \right.$$

Kerr beobachtete nun folgende Thatsache. Wenn das
llende Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisirt war
= 0), und das reflectirte Licht mit Hülfe eines Nicols
sucht wurde, so musste, um grösste Dunkelheit zu er-
en, dessen Polarisationsebene ein wenig aus der Einfalls-
herausgedreht werden, wenn der reflectirende Stahlspiegel
agnetisirt wurde, dass die magnetische Axe parallel zur
ze in der Einfallsebene lag (d. h. in der x-Axe). Diese
ung wechselte bei einem Einfallswinkel von ungefähr 78°
Sinn.

1) Auf diesen Punkt bin ich ausführlicher in den Gött. Nachr. 1892
gangen.

Betrachten wir zunächst, wodurch jene Stellung des Nicols bestimmt wird. In einer bestimmten Wellenebene des reflectirten Lichtes ist die Componente u'_r, welche in der Einfallsebene nach der positiven Richtung von R_p hin liegt, proportional zu dem rellen Theile von $R_p e^{(i/\tau)t}$, die senkrecht dazu, nach der positiven Richtung von R_s liegende Componente v_r ist proportional zum reellen Theile von $R_s e^{(i/\tau)t}$ (vgl. Formeln (24)). Setzt man daher

$$(34)\qquad R_p = P e^{i\Delta_p}, \quad R_s = S e^{i\Delta_s},$$

so kann man setzen (auf den Proportionalitätsfactor kommt es nicht an):

$$(35)\qquad u'_r = P\cos\left(\frac{t}{\tau} + \Delta_p\right), \quad v_r = S\cos\left(\frac{t}{\tau} + \Delta_s\right).$$

Bildet die Polarisationsebene des analysirenden Nicols den Winkel p_r mit u'_r, den Winkel s_r mit v_r, sodass

$$p_r + s_r = \frac{\pi}{2}$$

und sind sowohl p_r als s_r spitze Winkel, so ist der Betrag des aus dem Nicol austretenden, in seiner Polarisationsebene schwingenden Lichtvectors:

$$P\cos p_r \cos\left(\frac{t}{\tau} + \Delta_p\right) + S\sin p_r \cos\left(\frac{t}{\tau} + \Delta_s\right).$$

Die Intensität des austretenden Lichtes ist daher

$$(36)\qquad P^2\cos^2 p_r + S^2\sin^2 p_r + 2PS\cos p_r \sin p_r \cos(\Delta_p - \Delta_s).$$

Durch Differentiation nach p_r findet man, dass das austretende Licht ein Minimum oder Maximum ist, falls

$$(37)\qquad \operatorname{tg} 2p_r = \frac{2PS\cos(\Delta_p - \Delta_s)}{P^2 - S^2}.$$

Nun ist, falls $E_p = 0$ ist, P sehr klein gegen S, sodass P^2 neben S^2 zu vernachlässigen ist. Das austretende Licht erreicht daher ein Minimum an Intensität, wenn die Polarisationsebene des Nicols einen kleinen Winkel mit der Einfallsebene bildet, der durch die Gleichung gegeben ist:

$$(38)\qquad \pm p' = -\frac{P}{S}\cos(\Delta_p - \Delta_s) = -\Re\left[\frac{R_p}{R_s}\right].$$

s das $\Re$ bedeutet, dass der reelle Theil der nachfolgenden össe genommen werden soll. Rechnet man p_r positiv in n auf p. 362 festgesetzten Sinne, d. h. nennt man die itive Drehung, welche man dem Nicol von der ursprüngen Nullstellung, wie sie ohne Magnetisirung des Spiegels ttfindet, bis zu der für Magnetisirung geltenden Minimumlung geben muss, p_r, so ist, wie aus der Figur folgt, das ere Vorzeichen in Formel (38) zu nehmen. Es ergibt sich ier

$$) \qquad \left\{ p_r = + \Re \left[\frac{R_p}{R_s} \right]. \right.$$

Diese Formel gibt zugleich den Drehungsbetrag an, den grosse Axe der Vibrationsellipse des reflectirten Lichtes ch die Magnetisirung erfährt. Denn bei Minimumstellung t die Polarisationsebene des analysirenden Nicols senkrecht jener Ellipsenaxe.

Da $\operatorname{tg} 2 s_r = - \operatorname{tg} 2 p_r$, so folgt aus Formel (37), dass, s S klein gegen P wäre, die Polarisationsebene des Nicols Minimumstellung mit der positiven Richtung von S den nkel einschliesst:

$$) \qquad \left\{ s_r = - \Re \left[\frac{R_s}{R_p} \right]. \right.$$

Wie aus der Figur hervorgeht, ist dieser Winkel s_r in n p. 362 festgesetzten Sinne positiv, d. h. er bezeichnet den itiven Drehungswinkel, welchen die grosse Axe der Vibrationspse des reflectirten Lichtes durch die Magnetisirung erfährt.

Für $E_p = o$ ist nun, wie aus (33) hervorgeht, R_p klein der Ordnung c', R_s dagegen nicht klein. In dem Quoten $R_p : R_s$ ist daher R_s durch seinen Näherungswerth nach mel (32) zu ersetzen, und man erhält aus (33):

$$\frac{R_p}{R_s} = - i \frac{c'}{\sqrt{\alpha_0}} \cdot \frac{\alpha_0 \pi_0}{\alpha \pi} \cdot \frac{1}{(\alpha_0 \pi_0 - \alpha \pi) \ (\pi_0 + \pi)}.$$

Nun ist nach (27) und (24)

$$(\alpha_0 \pi_0 - \alpha \pi) \ (\pi_0 + \pi) = (\alpha_0 - \alpha) \ (\pi \pi_0 - \mu^2)$$

$$\pi = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{1 - \alpha \mu^2}.$$

Für Eisen, Nickel und Kobalt ist der Modul der complexen Grösse α klein gegen α_0, falls sich α_0 auf Luft bezieht, sodass man eine schon hinreichende Näherung (im allgemeinen bis auf 6%) erhält, wenn man α / α_0 neben 1 vernachlässigt. Da nun [1])

$$(43) \qquad \sqrt{\frac{\alpha_0}{\alpha}} = n - i n \varkappa ,$$

falls n den Brechungsexponenten des Metalls gegen Luft, $n\varkappa$ seinen Absorptionscoefficienten bezeichnet, so ist nach (42) und (25)

$$(44) \qquad (\alpha_0 \pi_0 - \alpha \pi) \ (\pi_0 + \pi) = \cos\varphi \,(n - i n \varkappa) - \sin^2\varphi .$$

Da ferner bei der oben erwähnten Beobachtung Kerr's $\cos (Ax) = 1$, d. h. $c_2 = c_3 = 0$ ist, so folgt aus (17) und (11)

$$c' = \frac{c}{\tau} \frac{\sin\varphi}{\sqrt{\alpha_0}}$$

d. h. mit der obigen Annäherung aus (41):

$$(45) \qquad \frac{R_p}{R_s} = - i \frac{c}{\tau\, \alpha_0} \sin\varphi \cos\varphi \frac{n - i n \varkappa}{\cos\varphi\,(n - i n \varkappa) - \sin^2\varphi}$$

Hieraus ergibt sich nach (39)

$$(46) \qquad p_r = \frac{c}{\tau\, \alpha_0} \sin\varphi \cos\varphi \frac{n \varkappa \sin^2\varphi}{(\sin^2\varphi - n\cos\varphi)^2 + n^2 \varkappa^2 \cos^2\varphi}$$

Nach dieser Formel erleidet p_r für keinen Einfallswinkel einen Zeichenwechsel.[2]) — Es soll zunächst untersucht werden, ob dies Resultat eventuell geändert wird, wenn man α / α_0 nicht neben 1 vernachlässigt, aber wohl $(\alpha / \alpha_0)^2$ neben 1. Es ergibt sich dann aus (41) und (42)

$$(47) \qquad \begin{cases} \dfrac{R_p}{R_s} = \\ - i \dfrac{c}{\tau\, \alpha_0} \sin\varphi \cos\varphi \dfrac{n - i n \varkappa}{\cos\varphi (n - i n \varkappa)\left(1 - \dfrac{\alpha}{\alpha_0}(1 + \sin^2\varphi)\right) - \sin^2\varphi \left(1 - \dfrac{\alpha}{\alpha_0}(1 + \frac{1}{2}\sin^2\varphi \right.} \end{cases}$$

oder, da nach (43)

1) Vgl. P. Drude, Wied. Ann. **36.** p. 544. 1889.

2) Damit stehen in Einklang die Berechnungen Sissingh's (l. c. p. 136).

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{1 - \varkappa^2}{1 + \varkappa^2} \cdot \frac{1}{U^2} + i \frac{2\varkappa}{1 + \varkappa^2} \cdot \frac{1}{U^2} = a + i a',$$

man zur Abkürzung setzt

$$U^2 = n^2 (1 + \varkappa^2),$$

lgt für den Nenner in (47):

$$\varphi - \sin^2 \varphi - a [n \cos \varphi (1 + \sin^2 \varphi) - \sin^2 \varphi (1 + \tfrac{1}{2} \sin^2 \varphi)]$$
$$- a' n \varkappa \cos \varphi (1 + \sin^2 \varphi) - i \{ n \varkappa \cos \varphi - a n \varkappa \cos \varphi (1 + \sin^2 \varphi)$$
$$+ a' [n \cos \varphi (1 + \sin^2 \varphi) - \sin^2 \varphi (1 + \tfrac{1}{2} \sin^2 \varphi)]\}.$$

Hieraus ergibt sich nach (47) und (39):

$$\begin{cases} p_r = A^2 \Big\{ n \varkappa \sin^2 \varphi + 2 \dfrac{n^2 \varkappa}{U^2} \cos \varphi (1 + \sin^2 \varphi) \\ \qquad + \dfrac{n \varkappa}{U^2} \cdot \dfrac{\varkappa^2 - 3}{\varkappa^2 + 1} \sin^2 \varphi (1 + \tfrac{1}{2} \sin \varphi) \Big\}, \end{cases}$$

l^2 eine positive Grösse bedeutet.

Es ist nun [1]) für rothes Licht

bei Stahl: $\varkappa = 1{,}32$,

;elbes Licht

bei Stahl: $\varkappa = 1{,}38$,
bei Eisen: $\varkappa = 1{,}36$.

st ungefähr $= 16$.

Das letzte Glied in dem Ausdruck (50) ist daher zwar tiv, es ist aber dem absoluten Betrage nach stets kleiner as erste. Das Verhältniss derselben ist nämlich ungefähr

$$0{,}028 (1 + \tfrac{1}{2} \sin^2 \varphi) : 1.$$

Es kann daher für p_r kein Zeichenwechsel eintreten, selbst $\varkappa$ erheblich falsch bestimmt sein sollte.

Die Annäherung auf erste Ordnung in c ist völlig genügend, venn man nach dem zu Grunde gelegten Erklärungssystem aus dem von Kundt ermittelten specifischen Drehungsögen des zur Sättigung magnetisirten Eisens berechnet, $\varkappa_0$ sehr klein gegen 1 ist, sodass das Quadrat dieser se unbedenklich gegen 1 zu vernachlässigen ist.

Da nun aber nach den Beobachtungen p_r einen Zeichensel erleidet, *so entspricht das bisherige Erklärungssystem der Erfahrung.*

1) P. Drude, Wied. Ann. **39.** p. 537. 1890.

Es ist von vornherein klar, dass vom Fresnel'schen Standpunkt aus man keine bessere Uebereinstimmung mit der Erfahrung erhält, da man sowohl vom Neumann'schen, wie vom Fresnel'schen Standpunkt aus, stets auf gleiche in fortschreitenden Wellen zu beobachtende Resultate geführt wird. Dies möge hier nur noch einmal kurz auch für diesen speciellen Fall erläutert werden.

Wie ich gezeigt habe [1]), geht man bei irgend einer optischen Erscheinung vom Neumann'schen zum Fresnel'schen Standpunkt über, wenn man ξ, η, ζ (oder $\alpha\ \xi$ etc.) an Stelle von u, v, w als Componenten des Lichtvectors interpretirt. Bildet man ξ, η, ζ nach den Formeln (6) und (24) im umgebenden Medium (0), so erkennt man, dass dann E_s R_s die Amplituden des in der Einfallsebene schwingenden Lichtes, E_p, R_p die Amplituden des senkrecht zur Einfallsebene schwingenden Lichtes sind.

Bei dem betrachteten Experiment Kerr's ist nun das einfallende Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisirt, d. h. es schwingt nach dem Fresnel'schen Standpunkt in der Einfallsebene. Es ist also wiederum $E_p = 0$ zu setzen, und die Formel (41) für $R_p : R_s$ bleibt auch hier ungeändert, sie hat nur jetzt die andere physikalische Bedeutung, dass der reelle Theil derselben zu Null wird, wenn die grosse Axe der Vibrationsellipse des reflectirten Lichtes in der Einfallsebene liegt. Die durch die Magnetisirung hervorgerufene Drehung d. h. auch die Drehung der Minimumstellung des analysirenden Nicols, wird aber natürlich durch dieselben Formeln, wie vorhin, gegeben.

Versuchen wir nun, ob durch Aenderung der Form der Grenzbedingungen (10) Uebereinstimmung mit der Erfahrung zu erreichen möglich ist. Es wäre ja vielleicht denkbar, dass in einem stark magnetisirbaren Medium die Form der Grenzbedingungen von den Formeln (10) abwiche, da sich diese nach der electromagnetischen Theorie aus der Annahme ergeben, dass die Magnetisirungsconstante aller Medien gleich sei. Wiewohl es nun sehr unwahrscheinlich ist, dass für so schnelle Bewegungen, wie sie bei Lichtschwingungen stat-

---

1) Vgl. P. Drude, Gött. Nachr. 1892, Nr. 10, p. 366.

finden, die Verschiedenheit der Magnetisirungsconstanten der verschiedenen Medien zu berücksichtigen ist, wie ja auch deutlich aus der Thatsache hervorgeht, dass die Gesetze der Reflexion des Lichtes an nicht magnetisirten Eisenspiegeln nicht von den an unmagnetischen Metallspiegeln beobachteten abweichen, und wiewohl für Eisen, welches nahe zur Sättigung magnetisirt ist, erst recht keine Veranlassung geboten ist, eine grössere Magnetisirungsconstante, als für die des umgebenden Mediums anzunehmen, so soll doch ein Versuch gemacht werden, die Grenzbedingungen entsprechend einer derartigen Voraussetzung zu ändern. Die allgemeinste denkbare Form wären dann aber die Gleichungen (10'), diese würden an Stelle der Gleichungen (29) ergeben, da ϱ_1 und σ_1 für das unmagnetische Medium jedenfalls gleich 1 zu setzen sind:

$$\pi_0 (E_p - R_p) = \pi \varrho (D_1 + D_2) + \frac{c' \varrho}{2 \pi \alpha \sqrt{\alpha}} (D_1 - D_2),$$

$$(E_p + R_p) = \sigma (D_1 + D_2).$$

Hierin ist für $D_1 - D_2$ wiederum der Nährungswerth ach (32) einzuführen, es ergäbe sich also:

$$\pi_0 (E_p - R_p) = \pi \frac{\varrho}{\sigma} (E_p + R_p) + \frac{i c' \varrho}{\sqrt{\alpha_0}} E_s \frac{\alpha_0 \pi_0}{\alpha \pi (\alpha_0 \pi_0 + \alpha \pi)},$$

h. für $E_p = 0$:

$$\frac{R_p}{R_s} = - \frac{i c'}{\sqrt{\alpha_0}} \varrho \frac{\alpha_0 \pi_0}{\alpha \pi} \frac{1}{(\alpha_0 \pi_0 - \alpha \pi) \left(\pi_0 + \pi \frac{\varrho}{\sigma} \right)},$$

a in diesem Ausdruck R_s jedenfalls unbedenklich durch seinen äherungswerth nach (32) zu ersetzen ist. Dass aber diese äherungswerthe richtig sind, folgt aus der Thatsache, dass nmagnetisirte Eisenspiegel die gewöhnlichen Gesetze der etallreflexion aufweisen. ϱ / σ ist eine reelle Constante. etzt man sie $= \varepsilon$, und benutzt die oben (p. 370) angewandte äherung, so ergiebt sich daher $R_p : R_s$ proportional zu

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{n \varkappa + i n}{(n - i n \varkappa) \cos \varphi - 1 + \frac{\cos^2 \varphi}{\varepsilon}}.$$

Der reelle Theil der Grösse ist, abgesehen von einem ets positiven Factor proportional zu $\varepsilon - \cos^2 \varphi$, und man eht, dass, falls man einen Zeichenwechsel dieser Grösse bei

ungefähr $\varphi = 78^0$ erreichen wollte, ε den Betrag von etw
0,04 besitzen müsse, was gar nicht möglich ist. Denn ε mu
annähernd wenigstens gleich 1 sein, da die Reflexionsgeset
durch Magnetisirung eine nur durch sorgfältige Beobachtu
überhaupt zu constatirende Aenderung erleiden.

Dies deutet daraufhin, dass schon die Form der Differenti
gleichungen (9) nicht richtig sein kann.

Die einzige Aenderung, die nun in diesen einzuführ
möglich ist, ist aber nur die, die Constanten c als compl
anzunehmen, da die Drehung der Polarisationsebene dur
den Magnetismus die Form der Differentialgleichungen (
nothwendig bei Benutzung der sogenannten Incompressibilität
bedingung fordert, wie wir oben sahen.

Wie Voigt[1]) gezeigt hat, müssen die Coefficienten c d
Zusatzglieder, welche die Activität ergeben, reell sein, fa
dieselben dem Princip der Erhaltung der Energie, wie es d
mechanische Auffassung liefert, für alle Arten von Bewegu
genügen sollen. Wenn man nun auch dieses durch Hera
ziehung anderer Vorstellungsweisen[2]) fallen liesse, und m
daher eventuell die Einführung einer complexen Constanten
rechtfertigen könnte, so würde man doch noch zu keiner l
friedigenden Beschreibung der Thatsachen gelangen, wenn m
aus den Versuchen selbst das Verhältniss des reellen u
imaginären Bestandtheils jener Constanten bestimmen wollte
Denn man würde dadurch die magnetooptischen Erscheinung
als von zwei Constanten (abgesehen von den beiden gewöl
lichen optischen Constanten n und $n\varkappa$ des Metalls) abhän
ansehen, was eine anscheinend unnöthige Complication
sein scheint. Jedenfalls würde eine Theorie, welche
magneto-optischen Erscheinungen durch die Neueinführu
einer einzigen Constante befriedigend darstellt, vorzuziehen se

Das nächstliegende wäre nun, einen Versuch mit d
Differentialgleichungen (8) zu machen, d. h. mit derjenig
Form, welche sich aus dem oben p. 356 genannten I. Typ
mit Einführung der Incompressibilitätsbedingung ergibt. I

---

1) W. Voigt l. c.
2) Unten auf p. 379 wird eine solche angedeutet.
3) So verfährt Goldhammer (l. c.).

fferentialgleichungen (8) unterscheiden sich in der That von n Differentialgleichungen (9) nur darin, dass die complexe onstante $-(b/\tau^2)\alpha$ an Stelle der reellen Constante c tritt, ne dass mehr wie eine neue magneto-optische Constante ngeführt wird.

. Es ergibt sich in der That, dass die Differentialleichungen (8) den magnetooptischen Erscheinungen zu Grunde elegt werden können. Es soll im Folgenden zunächst geigt werden, dass die Gleichungen (8) sich mit den Vorellungen der electromagnetischen Natur des Lichtes gut vernen lassen. Diese Vorstellung ergibt dann zugleich die enzbedingungen des Erklärungssystems, welches, wie zum ılusse gezeigt werden soll, ausgezeichnet alle Einzelheiten Beobachtungen wiedergibt, sodass das Erklärungssystem richtig angesehen werden kann..

Aufstellung eines neuen Erklärungssystemes.

Bezeichnen L, M, N die Componenten der magnetischen, Y, Z die der electrischen Kraft, ε die Dielectricitätsconıte, λ die specifische Leitungsfähigkeit eines Körpers, essen in electrischem Maass, A die reciproke Lichtgeschwinkeit im freien Aether, so ist [1]), falls man die Magnetisirungsstante aller Medien $= 1$ setzt, was für sehr schnelle Beungen, wie sie bei Lichtschwingungen stattfinden, geboten heint, für ein nicht magnetisirtes Metall:

$$
\left\{
\begin{aligned}
A\frac{\partial L}{\partial t} &= \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}, & A\left(\varepsilon\frac{\partial X}{\partial t} + 4\pi\lambda X\right) &= \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y},\\
A\frac{\partial M}{\partial t} &= \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}, & A\left(\varepsilon\frac{\partial Y}{\partial t} + 4\pi\lambda Y\right) &= \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial z},\\
A\frac{\partial N}{\partial t} &= \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}, & A\left(\varepsilon\frac{\partial Z}{\partial t} + 4\pi\lambda Z\right) &= \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x}.
\end{aligned}
\right.
$$

Aus diesen Differentialgleichungen können, in Verbindung t den Grenzbedingungen

$$L_1 = L_2, \quad M_1 = M_2, \quad X_1 = X_2, \quad Y_1 = Y_2$$

Gesetze der Metallreflexion abgeleitet werden [2]), wie sie r Erfahrung entsprechen, falls man entweder L, M, N, oder

1) W. Hertz, Gött. Nachr. 4. p. 115. 1890.

2) Vgl. P. Drude, Gött. Nachr. 1892. l. c.

X, Y, Z als Componenten u, v, w des Lichtvectors interpretirt und ε und λ gewisse aus den optischen Experimenten selbst zu bestimmende Constanten bedeuten, welche mit der Schwingungsdauer des angewandten Lichtes variiren. Durch eine gewisse Erweiterung dieses Gesetzes kann letzteres Resultat auch aus den Differentialgleichungen abgeleitet werden und ε und λ können ihre eigentliche, oben genannte Bedeutung behalten.

Kümmern wir uns indessen zunächst nicht um Dispersionserscheinungen und behalten wir zunächst den Ansatz (51) bei, indem wir ε und λ die Bedeutung gewisser aus den optischen Experimenten zu ermittelnder Constanten beilegen.

Es handelt sich jetzt darum, wie man die Differentialgleichungen (57) für magnetisirte Metalle erweitern muss, um zu einer Beschreibung der magnetooptischen Erscheinungen zu gelangen.

Dass die Einführung einer anderen Magnetisirungsconstanten nicht genügt, ist schon oben p. 374 erwähnt.

Im Allgemeinen gelangt man zu einer Beschreibung vieler besonderer optischer Eigenschaften der Körper, wenn man nur eine Erweiterung im zweiten Tripel der Gleichungen (51) vornimmt, dagegen das erste unverändert lässt. Einen Versuch zu einer derartigen Erweiterung machen auch diejenigen Theorien, welche, wie z. B. die von Rowland und H. A. Lorentz, dem Hall'schen Phänomen und dem Kerr'schen magnetooptischen Phänomen die gleiche Ursache zuschreiben. Indess hat diese Ansicht nicht viel Wahrscheinlichkeit für sich, denn dasjenige Metall, welches den stärksten Hall-Effect aufzuweisen hat, nämlich Wismuth, zeigt keine magnetooptischen Effecte im reflectirten Lichte[1]), und dass bisher dieselben nur an stark magnetisirbaren Metallen, nämlich Eisen, Stahl, Kobalt, Nickel gefunden wurden, weist wohl deutlich auf einen inneren Zusammenhang mit der Magnetisirbarkeit hin.

---

1) Wenigstens nach den Beobachtungen von Righi, Ann. de chim. et de phys. (6) **4**. p. 443. 1885. A. Kundt, Wied. Ann. **27**. p. 200, Anm. 1. 1886 und P. Drude, Wied. Ann. **42**. p. 579. 1891, während Hurion (Journ. de. Phys. (2) **3**. 360. 1884) diese Effecte constatirt haben will.

Dieser Ansicht entspricht die andere Gruppe von Theorieen, d nach dem Vorgange von **Maxwell** bringt man diesen Um- nd dadurch zum analytischen Ausdruck, dass man zur kine- chen Energie des Mediums, welche sich in einfacher Weise rch die Componenten der magnetischen Kraft ausdrückt, wisse Zusatzglieder zufügt, da nach **Maxwell** die Magneti- ung als eine Art Molecularwirbel, d. h. eine verborgene wegung, aufzufassen ist.

Dieser Auffassung entspricht es daher, wenn man das erste pel der Gleichungen (51) in einem magnetisirten Mittel ert, dagegen das zweite unverändert lässt. Man überzeugt nun leicht, dass, damit man überhaupt eine der Formen der (9) der Differentialgleichungen für L, M, N oder X, Y, Z lt, welche ja zur Beschreibung magnetooptischer Phä- ene nothwendig sind, man den Ansatz (51) zu erweitern in:

$$A \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z} + \frac{\partial^2}{\partial y \partial t}(b_2 X - b_1 Y) - \frac{\partial^2}{\partial z \partial t}(b_1 Z - b_3 X),$$

$$A \frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{\partial^2}{\partial z \partial t}(b_3 Y - b_2 Z) - \frac{\partial^2}{\partial x \partial t}(b_2 X - b_1 Y),$$

$$A \frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial t}(b_1 Z - b_3 X) - \frac{\partial^2}{\partial y \partial t}(b_3 Y - b_2 Z),$$

$$A \left(\varepsilon \frac{\partial X}{\partial t} + 4 \pi \lambda X\right) = \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y},$$

$$A \left(\varepsilon \frac{\partial Y}{\partial t} + 4 \pi \lambda Y\right) = \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial z},$$

$$A \left(\varepsilon \frac{\partial Z}{\partial t} + 4 \pi \lambda Z\right) = \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x}.$$

Durch Elimination der L, M, N erhält man:

$$\left\{\begin{aligned} A^2 \left(\varepsilon \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} + 4 \pi \lambda \frac{\partial X}{\partial t}\right) &= \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}\right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial t}\left\{\Delta (b_3 Y - b_2 Z) - \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial}{\partial x}(b_3 Y - b_2 Z)\right.\right. \\ &\left.\left. + \frac{\partial}{\partial y}(b_1 Z - b_3 X) + \frac{\partial}{\partial z}(b_2 X - b_1 Y)\right]\right\}, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right.$$

r infolge des Bestehens der Relation

$$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = 0,$$

$$(55)\quad \left\{\begin{aligned} A^2\left(\varepsilon\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} + 4\pi\lambda\frac{\partial X}{\partial t}\right) &= \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}\right) \\ &- \frac{\partial}{\partial t}\left[b_1\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}\right) + b_2\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}\right)\right. \\ &\left. + b_3\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}\right)\right], \end{aligned}\right.$$

und analog zwei andern Gleichungen durch cyklische Vertauschung der Buchstaben.

Durch Elimination der X, Y, Z aus (53) erhält man:

$$(56)\quad \left\{\begin{aligned} A^2\left(\varepsilon\frac{\partial^2 L}{\partial t^2} + 4\pi\lambda\frac{\partial L}{\partial t}\right) &= \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y}\right) \\ &- \frac{\partial}{\partial t}\left[b_1\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}\right) + b_2\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}\right)\right. \\ &\left. + b_3\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}\right)\right] \end{aligned}\right.$$

und zwei analoge Gleichungen durch cyklische Vertauschung der Buchstaben.

Multiplicirt man die Gleichungen (53) successive mit $L\,dk$, $M\,dk$, $N\,dk$, $X\,dk$, $Y\,dk$, $Z\,dk$, wo dk das Volumenelement bedeutet, und integrirt über einen beliebigen Raum des homogenen Mediums, so erhält man, indem man im ersten Tripel der Gleichungen (53) partielle Integrationen ausführt, und annimmt, dass das Medium durch eine ebene, zur Z-Axe normale Fläche, deren Element do sei, begrenzt wird:

$$(57)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{A}{2}\frac{\partial}{\partial t}\left\{\int(L^2 + M^2 + N^2)\,dk + \varepsilon\int(X^2 + Y^2 + Z^2)\,dk\right\} = \\ &- 4\pi\lambda A\int(X^2 + Y^2 + Z^2)\,dk \\ &+ \int\left[\frac{\partial}{\partial t}(b_1 Z - b_3 X)\left(\frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial t}(b_2 X - b_1 Y)\left(\frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y}\right)\right. \\ &\left. + \frac{\partial}{\partial t}(b_3 Y - b_2 Z)\left(\frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}\right)\right]dk \\ &+ \int\left[\left(X + b_3\frac{\partial Y}{\partial t} - b_2\frac{\partial Z}{\partial t}\right)M - \left(Y + b_1\frac{\partial Z}{\partial t} - b_3\frac{\partial X}{\partial t}\right)L\right]do. \end{aligned}\right.$$

Die linke Seite dieser Gleichung stellt einen Theil der Energie des Mediums dar (nämlich die Energie des Mediums ohne Rücksicht auf die Molecularwirbel), das Raumintegral

r rechten Seite transformirt sich vermöge des zweiten Tripels r Gleichungen (53) in:

$$4\pi\lambda A\int\Big[X^2+Y^2+Z^2+b_1\Big(Y\frac{\partial Z}{\partial t}-Z\frac{\partial Y}{\partial t}\Big)+b_2\Big(Z\frac{\partial X}{\partial t}-X\frac{\partial Z}{\partial t}\Big)$$

$$b_3\Big(X\frac{\partial Y}{\partial t}-Y\frac{\partial X}{\partial t}\Big)\Big]\,dk$$

Für periodische Bewegungen, für welche $\partial X/\partial t$ propor-ıal zu X, tritt also im Volumenelement stets eine Energie-minderung durch metallische Leitung ein, für nicht pe-lische Aenderung der electrischen Kräfte indess kann esehen von jener durch die Joule'sche Wärme compen-en Energieabnahme je nach den Umständen eine Energie-nehrung oder -verminderung eintreten. Diese könnte viel-ht auf dieselben Ursachen zurückgeführt werden, wie die derungen der magnetischen Energie magnetisirbarer Körper, he eintreten, falls die äusseren magnetisirenden Kräfte n Kreisprocess durchlaufen.

Zugleich ergibt sich aus (57), dass, wenn für zwei in der Ebene aneinander grenzende Medien die Grenzbedingungen

$$\left\{\begin{aligned}&L_1=L_2,\ M_1=M_2,\\&\Big(X+b_3\frac{\partial Y}{\partial t}-b_2\frac{\partial Z}{\partial t}\Big)_1=\Big(X+b_3\frac{\partial Y}{\partial t}-b_2\frac{\partial Z}{\partial t}\Big)_2,\\&\Big(Y+b_1\frac{\partial Z}{\partial t}-b_3\frac{\partial X}{\partial t}\Big)_1=\Big(Y+b_1\frac{\partial Z}{\partial t}-b_3\frac{\partial X}{\partial t}\Big)_2\end{aligned}\right.$$

ten, dann die Reflexion und Brechung nicht Ursache einer ondern Energieänderung ist, d. h. dass die Lichtbewegung Grenze heterogener Medien ohne eine Art Peltiereffecte ssiren kann.

Wie Koláček[1]) nachgewiesen hat, müssen an einer Disconti-itätsfläche die derselben parallelen Komponenten der magneti-en Kraft continuirlich durch dieselben hindurchgehen, da sonst chenförmige Ströme von endlicher Stärke entstehen würden.

Ebenfalls müssen die Componenten der electrischen Kraft, lche der Grenze parallel sind, continuirlich durch sie hin-rchgehen, falls man die Voraussetzung macht, dass die in em Stromkreis inducirte Kraft selbst dann durch die Summe r von seinen Linienelementen herstammenden Wirkungen

1) F. Koláček, Wied. Ann. **32.** p. 430. 431. 1887.

darstellbar ist, wenn der linienförmige Stromkreis durch eine Discontinuitätsfläche hindurch geht.

Nach den Grenzbedingungen (58) muss man nun diese Voraussetzung hier fallen lassen, und das steht auch mit der Form (53) der Ausgangsgleichungen im Einklang. Denn das erste Tripel der ursprünglichen Gleichungen (51) wird in der elektromagnetischen Theorie durch die Voraussetzung gewonnen, dass die Wirkung eines geschlossenen Stromkreises durch die Summe der Wirkungen seiner Elemente gegeben wird. Wenn man diese Gleichungen erweitert, wie es in (53) geschehen ist, so bedeutet das ein Verlassen jener Voraussetzung, und daher ist dann die Form der Grenzbedingungen (58) vom electromagnetischen Standpunkte nicht anstössig.

Dagegen würde eine Aenderung der beiden ersten der Grenzbedingungen (58) nach dem soeben Erörterten anstössiger sein. Eine solche müsste man aber vornehmen, wenn man, anstatt im ersten Tripel, im zweiten der Gleichungen (51) eine Erweiterung, die der in (53) getroffenen analog wäre, vornehmen wollte und wiederum voraussetzte, dass Reflexion und Brechung keine Energieänderung verursacht. Dies macht, ausser den oben p. 377 angeführten Gründen, eine derartige Erweiterung weniger wahrscheinlich, wie die hier getroffene.

Um das Auftreten von Dispersionserscheinungen zu beschreiben und ein Erklärungssystem zu besitzen, welches gleichzeitig für Licht von verschiedenen Schwingungsdauern gültig ist, kann man im ersten Tripel der Gleichungen (53) noch Zusatzglieder der Form:

$$\frac{\partial^4}{\partial y\, \partial t^3}(b'_2 X - b'_1 Y),\quad \frac{\partial^6}{\partial y\, \partial t^5}(b''_2 X - b''_1 Y), \ldots$$

einfügen [1]), im zweiten Tripel der Gleichungen (53) auf den linken Seiten derselben Zusatzglieder der Form:

$$A\,\varepsilon' \frac{\partial^3 X}{\partial t^3},\quad A\,\varepsilon'' \frac{\partial^5 X}{\partial t^5},\quad \ldots - 4\pi\lambda' A \frac{\partial^2 X}{\partial t^2},\quad + 4\pi\lambda'' A \frac{\partial^4 X}{\partial t^4} \ldots$$

Man erkennt, dass dann die Continuität der Ausdrücke

1) Derartige Zusatzglieder lassen sich hier ebenso rechtfertigen, wie ich es in Gött. Nachr. 1892 für nicht magnetisirte Medien erwähnt habe.

$$
\begin{cases} L, M, X + b_3 \frac{\partial Y}{\partial t} + b'_3 \frac{\partial^3 Y}{\partial t^3} + \ldots - b_2 \frac{\partial Z}{\partial t} - b'_2 \frac{\partial^3 Z}{\partial t^3} \ldots, \\ Y + b_1 \frac{\partial Z}{\partial t} + b'_1 \frac{\partial^3 Z}{\partial t^3} + \ldots - b_3 \frac{\partial X}{\partial t} - b'_3 \frac{\partial^3 X}{\partial t^3} \ldots, \end{cases}
$$

der Grenze heterogener Medien wiederum die Bedingungen
ir sind, dass Peltiereffecte beim Uebergang des Lichtes über
se Grenze nicht vorhanden sind.

Führt man dagegen ausser den bisherigen Zusatzgliedern
der rechten Seite des zweiten Tripels der Gleichungen (53)
h Glieder der Form

$$
\frac{\partial^n}{\partial t^n}\left(\frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y}\right) \text{ etc.}
$$

eine Erweiterung, welche die optischen Eigenschaften der
alle besonders plausibel erscheinen lassen [1]), so würde,
n man als Grenzbedingungen wiederum die Continuität der
drücke (59) annehme, die Ueberschreitung des Lichts über
Grenze heterogener Medien von Peltiereffecten begleitet sein. [2])

Wie nun dem auch sein mag, für den hier vorliegenden
eck genügt es, dass man Erklärungssysteme aufstellen kann,
che auch die Erscheinungen im nicht homogenen Licht be-
reiben können, und dass für homogenes Licht dieselben
den Formeln (53) und (58) zu bilden sind, falls man darin
d λ als Funktionen der Schwingungsdauer ansieht, welche für
r grosse Werthe derselben die ursprünglichen Bedeutungen
. oben p. 375) besitzen, während die Grössen b_1, b_2, b_3
ch die Beziehungen gegeben sind:

$$
) \quad b_1 = b \cos(Ax), \quad b_2 = b \cos(Ay), \quad b = b \cos(Az),
$$

A die Richtung der magnetischen Kraftlinien bedeutet, und
eine reelle nach Potenzen des reciproken Werthes des
adrates der Schwingungsdauer fortschreitende Reihe ist.

Es lassen sich nun vier verschiedene Erklärungssysteme
die optischen Erscheinungen magnetisirter Medien geben,
chen allen gemeinsam die Formeln (53) und (59) zu Grunde
gen und welche daher zu denselben beobachtbaren Resultaten
ren müssen.

1) Vgl. H. A. Lorentz, Schlöm. Zeitschr. **23.** p. 197. 1878.
2) Vgl. P. Drude, Gött. Nachr. 1892. l. c.

I. *Die magnetische Kraft wird als Lichtvector interpretirt.*

$$L = u, \quad M = v, \quad N = w.$$

Da

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = o,$$

so haben wir es mit streng transversalen Wellen zu thun. Ihr Vector liegt in der Polarisationsebene.

Berücksichtigt man, dass für periodische Bewegungen, für welche $u = e^{(i/\tau)t} f(x, y, z)$ etc. ist,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = - i \tau \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \text{ ist,}$$

so erhält man, falls man setzt

$$\frac{1}{A^2 (\varepsilon - 4 \pi i \tau \lambda)} = \alpha,$$

aus (56) und nach (6) die Differentialgleichungen:

$$(61) \begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \alpha \left\{ \frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial t} \left(b_1 \frac{\partial \xi}{\partial x} + b_2 \frac{\partial \xi}{\partial y} + b_3 \frac{\partial \xi}{\partial z} \right) \right\}, \\ \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \alpha \left\{ \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial t} \left(b_1 \frac{\partial \eta}{\partial x} + b_2 \frac{\partial \eta}{\partial y} + b_3 \frac{\partial \eta}{\partial z} \right) \right\}, \\ \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \alpha \left\{ \frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial t} \left(b_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x} + b_2 \frac{\partial \zeta}{\partial y} + b_3 \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right) \right\}, \end{cases}$$

aus (58) die Grenzbedingungen:

$$u_1 = u_2, \quad v_1 = v_2,$$

$$(62) \begin{cases} \alpha_1 \left(\xi + b_3 \frac{\partial \eta}{\partial t} - b_2 \frac{\partial \zeta}{\partial t} \right)_1 = \alpha_2 \left(\xi + b_3 \frac{\partial \eta}{\partial t} - b_2 \frac{\partial \zeta}{\partial t} \right)_2, \\ \alpha_1 \left(\eta + b_1 \frac{\partial \zeta}{\partial t} - b_3 \frac{\partial \xi}{\partial t} \right)_1 = \alpha_2 \left(\eta + b_1 \frac{\partial \zeta}{\partial t} - b_3 \frac{\partial \xi}{\partial t} \right)_2, \end{cases}$$

II. *Die electrische Kraft wird als Lichtvector interpretirt.*

$$X = u, \quad Y = v, \quad Z = w.$$

Wiederum ist $(\partial u / \partial x) + (\partial v / \partial y) + (\partial w / \partial z) = 0$, d. h. *die betrachtete Wellenbewegung ist streng transversal, ihr Vector liegt senkrecht zur Polarisationsebene.*

Aus (55) erhält man für u, v, w dieselben Differentialgleichungen wie (61), dagegen folgen aus (58) die Grenzbedingungen:

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\left(u + b_3 \frac{\partial v}{\partial t} - b_2 \frac{\partial w}{\partial t}\right)_1 = \left(u + b_3 \frac{\partial v}{\partial t} - b_2 \frac{\partial w}{\partial t}\right)_2, \\
&\left(v + b_1 \frac{\partial w}{\partial t} - b_3 \frac{\partial u}{\partial t}\right)_1 = \left(v + b_1 \frac{\partial w}{\partial t} - b_3 \frac{\partial u}{\partial t}\right)_2, \\
&\quad \left[\xi + \frac{\partial}{\partial t}\left(b_1 \frac{\partial u}{\partial x} + b_2 \frac{\partial u}{\partial y} + b_3 \frac{\partial u}{\partial z}\right)\right]_1 \\
&\quad = \left[\xi + \frac{\partial}{\partial t}\left(b_1 \frac{\partial u}{\partial x} + b_2 \frac{\partial u}{\partial y} + b_3 \frac{\partial u}{\partial z}\right)\right]_2, \\
&\quad \left[\eta + \frac{\partial}{\partial t}\left(b_1 \frac{\partial v}{\partial x} + b_2 \frac{\partial v}{\partial y} + b_3 \frac{\partial v}{\partial z}\right)\right]_1 \\
&\quad = \left[\eta + \frac{\partial}{\partial t}\left(b_1 \frac{\partial v}{\partial x} + b_2 \frac{\partial v}{\partial y} + b_3 \frac{\partial v}{\partial z}\right)\right]_2 .
\end{aligned}
\right.
$$

I. *Als Componenten des Lichtvectors werden interpretirt:*

$$
\begin{aligned}
u &= X + b_3 \frac{\partial Y}{\partial t} - b_2 \frac{\partial Z}{\partial t}, \\
v &= Y + b_1 \frac{\partial Z}{\partial t} - b_3 \frac{\partial X}{\partial t}, \\
w &- Z + b_2 \frac{\partial X}{\partial t} - b_1 \frac{\partial Y}{\partial t}.
\end{aligned}
$$

s ist $(\partial u / \partial x) + (\partial v / \partial y) + (\partial w / \partial z)$ von Null verschieden, *ie betrachtete Wellenbewegung ist nur annähernd transversal, ctor liegt annähernd senkrecht zur Polarisationsebene.*

as Formelsystem (53) lässt sich schreiben in der Form:

$$
A \frac{\partial L}{\partial t} = \xi, \quad A \frac{\partial M}{\partial t} = \eta, \quad A \frac{\partial N}{\partial t} = \zeta,
$$

$$
\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = \alpha \left(\frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial y}\right), \quad \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = \alpha \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial z}\right),
$$

$$
\frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} = \alpha \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial x}\right).
$$

s ergeben sich daher für u, v, w die Differentialglei-
en:

$$
\begin{aligned}
\frac{u}{t^2} &= \alpha \left\{\frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial y} + b_3 \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial z}\right) - b_2 \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial x}\right)\right\}, \\
\frac{v}{t^2} &= \alpha \left\{\frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial z} + b_1 \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial x}\right) - b_3 \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial \eta}\right)\right\}, \\
\frac{w}{t^2} &= \alpha \left\{\frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial x} + b_2 \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial y}\right) - b_1 \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial z}\right)\right\},
\end{aligned}
$$

man auch in einer Form schreiben kann, welche den chied gegen (61) deutlich hervortreten lässt, nämlich:

$$
(61'')\quad\begin{cases}
\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \alpha\left\{\dfrac{\partial \eta}{\partial z} - \dfrac{\partial \zeta}{\partial y} - \dfrac{\partial}{\partial t}\left(b_1 \dfrac{\partial \xi}{\partial x} + b_2 \dfrac{\partial \xi}{\partial y} + b_3 \dfrac{\partial \xi}{\partial z}\right) + \dfrac{\partial \vartheta}{\partial x}\right\}, \\[2ex]
\dfrac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \alpha\left\{\dfrac{\partial \zeta}{\partial x} - \dfrac{\partial \xi}{\partial z} - \dfrac{\partial}{\partial t}\left(b_1 \dfrac{\partial \eta}{\partial x} + b_2 \dfrac{\partial \eta}{\partial y} + b_3 \dfrac{\partial \eta}{\partial z}\right) + \dfrac{\partial \vartheta}{\partial y}\right\}, \\[2ex]
\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \alpha\left\{\dfrac{\partial \xi}{\partial y} - \dfrac{\partial \eta}{\partial x} - \dfrac{\partial}{\partial t}\left(b_1 \dfrac{\partial \zeta}{\partial x} + b_2 \dfrac{\partial \zeta}{\partial y} + b_3 \dfrac{\partial \zeta}{\partial z}\right) + \dfrac{\partial \vartheta}{\partial z}\right\},
\end{cases}
$$

wobei bedeutet

$$\vartheta = \frac{\partial}{\partial t}(b_1 \xi + b_2 \eta + b_3 \zeta),$$

während aus (58) die Grenzbedingungen entstehen:

$$(62'')\qquad u_1 = u_2, \quad v_1 = v_2, \quad \xi_1 = \xi_2, \quad \eta_1 = \eta_2.$$

Diese Grenzbedingungen ergeben sich aus den Cauchy'schen Continuitätsbedingungen, wenn man die in ihnen ursprünglich mit zu berücksichtigenden Longitudinalwellen eleminirt.[1])

IV. *Als Componenten des Lichtvectors werden interpretirt*

$$u = L + b_3 \frac{\partial M}{\partial t} - b_2 \frac{\partial N}{\partial t},$$

$$v = M + b_1 \frac{\partial N}{\partial t} - b_3 \frac{\partial L}{\partial t},$$

$$w = N + b_2 \frac{\partial L}{\partial t} - b_1 \frac{\partial M}{\partial t},$$

Es ist $(\partial u / \partial x) + (\partial v / \partial y) + (\partial w / \partial z)$ wiederum von Null verschieden, d. h. *die betrachtete Wellenbewegung ist nur annähernd transversal, ihr Vector liegt annähernd in der Polarisationsebene.*

Die Gleichungen (56) lassen sich schreiben:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial t^2} = \alpha\left(\frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial y}\right), \quad \frac{\partial^2 M}{\partial t^2} = \alpha\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial z}\right), \quad \frac{\partial^2 N}{\partial t^2} = \alpha\left(\frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial x}\right)$$

da jetzt nämlich ist:

$$\xi = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial t}\left(b_1 \frac{\partial L}{\partial x} + b_2 \frac{\partial L}{\partial y} + b_3 \frac{\partial L}{\partial z}\right),$$

$$\eta = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t}\left(b_1 \frac{\partial M}{\partial x} + b_2 \frac{\partial M}{\partial y} + b_3 \frac{\partial M}{\partial z}\right),$$

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial t}\left(b_1 \frac{\partial N}{\partial x} + b_2 \frac{\partial N}{\partial y} + b_3 \frac{\partial N}{\partial z}\right),$$

---

1) Vgl. H. Poincaré, Léçons sur la théorie mathémat. de la lumière. Paris. 1890.

Es folgen daher für die u, v, w dieselben Differential-
chungen wie (61') oder (61'').

Da in den mit b_1, b_2, b_3 behafteten Gliedern für L, M, N
Näherungswerthe u, v, w einzusetzen sind, so erhält man
der Verfügung über u, v, w:

$$L = u - b_3 \frac{\partial v}{\partial t} + b_2 \frac{\partial w}{\partial t},$$

$$M = v - b_1 \frac{\partial w}{\partial t} + b_3 \frac{\partial u}{\partial t},$$

$$N = w - b_2 \frac{\partial u}{\partial t} + b_1 \frac{\partial v}{\partial t},$$

hieraus ergibt sich aus dem zweiten Tripel der Glei-
gen (53):

$$\frac{X}{t} = A\alpha\left(-\xi + \frac{\partial}{\partial t}\left[b_2 \frac{\partial u}{\partial y} + b_3 \frac{\partial u}{\partial z} - b_1\left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)\right]\right),$$

$$\frac{Y}{t} = A\alpha\left(-\eta + \frac{\partial}{\partial t}\left[b_3 \frac{\partial v}{\partial z} + b_1 \frac{\partial v}{\partial x} - b_2\left(\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x}\right)\right]\right),$$

$$\frac{Z}{t} = A\alpha\left(-\zeta + \frac{\partial}{\partial t}\left[b_1 \frac{\partial w}{\partial x} + b_2 \frac{\partial w}{\partial y} - b_3\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)\right]\right).$$

Die Grenzbedingungen (58) ergeben daher:

$$\left(u - b_3 \frac{\partial v}{\partial t} + b_2 \frac{\partial w}{\partial t}\right)_1 = \left(u - b_3 \frac{\partial v}{\partial t} + b_2 \frac{\partial w}{\partial t}\right)_2,$$

$$\left(v - b_1 \frac{\partial w}{\partial t} + b_3 \frac{\partial u}{\partial t}\right)_1 = \left(v - b_1 \frac{\partial w}{\partial t} + b_3 \frac{\partial u}{\partial t}\right)_2,$$

$$\alpha_1\left(\xi - \frac{\partial^2}{\partial x \partial t}(b_1 u + b_2 v + b_3 w) + b_1 \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)\right)_1$$

$$= \alpha_2\left(\xi - \frac{\partial^2}{\partial x \partial t}(b_1 u + b_2 v + b_3 w) + b_1 \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)\right)_2.$$

$$\alpha_1\left(\eta - \frac{\partial^2}{\partial y \partial t}(b_1 u + b_2 v + b_3 w) + b_2 \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)\right)_1$$

$$= \alpha_2\left(\eta - \frac{\partial^2}{\partial y \partial t}(b_1 u + b_2 v + b_3 w) + b_2 \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)\right)_2.$$

Alle 4 Erklärungssysteme, nämlich
31) und (62) (Transvers. Wellen, Neumann's Polaris.-Ebene),
31) und (62') (Transvers. Wellen, Fresnel's Polaris.-Ebene),
31'') u. (62'') (Quasi-transv. Well., Fresnel's Polaris.-Ebene),
31'') u. (62''') Quasi-transv. Well., Neumann's Polaris.-Ebene)
n die gleiche Berechtigung und müssen die beobachtbaren
heinungen in völlig gleicher Weise beschreiben. Die Beob-

achtungen können nämlich nur in einem, die magnetooptischen Erscheinungen nicht besitzenden Medium angestellt werden ($b_1 = b_2 = b_3 = o$), in diesem gibt es daher nur zwei Möglichkeiten, den Lichtvector zu interpretiren, welche, wie bekannt, zu denselben bei fortschreitenden Wellen zu beobachtenden Resultaten führen. Diese können sich auch nicht ändern, mag man sie in der Rechnung zu den Vectoren des 1., 2., 3. oder 4. Erklärungssystemes in Beziehung setzen, da allen gemeinsam das Formelsystem (53) und (58) zu Grunde liegt.

Wir sehen also hier das Eigenthümliche, dass, während man in anderen Gebieten der Optik (Krystalloptik) nur ein Erklärungssystem im Neumann'schen Sinne und zwei Erklärungssysteme im Fresnel'schen Sinne aufstellen kann, welche zu gleichen Resultaten führen, man hier auch zwei Erklärungssysteme im Neumann'schen Sinne erhält.

Die Beobachtungen im reflectirten Licht.

Im Folgenden soll die Richtigkeit der aufgestellten Erklärungssysteme durch die Uebereinstimmung der aus ihnen geschöpften Resultate mit der Beobachtung dargethan werden, und zwar sollen zunächst nur Beobachtungen im reflectirten Licht berechnet werden. — Welches Erklärungssystem wir der Berechnung zu Grunde legen, ist ganz gleichgültig, wir wählen das (Neumann'sche) (61) und (62), da es sich am allerwenigsten von dem bisher der Rechnung zu Grunde gelegten Erklärungssystem (9) und (10) unterscheidet, nämlich nur dadurch, dass in (9) an Stelle der Constanten c (vgl. Formel [11]) die Constante αb (vgl. Formel [60]) tritt. Da man die letzte der Differentialgleichungen (61) schreiben kann

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \alpha \left\{ \frac{\partial\left(\xi + b_3 \frac{\partial \eta}{\partial t} - b_2 \frac{\partial \zeta}{\partial t}\right)}{\partial y} - \frac{\partial\left(\eta + b_1 \frac{\partial \zeta}{\partial t} - b_3 \frac{\partial \xi}{\partial t}\right)}{\partial x} \right\},$$

so erkennt man, dass die Grenzbedingungen (62) die in (10) enthaltene Grenzbedingung $w_1 = w_2$ ebenfalls liefern.

Verwendet man für die u, v, w Integrale der Form (12) so kann man die Resultate der früheren Rechnung benutzen, wenn man setzt

$$(63) \qquad c = b\,\alpha, \quad c' = b'\alpha, \quad b' = \frac{b_1 \mu + b_2 \nu + b_3 \pi}{\tau}.$$

Nach (28) ergeben sich daher die beiden möglichen Werthe n π im magnetisirten Mittel zu

4) $$\pi_1 = \pi + \frac{b'}{2\pi\sqrt{\alpha}}, \quad \pi_2 = \pi - \frac{b'}{2\pi\sqrt{\alpha}},$$

bei:

$$\mu^2 + \pi^2 = \frac{1}{\alpha}.$$

Da die Gleichungen (22) auch hier unverändert gelten, so nen auch die Componenten des einfallenden, reflectirten gebrochenen Lichtes durch die Formeln (23) und (24) gestellt werden.

Demnach ist für $z = o$, abgesehen vom Factor $e^{(i/\tau)(t-\mu x)}$

$$\xi_1 = -\frac{\partial(v_e + v_r)}{\partial z} = \frac{i}{\tau}\frac{\pi_0}{\sqrt{\alpha_0}}(E_s - R_s),$$

$$\xi_2 = -\frac{\partial(v_1 + v_2)}{\partial z} = \frac{i}{\tau}\left[-i\pi_1\sqrt{\mu^2 + \pi_1^2}\,D_1 + i\pi_2\sqrt{\mu_2 + \pi_2^2}\,D_2\right].$$

Die Grenzbedingungen (62) ergeben daher, wenn man die te durch $w_1 = w_2$ ersetzt, was statthaft ist (cf. oben),

$$\pi_0(E_p - R_p) = \pi_1 D_1 + \pi_2 D_2,$$
$$E_p + R_p = D_1 + D_2,$$
$$\frac{1}{\sqrt{\alpha_0}}(E_s + R_s) = -i\sqrt{\mu^2 + \pi_1^2}\,D_1 + i\sqrt{\mu^2 + \pi_2^2}\,D_2,$$
$$\pi_0\sqrt{\alpha_0}(E_s - R_s) = -i\sqrt{\mu^2 + \pi_1^2}\,D_1\left\{\pi_1 - \frac{b_3}{\tau}\sqrt{\mu^2 + \pi_1^2} + \frac{b_2}{\tau}i\mu\right\}\alpha$$
$$+ i\sqrt{\mu^2 + \pi_2^2}\,D_2\left\{\pi_2 + \frac{b_3}{\tau}\sqrt{\mu^2 + \pi_2^2} + \frac{b_2}{\tau}i\mu\right\}\alpha.$$

Mit Beschränkung auf erste Ordnung in b nehmen diese eichungen nach (64) die Form an:

$$) \left\{\begin{aligned} \pi_0(E_p - R_p) &= \pi(D_1 + D_2) + \frac{b'}{2\pi\sqrt{\alpha}}(D_1 - D_2), \\ E_p + R_p &= D_1 + D_2, \\ \frac{1}{\sqrt{\alpha_0}}(E_s + R_s) &= -\frac{i}{\sqrt{\alpha}}(D_1 - D_2) - \frac{b' i}{2}(D_1 + D_2), \\ \pi_0\sqrt{\alpha_0}(E_s - R_s) &= -i\pi\sqrt{\alpha}\left(1 + \frac{i}{\tau}b_2\frac{\mu}{\pi}\right)(D_1 - D_2) \\ &\quad - i\pi\alpha\frac{b'}{2}(D_1 + D_2) - \frac{i}{2}\left(\frac{\mu}{\pi}\cdot\frac{b_1}{\tau} - \frac{b_3}{\tau}\right)(D_1 + D_2). \end{aligned}\right.$$

In den Gliedern, welche den Factor b oder b' enthalten, sind diejenigen Näherungswerthe einzuführen, welche man aus (67) erhält, wenn man darin b_1, b_2, b_3 gleich Null setzt. Bezeichnet man diese Näherungswerthe mit $\overline{D}_1$, $\overline{D}_2$, so erhält man:

$$\overline{D}_1 + \overline{D}_2 = 2\,E_p\,\frac{\pi_0}{\pi_0 + \pi}\,,$$

$$\overline{D}_1 - \overline{D}_2 = 2\,i\,E_s\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_0}}\cdot\frac{\alpha_0\,\pi_0}{\alpha_0\,\pi_0 + \alpha\,\pi}\quad\text{(vgl. Formel (32)).}$$

Daher ergibt sich aus (67):

$$(68)\begin{cases} \pi_0\,(E_p - R_p) = \pi\,(E_p + R_p) + i\,E_s\,\dfrac{b'}{\pi\sqrt{\alpha_0}}\cdot\dfrac{\alpha_0\,\pi_0}{\alpha_0\,\pi_0 + \alpha\,\pi}\,. \\ \pi_0\sqrt{\alpha_0}(E_s - R_s) = \dfrac{\pi\,\alpha}{\sqrt{\alpha_0}}(E_s + R_s) + 2\,i\,E_s\,\dfrac{b_2}{\tau}\,\mu\sqrt{\alpha}\sqrt{\dfrac{\alpha}{\alpha_0}}\cdot\dfrac{\alpha_0\,\pi_0}{\alpha_0\,\pi_0 + \alpha\,\pi} \\ \qquad - i\,E_p\left(\dfrac{\mu}{\pi}\cdot\dfrac{b_1}{\tau} - \dfrac{b_3}{\tau}\right)\dfrac{\pi_0}{\pi_0 + \pi}\,. \end{cases}$$

Die erste dieser beiden Formeln geht durch die Substitution $b' = (c'\,/\,\alpha)$ in (33) über, wie es ja auch sein muss.

Merkbare magnetooptische Effecte erhält man nur, falls E_p oder E_s sehr klein oder Null ist. Setzt man zunächst $E_p = 0$, so erhält man, wie auch aus (41) mit Berücksichtigung von (63) unmittelbar hervorgeht

$$\left(\frac{R_p}{R_s}\right)_{E_p = 0} = -\,i\left(\frac{\mu}{\pi}\cdot\frac{b_1}{\tau} + \frac{b_3}{\tau}\right)\cdot\frac{\sqrt{\alpha}\,.\,\pi_0}{(\alpha_0\,\pi_0 - \alpha\,\pi)\,(\pi_0 + \pi)}\,,$$

dagegen erhält man für $E_{s\,=\,0}$:

$$R_s(\alpha_0\,\pi_0 + \alpha\,\pi) = i\,E_p\left(\frac{\mu}{\pi}\cdot\frac{b_1}{\tau} - \frac{b_3}{\tau}\right)\frac{\sqrt{\alpha_0}\,.\,\pi_0}{\pi_0 + \pi}\,,$$

$$R_p(\pi_0 + \pi) = E_p(\pi_0 + \pi),$$

d. h.

$$\left(\frac{R_s}{R_p}\right)_{E_s = 0} = i\left(\frac{\mu}{\pi}\cdot\frac{b_1}{\tau} - \frac{b_3}{\tau}\right)\frac{\sqrt{\alpha_0}\,.\,\pi_0}{(\pi_0 - \pi)\,(\alpha_0\,\pi_0 + \alpha\,\pi)}\,.$$

Wie oben p. 369 auseinandergesetzt ist, werden daher die sogenannten Minimumdrehungen p_r, s_r des Analysators, positiv gerechnet in dem festgesetzten Sinne, gemäss den Beziehungen (39) und (40) gegeben durch

$$(69)\qquad p_r = -\,\Re\left[\,i\left(\frac{\mu}{\pi}\cdot\frac{b_1}{\tau} + \frac{b_3}{\tau}\right)\frac{\sqrt{\alpha_0}\,\pi_0}{(\alpha_0\,\pi_0 - \alpha\,\pi)\,(\pi_0 + \pi)}\right],$$

$$s_r = -\Re\left[i\left(\frac{\mu}{\pi}\cdot\frac{b_1}{\tau} - \frac{b_3}{\tau}\right)\frac{\sqrt{\alpha_0}\,\pi_0}{(\pi_0-\pi)(\alpha_0\pi_0+\alpha\pi)}\right].$$

Aus den Formeln (69) und (70) geht hervor, dass die
stante b_2 keine magnetooptischen Effecte ausübt, dass die-
en also nicht zu beobachten sind, wenn die magnetischen
ftlinien senkrecht zur Einfallsebene verlaufen, wie die
bachtung bestätigt.

Bevor wir jedoch auf die numerische Berechnung von
ınd s_r eingehen, wollen wir noch einige allgemeine Resultate
den Formeln (68) ziehen.

Ausser den Minimumdrehungen des Analysators können
ı Minimumdrehungen (p_e, s_e) des Polarisators beobachtet
len, nämlich in folgender Weise: Ist zunächst der Spiegel
t magnetisirt, und $E_p = 0$, so ist $R_p = 0$, d. h. es tritt
ge Dunkelheit ein, wenn die Polarisationsebene des Analy-
rs in der Einfallsebene liegt. Wird dann der Spiegel
netisirt, so tritt Aufhellung des Gesichtsfeldes ein. Anstatt
t aber die Intensität desselben durch Drehung (p_r) des
lysators zu einem Minimum zu machen, kann man auch
selben fest lassen und durch Drehung (p_e) des Polarisators
selbe bewirken. Diese Minimumstellung des Polarisators
immt sich offenbar dadurch, dass für sie der absolute
rag der Grösse R_p ein Minimum sein muss, denn dieser
immt die Intensität des durch den Analysator hindurch-
enden Lichtes, falls seine Polarisationsebene in der Einfalls-
ne liegt. Nach (68) ist nun aber

$$R_p = E_p\,\frac{\pi_0-\pi}{\pi_0+\pi} - i\,E_s\cdot\frac{b'}{\pi\sqrt{\alpha_0}}\cdot\frac{\alpha_0\pi_0}{(\alpha_0\pi_0+\alpha\pi)(\pi_0+\pi)}\,.$$

$$= \frac{\pi_0-\pi}{\pi_0+\pi}\,E_s\left(\frac{E_p}{E_s} - i\,\frac{b'}{\pi\sqrt{\alpha_0}}\cdot\frac{\alpha_0\pi_0}{(\alpha_0\pi_0+\alpha\pi)(\pi_0+\pi)}\right.\,.$$

In der Klammer der rechten Seite ist der erste Term
E_s reell, dagegen der zweite complex, und von der Stellung
Polarisators unabhängig. Für den absoluten Werth von R_p
; daher mit Drehung des Polarisators ein Minimum ein,
ı $E_p : E_s$ gleich dem reellen Theile des zweiten Terms wird.
nt man die Drehung des Polarisators von der ursprüng-
en Nullstellung ($E_p = 0$) beim unmagnetisirten Spiegel bis
Minimumstellung beim magnetisirten Spiegel p_e, und zwar

positiv in dem oben p. 362 festgesetzten Sinne, so erkennt man aus der Figur der p. 361, dass ist:

$$(71)\qquad p_e = \frac{E_p}{E_s} = + \Re\left[i\left(\frac{\mu}{\pi}\frac{b_1}{\tau} + \frac{b_3}{\tau}\right)\frac{\sqrt{\alpha_0}\,\pi_0}{(\pi_0 - \pi)(\alpha_0\pi_0 + \alpha\pi)}\right].$$

Die Minimumstellung des Polarisators für den Fall, dass die Polarisationsebene des Analysators senkrecht zur Einfallsebene liegt, wird ermittelt, indem man den absoluten Betrag von R_s zu einem Minimum macht. Nach (68) ist nun, da E_s sehr klein sein muss, sodass man die Terme der Form $b E_s$ fortlassen kann:

$$R_s = E_s\frac{\alpha_0\pi_0 - \alpha\pi}{\alpha_0\pi_0 + \alpha\pi} + i E_p\left(\frac{\mu}{\pi}\cdot\frac{b_1}{\tau} - \frac{b_3}{\tau}\right)\frac{\sqrt{\alpha_0}\,\pi_0}{(\pi_0 + \pi)(\alpha_0\pi_0 + \alpha\pi)}$$

$$= \frac{\alpha_0\pi_0 - \alpha\pi}{\alpha_0\pi_0 + \alpha\pi}E_p\left(\frac{E_s}{E_p} + i\left(\frac{\mu}{\pi}\frac{b_1}{\tau} - \frac{b_3}{\tau}\right)\frac{\sqrt{\alpha_0}\,\pi_0}{(\alpha_0\pi_0 - \alpha\pi)(\pi_0 + \pi)}\right).$$

Nach denselben Ueberlegungen wie vorhin bestimmt sich daher die Drehung s_e des Polarisators von der ursprünglichen Stellung ($E_s = 0$) bis zur Minimumstellung, falls man diese Drehung positiv in dem p. 362 festgesetzten Sinne nennt:

$$(72)\qquad s_e = + \Re\left[i\left(\frac{\mu}{\pi}\cdot\frac{b_1}{\tau} - \frac{b_3}{\tau}\right)\frac{\sqrt{\alpha_0}\,\pi_0}{(\alpha_0\pi_0 - \alpha\pi)(\pi_0 + \pi)}\right].$$

Wenn man die Formeln (69), (70), (71), (72) vergleicht, so sieht man, dass bei beliebiger Lage der magnetischen Axe keine Beziehungen zwischen den vier Drehungen p_r, s_r, p_e, s_e bestehen, dass dagegen, falls entweder $b_1 = 0$, oder $b_3 = 0$ ist, d. h. der Spiegel entweder normal oder äquatoreal magnetisirt ist, solche stattfinden.

Betrachten wir jetzt diese besonderen Fälle.

Setzen wir gemäss (25)

$$\sqrt{\alpha_0}\,\pi_0 = \cos\varphi,\quad \sqrt{\alpha_0}\,\mu = \sin\varphi,$$

wo φ den Einfallswinkel bedeutet, und zur Abkürzung

$$(73)\qquad \begin{cases}(\alpha_0\pi_0 - \alpha\pi)(\pi_0 + \pi) = A + B i,\\ (\alpha_0\pi_0 + \alpha\pi)(\pi_0 - \pi) = A' + B' i,\end{cases}$$

wo A, B, A', B' reell sind, so erhält man:

1. *Normale Magnetisirung*, $b_1 = 0$, $b_3 = b$.

$$(69')\qquad p_r = -\frac{b}{\tau}\cos\varphi\frac{B}{A^2 + B^2},$$

0′) $$s_r = +\frac{b}{\tau}\cos\varphi\frac{B'}{A'^2+B'^2},$$

1′) $$p_e = +\frac{b}{\tau}\cos\varphi\frac{B'}{A'^2+B'^2},$$

2′) $$s_e = -\frac{b}{\tau}\cos\varphi\frac{B}{A^2+B^2}.$$

Es ist also

4) $$p_r = s_e\,,\quad s_r = p_e\,,$$

ie Beziehung, die **Righi** das *Reciprocitätsgesetz* genannt und perimentell durchaus bestätigt gefunden hat.[1])

2. *Aequatoreale Magnetisirung*, $b_1 = b$; $b_3 = 0$.

″) $$p_r = -\frac{b}{\tau}\sin\varphi\cos\varphi\frac{1}{A^2+B^2}\,\Re\left[\frac{B+A\,i}{\pi\sqrt{\alpha_0}}\right],$$

″) $$s_r = -\frac{b}{\tau}\sin\varphi\cos\varphi\frac{1}{A'^2+B'^2}\,\Re\left[\frac{B'+A'i}{\pi\sqrt{\alpha_0}}\right],$$

″) $$p_e = +\frac{b}{\tau}\sin\varphi\cos\varphi\frac{1}{A'^2+B'^2}\,\Re\left[\frac{B'+A'i}{\pi\sqrt{\alpha_0}}\right],$$

″) $$s_e = +\frac{b}{\tau}\sin\varphi\cos\varphi\frac{1}{A^2+B^2}\,\Re\left[\frac{B+A\,i}{\pi\sqrt{\alpha_0}}\right].$$

Es ist also

4′) $$p_r = -s_e\,,\quad s_r = -p_e$$

ie Beziehung, die durch **Righi** und **Sissingh** experimentell stätigt ist.[2])

Es mag nochmals hier hervorgehoben werden, dass dertige Reciprocitätsgesetze nur bestehen für diejenigen Orienungen der magnetischen Kraftlinien, für welche entweder s $(A\,x)$ oder $\cos(A\,z)$ verschwindet, d. h. die Kraftlinien entweder senkrecht zu der Schnittlinie des Spiegels mit der Einfallsbene stehen, oder der Spiegeloberfläche parallel sind.

Da, wie aus den Formeln (68) hervorgeht, das reflectirte icht elliptisch polarisirt ist, auch wenn E_p oder E_s gleich Null t, so kann man durch Drehung des Analysators bei Magnesirung des Spiegels nicht völlige Dunkelheit im Gesichtsfeld,

1) **Righi**, Ann. de chim. et de phys. (6) **4.** p. 455. 1885.

2) **Righi**, Ann. de chim. et de phys. (6) **10.** p. 211. 1887. In der ighi'schen Bezeichnungsweise ist $p_r = \omega_1$, $p_e = \omega_2$, $s_r = \omega'_1$, $s_e = \omega'_2$. **Sissingh**, l. c. p. 133.

sondern nur ein Minimum an Intensität hervorbringen. Daher wurde die betreffende Stellung des Analysators, in welcher dies eintritt, die *Minimumstellung* genannt. Es ist aber möglich, wenn sowohl E_p als E_s von Null verschieden sind, dass das reflectirte Licht linear polarisirt ist. Man kann dann durch Drehung des Analysators vollkommene Dunkelheit erzeugen. Diejenigen Stellungen des Polarisators und Analysators, in welchen dies eintritt, d. h. die Intensität des Gesichtsfeldes zu Null wird, sollen die *Nullstellungen* heissen. Dieselben sind dadurch gegeben, dass der imaginäre Theil von $R_p : R_s$ oder $R_s : R_p$ verschwindet, denn dies ist die Bedingung dafür, dass das reflectirte Licht linear polarisirt ist, wie aus den Formeln (34) sofort abzuleiten ist Die Nullstellungen der Polarisationsebenen des Analysators und Polarisators müssen stets nahe in, resp. senkrecht zur Einfallsebene liegen, da sonst die Ellipticität des reflectirten Lichtes, wie die Gesetze der gewöhnlichen Metallreflexion lehren, bedeutend ist, und diese Gesetze durch Magnetisirung des Metallspiegels nur wenig modificirt werden.

Betrachten wir zunächst den ersten Fall, dass E_p annähernd gleich Null ist. Es folgt dann aus (68) mit Annäherung erster Ordnung in $E_p : E_s$ und b':

$$\frac{R_p}{R_s} = \frac{E_p}{E_s} \frac{(\alpha_0 \pi_0 + \alpha \pi)(\pi_0 - \pi)}{(\alpha_0 \pi_0 - \alpha \pi)(\pi_0 + \pi)} - i \frac{b'}{\pi \sqrt{\alpha_0}} \frac{\alpha_0 \pi_0}{(\alpha_0 \pi_0 - \alpha \pi)(\pi_0 + \pi)},$$

oder mit Benutzung der Formeln (73), (63), (25):

$$(75) \qquad \frac{R_p}{R_s} = \frac{E_p}{E_s} \frac{A' + B' i}{A + B i} - i \left(\frac{\mu}{\pi} \frac{b_1}{\tau} + \frac{b_3}{\tau} \right) \frac{\cos \varphi}{A + B i}.$$

Um aus dieser Formel denjenigen Werth $(E_p / E_s) = \gamma_0$ zu finden, welcher das reflectirte Licht zu linear polarisirtem macht, und zugleich den Werth $(R_p / R_s) = \gamma$, welcher die Richtung der Lichtschwingungen des reflectirten linear polarisirten Lichtes bestimmt, multiplicire man die Gleichung (75) mit $A + B i$ und setze die reellen und imaginären Bestandtheile einzeln einander gleich. Setzt man zur Abkürzung

$$(76) \qquad \frac{\mu}{\pi} \frac{b_1}{\tau} + \frac{b_3}{\tau} = C + D i,$$

wo C und D reell sind, so erhält man, da

$$\frac{E_p}{E_s} = \gamma_0 \,, \quad \frac{R_p}{R_s} = \gamma$$

e Grössen sind:

$$A\gamma = A'\gamma_0 + D\cos\varphi\,,$$
$$B\gamma = B'\gamma_0 - C\cos\varphi.$$

er ist

$$\gamma_0 = \cos\varphi\,\frac{A\,C + B\,D}{A\,B' - A'\,B}\,, \quad \gamma = \cos\varphi\,\frac{A'\,C + B'\,D}{A\,B' - A'\,B}\,.$$

r man auch schreiben kann:

$$\gamma_0 = \frac{\cos\varphi}{A\,B' - A'\,B}\,\Re\left[\left(\frac{\mu}{\pi}\,\frac{b_1}{\tau} + \frac{b_2}{\tau}\right)(A - B\,i)\right],$$
$$\gamma_0 = \frac{\cos\varphi}{A\,B' - A'\,B}\,\Re\left[\left(\frac{\mu}{\pi}\,\frac{b_1}{\tau} + \frac{b_2}{\tau}\right)(A' - B'i)\right].$$

edeutet den Winkel, um welchen die Polarisationsebene Polarisators aus der ursprünglichen Lage ($E_p = 0$) gedreht .en muss, damit das reflectirte Licht auch nach der Magne- ıng linear polarisirt ist, die sogenannte *Nulldrehung des risators.* γ_0 ist positiv gerechnet in dem oben p. 362 esetzten Sinne. — Ferner bedeutet γ den Winkel, welchen Schwingungsrichtung des linear polarisirten, reflectirten tes bildet mit der zur Einfallsebene senkrechten Richtung; deutet daher auch den Winkel, um den man die Polari- nsebene des Analysators aus der Einfallsebene drehen s, damit das Gesichtsfeld nach der Magnetisirung völlig kel bleibt, die sogenannte *Nulldrehung des Analysators.* γ ositiv gerechnet in dem oben p. 362 festgesetztem Sinne.

Betrachten wir jetzt den Fall, dass E_s annähernd gleich ist. Es folgt dann aus (68) mit Annäherung erster Ord- g in $E_s : E_p$ und b':

$$= \frac{E_s}{E_p}\cdot\frac{(\alpha_0\,\pi_0 - \alpha\,\pi)\,(\pi_0 + \pi)}{(\alpha_0\,\pi_0 + \alpha\,\pi)\,(\pi_0 - \pi)} + i\left(\frac{\mu}{\pi}\cdot\frac{b_1}{\tau} - \frac{b_2}{\tau}\right)\frac{\sqrt{\alpha_0}\cdot\pi_0}{(\alpha_0\,\pi_0 + \alpha\,\pi)\,(\pi_0 - \pi)}\,,$$

mit Benutzung der Formeln (73) und (25):

$$\frac{R_s}{R_p} = \frac{E_s}{E_p}\cdot\frac{A + B\,i}{A' + B'\,i} + i\left(\frac{\mu}{\pi}\cdot\frac{b_1}{\tau} - \frac{b_2}{\tau}\right)\frac{\cos\varphi}{A' + B'\,i}\,.$$

Diese Formel hat sehr viel Aehnlichkeit mit der Formel Man kann die Werthe

$$(77') \qquad \frac{E_s}{E_p} = -\beta_0, \frac{R_s}{R_p} = -\beta,$$

welche dem Falle entsprechen, dass das reflectirte Licht linear polarisirt (im Azimuth β) ist, und worin β_0 die Nulldrehung des Polarisators, β die des Analysators bedeutet, positiv gerechnet in dem oben p. 362 festgesetzten Sinne, sofort aus (78) und (79) ableiten, indem man die Vorzeichen ändert, A', B und B' wechselseitig vertauscht, und $-\mu/\pi . b/\tau + b_3/$ an Stelle von $\mu/\tau . b/\tau + b_3/\tau$ setzt.

Man erhält daher

$$(80) \qquad \beta_0 = -\frac{\cos\varphi}{AB' - A'B}\Re\left[\left(\frac{\mu}{\pi}\frac{b_1}{\tau} - \frac{b_3}{\tau}\right)(A' - B'i)\right],$$

$$(81) \qquad \beta = -\frac{\cos\varphi}{AB' - A'B}\Re\left[\left(\frac{\mu}{\pi}\frac{b_1}{\tau} - \frac{b_3}{\tau}\right)(A - Bi)\right].$$

Falls eine von den Grössen b_1 und b_3 verschwindet, erhält man wiederum gewisse Reciprocitätsgesetze zwischen den vier Nulldrehungen; diese sind für allgemeine Lage der Magnetisirungsrichtung nicht vorhanden.

Wir behandeln wieder die beiden speciellen Fälle:

1) *Normale Magnetisirung*, $b_1 = 0$, $b_3 = b$.

$$(78') \qquad \gamma_0 = \frac{b}{\tau}\cos\varphi\frac{A}{AB' - A'B},$$

$$(79') \qquad \gamma = \frac{b}{\tau}\cos\varphi\frac{A'}{AB' - A'B},$$

$$(80') \qquad \beta_0 = \frac{b}{\tau}\cos\varphi\frac{A'}{AB' - A'B},$$

$$(81') \qquad \beta = \frac{b}{\tau}\cos\varphi\frac{A}{AB' - A'B}.$$

Es ist also

$$(82) \qquad \gamma_0 = \beta, \ \gamma = \beta_0,$$

eine Beziehung, die **Righi** experimentell betätigt hat.[1])

2) *Aequatoriale Magnetisirung*, $b_1 = b$, $b_3 = o$.

$$(78'') \qquad \gamma_0 = \frac{b}{\tau}\frac{\sin\varphi\cos\varphi}{AB' - A'B}\Re\left[\frac{A - Bi}{\pi\sqrt{a_0}}\right],$$

$$(79'') \qquad \gamma = \frac{b}{\tau}\frac{\sin\varphi\cos\varphi}{AB' - A'B}\Re\left[\frac{A' - B'i}{\pi\sqrt{a_0}}\right],$$

1) **Righi**, Ann. de chim. et de phys. (6) **9.** p. 134. 135. Dort hat der Buchstabe α die Bedeutung unseres γ, dagegen ist β mit unserem identisch.

$$\beta_0 = -\frac{b}{\tau}\frac{\sin\varphi\cos\varphi}{A\,B' - A'\,B}\,\Re\left[\frac{A' - B'\,i}{\pi\sqrt{\alpha_0}}\right],$$

$$\beta = -\frac{b}{\tau}\frac{\sin\varphi\cos\varphi}{A\,B' - A'\,B}\,\Re\left[\frac{A - B\,i}{\pi\sqrt{\alpha_0}}\right].$$

s ist also

$$\gamma_0 = -\beta,\ \gamma = -\beta_0,$$

on Righi und Sissingh ebenfalls experimentell veri-
ist.[1])

Vir sehen also, dass unser angewandtes Erklärungssystem
d (62) die von der Erfahrung bestätigten Reciprocitäts-
e liefert. Diese wären aber auch in gleicher Weise von
als nicht richtig erkannten Erklärungssystem (9) und (10),
nan noch geeignete Grenzbedingungen zu (10) hinzu-
men hätte [2]), gegeben, da sich die Reciprocitätsgesetze
ändern, wenn man b durch c/α ersetzt (vgl. Formel (63)).
Resultat kann also noch nicht als entscheidend für die
gkeit des Erklärungssystems (61) und (62) angesehen
n. Dazu bedarf es der genaueren Discussion der For-
(69) bis (72), (78) bis (81). Um zunächst die Vorzeichen
diesen Formeln enthaltenen Grössen zu discutiren, ge-
lie früher p. 370 angewandte Näherung, dass man α/α_0
1 vernachlässigt. Es wird dann nach (42), (43), (44)
73)

$$\begin{cases} \pi\sqrt{\alpha_0} = n - i\,n\,\varkappa, \\ A = n\cos\varphi - \sin^2\varphi,\ B = -n\,\varkappa\cos\varphi, \\ A' = -n\cos\varphi - \sin^2\varphi,\ B' = +n\,\varkappa\cos\varphi. \end{cases}$$

ür *aequatoriale Magnetisirung* ist daher nach (69''):

$$\begin{cases} p_r = -\dfrac{b}{\tau}\dfrac{\sin\varphi\cos\varphi}{n^2(1+\varkappa^2)}\cdot\dfrac{B\,n - A\,n\,\varkappa}{A^2 + B^2} \\ \quad = \dfrac{b}{\tau}\sin\varphi\cos\varphi\,\dfrac{n\,\varkappa}{n^2(1+\varkappa^2)}\,\dfrac{2\,n\cos\varphi - \sin^2\varphi}{A^2 + B^2}. \end{cases}$$

erfährt p_r einen Zeichenwechsel für

$$\sin\varphi\,\mathrm{tg}\,\varphi = 2\,n.$$

---

1) Righi, Ann. de chim. et de phys. (6) **10.** p. 218. — Sissingh,
133.

2) In der That ergibt die Lorentz'sche und Voigt'sche Theorie
en Reciprocitätsgesetze.

Nimmt man an[1]) für

Stahl: $n = 2{,}41$ (gelbes Licht)
$n = 2{,}62$ (rothes Licht),

so folgt der Zeichenwechsel von p_r bei einem Einfallswinkel von $78^0\ 30'$ bei gelbem Licht, von $79^0\ 22'$ bei rothem Licht. Dieses Resultat stimmt mit den Beobachtungen überein. Denn der Zeichenwechsel tritt ein

nach Kerr für φ etwa	$= 75^0$
Kundt	80^0-82^0 (rothes Licht)
Righi	$78^0\ 54'$ (rothes Licht)
Sissingh	etwa 80^0 (weisses Licht)
Drude	„ 79^0 (weisses Licht).

Die letzte Zahl bezieht sich auf Beobachtungen, die ich vor 2 Jahren angestellt habe.

Nach Kerr findet die Drehung p_r für kleine Einfallswinkel im Sinne der Ampère'schen Molecularströme statt. Da diese nach den oben p. 362 getroffenen Festsetzungen in positivem Sinne verlaufen, falls die magnetische Achse in die Richtung der positiven x-Achse fällt, so folgt aus (84), *dass b/τ eine positive Zahl sein muss.* Aus dieser Bestimmung muss der Sinn aller andern Drehungen sich nun ergeben.

Aus (85) folgt, dass der Einfallswinkel, für welchen p_r einen Zeichenwechsel erleidet, um so grösser ist, je grösser n. Bei Eisen, Kobalt, Nickel sind nun die Brechungsexponnenten sowohl aus Reflexionsbeobachtungen (Drude)[2]), wie aus Prismenbeobachtungen (Du Bois und Rubens)[3]) bestimmt. Die folgende Tabelle enthält die Brechungsexponnenten und die daraus berechneten Werthe des Einfallswinkels φ, für welche p_r nach Formel (84) einen Zeichenwechsel erleiden soll. Der Index 1 bezieht sich auf die Beobachtungen des n von mir (an Stelle des Eisens ist dabei Stahl gesetzt), der Index 2 auf die Beobachtungen von Du Bois und Rubens.

1) Vgl. P. Drude, Wied. Ann. **39.** p. 537. 1890.
2) P. Drude, l. c. und Wied. Ann. **42.** p. 189. 1891.
3) G. du Bois und H. Rubens, Wied. Ann. **41.** p. 521. 1891.

Rothes Licht.

	n_1	n_2	φ_1	φ_2
Eisen (Stahl)	2,62	3,06	79° 22′	80° 50′
Kobalt	2,22	3,10	77° 36′	80° 57′
Nickel	1,89	1,93	75° 37′	75° 54′

Gelbes Licht.

	n_1	n_2	φ_1	φ_2
Eisen (Stahl)	2,41	2,72	78° 30′	79° 45′
Kobalt	2,12	2,76	77° 4′	79° 53′
Nickel	1,79	1,84	74° 54′	75° 16′

Dass für Eisen die berechneten Werthe von φ mit den ›obachteten genügend übereinstimmen, ist schon vorhin gesagt.

An Kobalt habe ich neuerdings einige Beobachtungen ıgestellt, von denen ich kurz die Resultate hier mittheilen ill. Der benutzte Kobaltspiegel ist derselbe, an dem ich die ptischen Constanten bestimmt habe. — Die Beobachtungen eziehen sich auf weisses Licht (Zirkonbrenner). Die Versuchs- ıordnung war im allgemeinen die gewöhnliche.[1] Der Be- ›achtungsfehler mag noch $^1/_2{}'$ betragen.

Kobalt.
(Weisses Licht.)

φ	$2p_r$	$2s_r$
35°	+ 1,6′	− 5,0′
60°	+ 2,9′	− 3,8′
75°	+ 1,6′	− 4,0′
83°	− 2,9′	− 3,4′

Das positive Vorzeichen bedeutet Drehung im Sinne der ɑpère'schen Molecularströme, falls man sie auf die Wellen- ɜne des reflectirten Lichts projicirt denkt.

Aus der Tabelle würde ein Zeichenwechsel des p_r bei etwa = $78^1/_2{}^0$ folgen, ein Werth, welcher zwischen den berechneten ɜrthen φ_1 und φ_2 liegt.

Für Nickel hat Kundt schon zwischen $\varphi = 50^0$ bis 60^0

---

1) Es wurde ein grosser sehr starker Electromagnet mit aufrecht ıenden Schenkeln benutzt.

einen Zeichenwechsel von p_r beobachtet. Ich habe die Beobachtungen am Nickel wiederholt, und gebe hier die Resultate:

Nickel.
(Weisses Licht.)

φ	$2p_r$	$2s_r$
35°	+ 0,6′	− 0,0
60°	+ 0,3′	− 3,3
65°	− 1,0′	− 4,4
75°	+ 1,0′	− 2,1
80°	− 1,0′	− 1,2

Aus diesen Beobachtungen kann man keinen sichern Schluss auf denjenigen Einfallswinkel machen, für welchen p_r einen Zeichenwechsel erleidet. Die Ungenauigkeit der Beobachtungen ist dadurch veranlasst, dass das benutzte Spektrometer im Laufe der Beobachtung sich öfters ein wenig verschob, sodass fortlaufend beobachtet wurde, um die Beobachtungen auf gleiche Zeiten zu reduciren. Jedenfalls glaube ich aber nicht, dass mir ein so grosser negativer Werth, wie ihn Kundt für p_r bei $\varphi = 65{,}3^0$ berechnet hat, nämlich $2p_r = -2{,}2'$, entgangen wäre. Die Drehungen p_r sind am Nickel sehr gering. Ich lasse es dahingestellt, ob die Abweichungen der Resultate Kundt's von den meinigen durch Beobachtungsfehler, oder Materialverschiedenheit veranlasst sind. Die Kundt'schen Beobachtungen am Nickel stehen aber wenigstens insofern mit der Rechnung im Einklang, als der Zeichenwechsel von p_r für Nickel bei einem kleineren Einfallswinkel eintritt, als für die beiden andern magnetisirten Metalle.

Die Formel (85) lehrt auch, dass jener Einfallswinkel φ, für welchen p_r das Zeichen wechselt, vom Haupteinfallswinkel $\bar{\varphi}$ verschieden ist. In der benutzten Annäherung (vgl. Formeln (83)) ist $\bar{\varphi}$ durch die Beziehung gegeben[1]):

$$\sin\bar{\varphi}\,\mathrm{tg}\,\bar{\varphi} = n\sqrt{1+\varkappa^2}.$$

Nun ist (nach meinen Bestimmungen)

	$\varkappa$ (roth)	$\varkappa$ (gelb)
Stahl	1,32	1,38
Kobalt	1,89	1,90
Nickel	1,88	1,86

1) P. Drude, Wied. Ann. 35. p. 521. 1888.

Der Haupteinfallswinkel ist daher bei Stahl kleiner, bei
›balt und Nickel grösser als der nach Formel (85) bestimmte
inkel φ. Beide nehmen denselben Werth an für $x^2 = 3$,
h. $x = 1,73$.

Alle diese Beziehungen, auch die Werthe der Winkel φ,
r welche p_r einen Zeichenwechsel erleidet, ändern sich ein
enig, wenn man an Stelle der Formeln (83) strengere For-
eln verwendet, welche auch noch erste Potenzen von α / α_0
erücksichtigen. Die dadurch erhaltenen Modificationen sind
dess gering (sie sollen weiter unten näher berechnet werden).

Es mag noch hervorgehoben werden, *dass der Werth des
infallswinkels, für welchen p_r einen Zeichenwechsel erfährt, von
er Intensität der Magnetisirung des Spiegels*, d. h. dem Werthe
er magnetooptischen Constanten b / τ, *völlig unabhängig ist,
ass er hauptsächlich nur vom Brechungsexponenten des Spiegels
bhängt, und erst in zweiter Näherung vom Absorptionscoefficienten.*

Für s_r ergibt sich aus den Formeln (70″) und (83) für
quatoreale Magnetisirung

$$s_r = -\frac{b}{\tau}\frac{\sin\varphi\cos\varphi}{n^2(1+x^2)}\frac{B'n - A'nx}{A'^2 + B'^2},$$

ler

$$s_r = -\frac{b}{\tau}\sin\varphi\cos\varphi\frac{nx}{n^2(1+x^2)}\frac{2n\cos\varphi + \sin^2\varphi}{A'^2 + B'^2}. \tag{6)}$$

Es ist also s_r beständig negativ, d. h. dem Sinne der
npère'schen Molecularströme entgegen, was von sämmtlichen
obachtungen bestätigt wird.

Betrachten wir jetzt die Nullstellungen bei äquatorealer
agnetisirung.

Da nach (83) ist

$$AB' - A'B = -2nx\cos\varphi\sin^2\varphi,$$

ist nach (78″):

$$\gamma_0 = -\frac{b}{\tau}\frac{A + Bx}{2n^2x(1+x^2)\sin\varphi} = \frac{b}{\tau}\frac{\sin^2\varphi - n(x^2-1)\cos\varphi}{2n^2x(1+x^2)\sin\varphi}, \tag{7)}$$

ch (79″)

$$\gamma = -\frac{b}{\tau}\frac{A' + B'x}{2n^2x(1+x^2)\sin\varphi} = \frac{b}{\tau}\frac{\sin^2\varphi - n(x^2-1)\cos\varphi}{2n^2x(1+x^2)\sin\varphi}. \tag{8)}$$

Für alle Metalle ist nun $x > 1$. γ_0 ist daher beständig

positiv, γ ist für kleine Einfallswinkel negativ, für grosse positiv, und erleidet einen Zeichenwechsel bei

$$\sin\varphi \operatorname{tg}\varphi = n(\varkappa^2 - 1). \tag{89}$$

Dies steht wiederum vollkommen mit den Beobachtungen Righi's im Einklang.[1]) Derselbe beobachtete einen Zeichenwechsel des γ bei Stahl im rothen Licht für etwa $\varphi = 65^0$, während man, wenn man die von mir erhaltenen Werthe $n = 2{,}62$, $\varkappa = 1{,}32$ benutzt, aus (89) einen Zeichenwechsel von γ für $\varphi = 65^0\,5'$ erhält. Dieser Werth von φ ist wiederum völlig von der Intensität des Magnetfeldes unabhängig und durch die *beiden* optischen Constanten des Metallspiegels n und $\varkappa$ bestimmt.

Betrachten wir jetzt den Fall der *normalen Magnetisirung*.

Die Minimumdrehungen ergeben sich aus (69') und (70') zu

$$p_r = \frac{b}{\tau}\cos^2\varphi\,\frac{n\varkappa}{A^2 + B^2}, \tag{90}$$

$$s_r = \frac{b}{\tau}\cos^2\varphi\,\frac{n\varkappa}{A'^2 + B'^2}. \tag{91}$$

Beide Minimumdrehungen des Analysators sind daher beständig positiv, d. h. entgegen dem Rotationssinne der Projection der Ampère'schen Molecularströme auf die Wellenebene des reflectirten Lichtes. Zugleich ergibt sich $p_r > s_r$, da $B = B'$, und $A^2 < A'^2$, wie die Formeln (83) lehren. Diese Resultate stehen sämmtlich in völligem Einklang mit den Beobachtungen Righi's, während nach Kundt[2]) p_r zwischen $\varphi = 80^0$ und $\varphi = 90^0$ einen Zeichenwechsel erleiden soll.

Ich habe deshalb diese Beobachtungen wiederholt; ich erhielt für $\varphi = 82^1/_2$ $2p_r = +10{,}8'$, und aus den Werthen, welche p_r für benachbarte kleinere Einfallswinkel besitzt, war ein Zeichenwechsel nicht für grössere Einfallswinkel zu erwarten.[3])

---

1) Vgl. Righi, Ann. de chim. et de phys. (6) **10.** p. 218. 1887.

2) A. Kundt, Wied. Ann. **23.** p. 229. 247. 1884.

3) Wodurch das abweichende Resultat Kundt's veranlasst ist, vermag ich nicht zu sagen. Jedenfalls kann eine etwas falsche Orientirung des Polarisators (E_p etwas von Null verschieden) nicht die Ursache davon gewesen sein, wie Righi (Ann. de chim. **4.** p. 513) meint. Auch halte ich nicht, wie Righi, die ungleichförmige Magnetisirung der benutzten spiegelnden Fläche für die mögliche Ursache.

Es mag hervorgehoben werden, dass die Minimumdrehungen
bei äquatorealer Magnetisirung) verschwinden, wenn der
etisirte Spiegel nicht von absorbirender Substanz ist.
r erklärt sich, dass die für durchsichtige Substanzen
en Formeln nicht eine Erklärung des Kerr'schen Phä-
ıs geben können, wie Kundt an der Fitzgerald'schen
ie bemerkt hat (vgl. oben p. 360).

)ie Nulldrehungen ergeben sich aus (78′) und (79′) zu

$$\left\{ \gamma_0 = \frac{b}{\tau} \frac{\sin^2 \varphi - n \cos \varphi}{2 n \varkappa \sin^2 \varphi}, \right.$$

$$\left\{ \gamma = \frac{b}{\tau} \frac{\sin^2 \varphi + n \cos \varphi}{2 n \varkappa \sin^2 \varphi}. \right.$$

Es ist also γ beständig positiv, γ_0 ist für kleine Einfalls-
l negativ, für grosse positiv, und erleidet einen Zeichen-
el für

$$\sin \varphi \operatorname{tg} \varphi = n.$$

uch dieses Resultat wird durch die Beobachtungen
i's vollkommen bestätigt.[1]) Derselbe fand für γ_0 einen
nwechsel bei ungefähr $\varphi = 63^0$, während, wenn man den
ı $n = 2{,}41$ benutzt (es ist im gelben Licht beobachtet),
us (94) erhält: $\varphi = 68^0\,50'$. Wenn man strengere For-
als die in (83) enthaltene erstere Näherung in α / α_0
det, so wird die Uebereinstimmung zwischen Rechnung
eobachtung besser, wie unten gezeigt werden soll.

'alls γ_0 oder β_0 zu Null werden, bleibt das reflectirte
wenn es vor der Magnetisirung des Spiegels linear
irt war, auch nach derselben linear polarisirt, aber in
anderem Azimuthe. Daher sind die Einfallswinkel, für
ı dies eintritt, von Righi „incidence singulière" genannt.
Verthe sind also aus den Formeln (89) und (94) zu be-
n (wenigstens mit Annäherung). Letzterer Werth hängt,
4) lehrt, wesentlich nur vom Berechnungsexponenten des
s ab, und ist wiederum von der Intensität der Magneti-
des Spiegels unabhängig.

'm die Theorie numerisch mit den Beobachtungen ver-
n zu können, sollen jetzt strengere Formeln als die
igen benutzt werden. Es soll dies aber nur für die nor-

Righi, Ann. de chim. 9. p. 134.

male Magnetisirung geschehen, da nur bei ihr die Drehungen solche Beträge erreichen, dass die Abweichung zwischen den bisherigen Formeln und den strengeren ausserhalb der Beobachtungsfehler fällt.

Bisher ist α / α_0 gegen 1 vernachlässigt, d. h. es ist der Modul dieser Grösse, welcher gleich $1 / (n^2(1 + \varkappa^2))$ ist, gegen 1 vernachlässigt. Mit Berücksichtigung erster Potenzen erhält man aus den Formeln (73):

$$(83')\begin{cases} A = \quad n \cos\varphi\left(1 - \frac{1 + \frac{1}{2}\sin^2\varphi}{n^2(1 + \varkappa^2)}\right) - \sin^2\varphi\left(1 + \frac{\varkappa^2 - 1}{\varkappa^2 + 1}\cdot\frac{1}{n^2(1 + \varkappa^2)}\right), \\ B = -n\varkappa\cos\varphi\left(1 + \frac{1 + \frac{1}{2}\sin^2\varphi}{n^2(1 + \varkappa^2)}\right) + \sin^2\varphi\cdot\frac{2\varkappa}{\varkappa^2 + 1}\cdot\frac{1}{n^2(1 + \varkappa^2)}, \\ A' = -n \cos\varphi\left(1 - \frac{1 + \frac{1}{2}\sin^2\varphi}{n^2(1 + \varkappa^2)}\right) - \sin^2\varphi\left(1 + \frac{\varkappa^2 - 1}{\varkappa^2 + 1}\cdot\frac{1}{n^2(1 + \varkappa^2)}\right), \\ B' = \quad n\varkappa\cos\varphi\left(1 + \frac{1 + \frac{1}{2}\sin^2\varphi}{n^2(1 + \varkappa^2)}\right) + \sin^2\varphi\cdot\frac{2\varkappa}{\varkappa^2 + 1}\cdot\frac{1}{n^2(1 + \varkappa^2)}. \end{cases}$$

Die Formel (94), nach welcher derjenige Einfallswinkel φ bestimmt wird, für welchen γ_0 einen Zeichenwechsel erleidet (er tritt nach (78') für $A = 0$ ein), modificirt sich daher zu

$$(94') \qquad \sin\varphi \operatorname{tg}\varphi = n\left(1 - \frac{\frac{2\varkappa^2}{\varkappa^2 + 1} + \frac{1}{2}\sin^2\varphi}{n^2(1 + \varkappa^2)}\right).$$

Für Stahl ergibt sich, bei gelbem Licht, da

$$n = 2{,}41; \quad n\varkappa = 3{,}40; \quad n^2(1 + \varkappa^2) = 17{,}7.$$

$$\varphi = 67^0\, 6'.$$

Dadurch kommt der Werth dem beobachteten näher. Die Uebereinstimmung kann noch befriedigend genannt werden, wie aus den Tabellen unten noch deutlicher hervorgehen wird.

Die Minimumdrehungen sind sicherer experimentell zu ermitteln, als die Nulldrehungen, da ihre Aufsuchung weit complicirter ist, indem sie gleichzeitige Drehung des Analysators und Polarisators erfordert. Um für eine bestimmte Versuchsanordnung die Grösse der Constante b / τ, welche eine reine Zahl ist, und die nach Du Bois[1]) der Magnetisirung des Spiegels proportional ist, aus den optischen Experimenten zu

1) Du Bois, Wied. Ann. **39.** p. 25. 1890.

mitteln, empfehlen sich daher besonders die Minimum-
ehungen dazu.

Aus einer Versuchsreihe von **Righi** habe ich berechnet

$$\frac{b}{\tau} = 0{,}0255.$$

Die folgende Tabelle enthält den Vergleich der nach den
ɔrmeln (69'), (70'), (83') berechneten Werthe mit den beob-
hteten. Dabei sind die vorher angegebenen Werthe für die
tischen Constanten n und $n\varkappa$ des Stahles benutzt. „γ_0 beob-
htet" bedeutet das Mittel aus den beobachteten Werthen
n γ_0 und β, ebenso „γ beobachtet" das Mittel aus den
obachteten Werthen von γ und β_0, welche ja nach (82) ein-
ıder gleich sind.

Die Beobachtungen [1]) beziehen sich (wie ich wenigstens
ɜrmuthe, da dies aus **Righi's** Beschreibung, wenn auch nicht
it Sicherheit zu entnehmen ist) auf gelbes Licht. Der Spiegel-
t normal magnetisirt, 12 **Bunsen'sche** Elemente liefern den
trom für den Electromagneten.

φ	$2p_r$ beob.	$2p_r$ ber.	$2s_r$ beob.	$2s_r$ ber.	$2\gamma_0$ beob.	$2\alpha_0$ ber.	2γ beob.	2α ber.
6° 0'	33'	34,8'	33'	34,8'	—	—	—	—
15° 30'	33'	35,2'	32,4'	34,0'	—	—	—	—
22° 10'	33,5'	36,1'	31,2'	33,5'	—	—	—	—
36° 26'	36'	38,6'	30'	31,2'	—	—	—	—
44° 18'	45'	41,1'	28,8'	29,0'	−19,8'	−55,0'	+57,0'	+105'
56° 56'	52,8'	45,5'	24,6'	24,8'	−10,2'	−17,3'	57,0'	66,5'
68° 6'	51'	49,0'	19,2'	18,9'	+ 3,0'	+ 1,4'	45,0'	47,6'
76° 34'	45'	37,7'	12'	12,0'	+ 7,2'	+11,6'	36,0'	37,7'
84° 50'	15'	6,0'	6'	3,6'	+13,2'	+19,7'	19,8'	29,1'
87° 10'	6'	1,0'	1,5'	1,4'	—	—	—	

Als **Righi** 20 **Bunsen'sche** Elemente als Stromquelle
enutzte, erhielt er grössere Drehungen, ein Beweis, dass der
piegel mit 12 Elementen noch nicht zur Sättigung magnetisirt
ar. Aus diesen Versuchen ergibt sich

$$\frac{b}{\tau} = 0{,}0321.$$

Folgende Tabelle enthält den Vergleich zwischen den mit
esem Werthe von b/τ berechneten und den beobachteten

1) **Righi**, Ann. de chim. **9.** p. 132.

Werthen der Minimum- und Nulldrehungen. **Righi** hat zum Theil für denselben Winkel zwei Beobachtungswerthe angegeben, sie sind in den Tabellen neben einander gesetzt.

φ	$2\,p_r$ beob.	$2\,p_r$ ber.	$2\,s_r$ beob.	$2\,s_r$ ber.	$2\,\gamma_0$ beob.	$2\,\gamma_0$ ber.	$2\,\gamma$ beob.	$2\,\gamma$ ber.
40° 56′	59,9′	49,7′	38′	37,6′	−46,8′	−91,7′	114,6′	154′
47° 56′	60,2′	53,0′	34′	35,3′	−29,4′	−51,2′	95,2′	116′
54° 55′	61,2′ 66,0	58,7′	29,6′ 28	32,3′	−16,0′ − 7,5	−27,3′	80,0′ 78,0	89′
63° 0′	60,9′ 66,0	60,1′	24,1′ 27,5	27,2′	− 1,2′ 0	− 7,7′	61,9′ 66,1	70′
67° 50′	59,2′ 66,0	61,5′	20,5′ 27	24,0′	+ 5,8′ + 7,3	+ 1,5′	54,8′ 57,0	60,8′
72° 46′	51,6′ 60,0	58,2′	16,3′ 18	19,5′	+11,2′ +18,9	+ 9,2′	47,4′ 49,1	52,8′
76° 34′	38,0′	47,4′	11,9′	15,4′	+13,4′	+14,5′	39,4′	47,0′
77° 37′	51,0	43,3′	16	14,1′	+19,6	+16,3′	43,3	46,4′
82° 35′	12,0′	17,4′	5,2′	7,7′	+17,6	+22,0′	29,2′	39,6′
82° 55′	18,0	15,6′	8	7,2′	+23,9	+22,4′	33,0	39,[illegible]

Die Uebereinstimmung der berechneten und beobachteten Werthe darf wohl als sehr gut bezeichnet werden, namentlich betreffs der Winkel p_r und s_r. Für die Winkel γ_0 und γ ist die Uebereinstimmung nicht ganz so gut, für diese Winkel sind die Beobachtungsfehler aber auch grösser.

Eine Berechnung der von anderen Autoren angestellten Beobachtungen (es kommen dabei nur die **Sissingh's** in Betracht) kann ich daher wohl unterlassen, da die Abhängigkeit der Drehungen vom Einfallswinkel und ihre gegenseitigen Grössenverhältnisse sich den Resultaten **Righi's** anschliessen, welche, wie aus der Berechnung zur Genüge hervorgeht, als sehr sorgfältige Beobachtungen anerkannt werden müssen.

Von Interesse ist aber, ob andere Beobachter noch grössere Drehungen am Stahl erhalten haben, um daraus den Werth von $b\,/\,\tau$ zu ermitteln, welcher dem bis zum Maximum magnetisirten Stahl entspricht.

Nach (69′) und (83′) ist die Drehung p_r oder s_r für senkrechte Incidenz $\varphi = 0$ bei Beschränkung auf erste Ordnung in $1\,/\,\big(n^2(1+\varkappa^2)\big)$:

$$p_r = s_r = \frac{b}{\tau}\,\frac{n\,\varkappa}{n^2(1+\varkappa^2)}\left(1 + \frac{3-\varkappa^2}{1+\varkappa^2}\cdot\frac{1}{n^2(1+\varkappa^2)}\right). \tag{95}$$

Hieraus würde für $(b\,/\,\tau) = 0{,}0321$ folgen

$$2\,p_{r\,(\varphi=0)} = 43{,}3' \text{ (gelbes Licht).}$$

Für gelbes Licht sind bisher von anderen Beobachtern keine grösseren Werthe erhalten. Das verhältnissmässig ge-

e Wachsen der Constanten b / τ von 0,0255 auf 0,0321,
n anstatt 12 Bunsen deren 20 als Stromquellen benutzt
den, lässt darauf schliessen, dass letzterer Werth ziem-
nahe dem bis zum Maximum gesättigten Stahl ent-
chen mag.

Im rothen Lichte hat Kundt bei Eisen eine Drehung
53,6′ gefunden für $\varphi = 0$, welche Zahl aber, nach Kundt's
aben, um 10 Proc. zu vermindern ist, wegen des Durch-
gs des Lichtes durch eine schiefgestellte Glasplatte. Man
de also erhalten:

$$2\, p_{r\,(\varphi=0)} = 48{,}3' \text{ (rothes Licht).}$$

Ich habe bei Eisen im reflectirten Licht n und $n\varkappa$ nicht
immt. Nimmt man dafür aber die am Stahl ermittelten
the

$$n = 2{,}62; \quad n\varkappa = 3{,}47; \quad \varkappa = 1{,}32,$$

vürde sich aus (95) ergeben

$$\frac{b}{\tau} = 0{,}0377 \text{ (rothes Licht).}$$

Righi hat ebenfalls Beobachtungen bei äquatorealer
netisirung des Stahlspiegels angestellt.[1]) Man könnte nun
ı aus diesen den Werth der Constanten b / τ berechnen,
dann mit Hülfe dieses Werthes einen Vergleich zwischen
)rie und Beobachtung anstellen. Da aber die hier zu
achtenden Drehungen klein sind, sodass sie durch Beob-
ungsfehler verhältnissmässig stark entstellt werden, so
le der zu berechnende Werth von b / τ ungenau ausfallen.
schlage daher den Weg ein, der mir für die Verification der
)rie, die alle magnetooptischen Effecte von einer einzigen
kannten Constanten b / τ als abhängig erscheinen lässt,
eisender zu sein scheint, dass mit Hülfe des bei normaler
netisirung ermittelten Werthes von b / τ die Beobachtungen
äquatorealer Magnetisirung berechnet werden. Es handelt
darum, ob bei beiden Versuchsreihen die Stärke der
netisirung des Spiegels die gleiche war. Wie wir aber
n, ist in der zweiten Righi'schen Versuchsreihe der Spiegel
zur Sättigung normal magnetisirt gewesen. Bei äqua-

1) Righi, Ann. de chim. **10.** p. 211. 218.

torealer Magnetisirung, bei welcher der Spiegel beide Pole des Electromagneten berührt, tritt die Sättigung jedenfalls noch leichter ein. Der Berechnung der Versuche (welche im rothen Licht angestellt sind) soll demnach der Werth $b / \tau = 0{,}0377$, welcher der Sättigung entspricht, zu Grunde gelegt werden.

Nach der Bemerkung der p. 402 sind die Näherungsformeln (83), (84), (86), (87), (88) benutzt. Die folgende Tabelle enthält die Resultate. Die „beobachteten" Werthe von p_r, s_r, γ_0, γ bedeuten die Mittelwerthe aus p_r und $-s_e$, s_r und $-p_e$, γ_0 und $-\beta$, γ und $-\beta_0$.

Stahl. Aequatoreale Magnetisirung.

φ	$2\,p_r$ beob.	$2\,p_r$ ber.	$2\,s_r$ beob.	$2\,s_r$ ber.	$2\,\alpha_0$ beob.	$2\,\alpha_0$ ber.	$2\,\alpha$ beob.	$2\,\alpha$ ber.
11°	+ 2,4′	+ 2,4′	− 2,6′	− 2,4′	—	—	—	—
20°	+ 4,0′	+ 4,6′	− 5,0′	− 4,4′	—	—	—	—
30°	+ 6,6′	+ 6,7′	− 6,8′	− 6,4′	—	—	—	—
35°	+ 7,6′	+ 7,7′	− 7,0′	− 7,2′	—	—	—	—
40°	+ 8,0′	+ 8,6′	− 6,9′	− 7,9′	—	—	—	—
45°	+ 9,0′	+ 9,7′	− 8,0′	− 8,6′	+ 11,5′	+ 14,8′	− 5,0′	− 6,4′
50°	+ 10,0′	+ 11,3′	− 8,6′	− 9,6′	+ 13,0′	+ 12,4′	− 6,0′	− 4,4′
55°	+ 10,5′	+ 11,3′	− 9,0′	− 9,5′	—	—	—	—
60°	+ 11,0′	+ 11,6′	− 9,0′	− 9,5′	+ 8,8′	+ 10,4′	− 1,7′	− 1,4′
65°	+ 8,7′	+ 11,3′	− 8,0′	− 9,3′	+ 8,8′	+ 9,4′	+ 0,2′	+ 0,0′
70°	+ 6,6′	+ 9,2′	− 8,0′	− 9,2′	—	—	—	—
75°	+ 4,5′	+ 5,8′	− 7,0′	− 7,9′	—	—	—	—
78° 54′	+ 0,0′	+ 0,6′	− 6,5′	− 6,8′	+ 6,5′	+ 7,0′	+ 4,7′	+ 3,1′
80°	− 1,0′	− 0,8′	− 6,0′	− 6,3′	+ 5,5′	+ 6,5′	+ 4,2′	+ 3,8′
85°	− 3,0′	− 3,3′	− 3,0′	− 3,7′	—	—	—	—

Aus diesen Tabellen geht zur Genüge hervor, dass das aufgestellte Erklärungssystem als richtig angesehen werden kann, denn die Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung ist sehr gut; dabei ist zu beachten, dass die Constanten, welche zur Berechnung der letzten Tabelle benutzt sind, aus ganz anderen Beobachtungen, als den in der Tabelle enthaltenen, bestimmt sind.

Nach dem oben p. 381 Erörterten ist b als eine nach Potenzen von $1 / \tau^2$ fortschreitende Reihe anzusehen. Die Drehung p_r bei senkrechter Reflexion wird annähernd nach (95) gegeben durch

$$p_r = \frac{b}{\tau} \cdot \frac{n\,\varkappa}{n^2 (1 + \varkappa^2)}.$$

nd $\varkappa$ ebenfalls als von τ abhängig anzusehen sind, so
ın, wenn man diese Abhängigkeit nach dem oben p. 381
en Verfahren berechnet, eine Dispersionsformel für p_r
..

ch den Beobachtungen von Du Bois[1]) ist p_r bei Eisen,
und Nickel grösser für rothes, als für gelbes Licht.
h meinen Reflexionsbeobachtungen $n\varkappa / n^2(1 + \varkappa^2)$ für
kleiner als für letzteres bei allen drei Metallen ist,
·dert das, dass b/τ grösser für rothes als für gelbes
t. Dies Resultat kann aus der Theorie erhalten werden,
ıs zweite Glied der Reihe für b einen negativen Werth

nutzt man die von Kundt ermittelten Maximalwerthe
hungen $2p_r$ bei senkrechter Incidenz für rothes Licht,[2])
:

Eisen: $p_r = 48{,}3$,
Kobalt: 45,3,
Nickel: 20,7,

man ausserdem, dass nach Du Bois die Verhältnisse
·hungen $2p_r$ für rothes und gelbes Licht sind:

bei Eisen: 138 : 130,
„ Kobalt: 198 : 193,
„ Nickel: 160 : 154,

nmt man schliesslich die optischen Constanten dieser
nach den von mir angestellten Beobachtungen im
ten Licht an zu:

	Rothes Licht		Gelbes Licht	
	n	$n\varkappa$	n	$n\varkappa$
Eisen (Stahl)	2,62	3,47	2,41	3,40
Kobalt	2,22	4,19	2,12	4,03
Nickel	1,89	3,56	1,79	3,32

ɔen sich folgende Werthe für die magnetooptische Con-
$/\tau$, welche der magnetischen Sättigung entsprechen:

[1]) Du Bois, Wied. Ann. **39.** p. 38. 1890.
[2]) Unter „rothem" Licht ist im Folgenden immer das durch ein
las hindurchgehende bezeichnet. Gelbes Licht bedeutet Na-
t.

	$\frac{b}{\tau}$ (roth)	$\frac{b}{\tau}$ (gelb)
Eisen (Stahl)	0,0377	0,0339
Kobalt	0,0358	0,0334
Nickel	0,0139	0,0126

Die Beobachtungen im durchgehenden Licht.

Die bisher angestellten Beobachtungen im durchgehenden Licht geben die Drehung der Polarisationsebene des durch eine dünne Schicht des magnetisirten Metalls hindurchgegangenen Lichtes an, falls dasselbe ursprünglich linearpolarisirt war.

Diese Drehung kann man sehr leicht berechnen, wenn man nur die Differentialgleichungen des Erklärungssystemes benutzt, ohne Rücksicht auf die Grenzbedingungen zu nehmen. Indess führt diese Berechnungsmethode, welche wohl für durchsichtige magnetoactive Substanzen zulässig ist, hier bei Metallen zu ungenauen Resultaten, da diese Metalle in sehr geringer Dicke verwendet sind und ausserdem schon allein durch den Uebergang über die Grenze eine gewisse Drehung der Polarisationsebene eintritt, welche nicht vernachlässigt werden kann.

Wir wollen daher das Problem des Durchgangs des Lichtes durch eine planparallele Schicht eines magnetisirten Metalls in voller Strenge behandeln. Zur Vereinfachung möge aber angenommen werden, dass das Licht senkrecht auf die Platte auffällt und dieselbe normal magnetisirt ist, d. h. die Richtung der magnetischen Kraftlinien (vom Südpol zum Nordpol positiv gerechnet) in die Fortpflanzungsrichtung des Lichtes fällt. Unter diesen Specialisirungen sind die Beobachtungen bisher angestellt.

Das Licht falle ein in einem Medium, dessen optische Constante a_0 sein möge, es durchsetze das Metall (mit den Constanten a und b), und trete aus in ein Medium, mit der optischen Constanten a'. Wir legen dasselbe Coordinatensystem wie früher zu Grunde (vgl. Fig. auf p. 361). Die Componenten der Lichtbewegung im ersten Medium (o) schreiben sich dann:

$$(96)\quad \begin{cases} u_e = -E_p f_e, & u_r = R_p f_r, \\ v_e = E_s f_e, & v_r = R_s f_r, \\ w_e = w_r = o. & f_e = e^{\frac{i}{\tau}\left(t - \frac{z}{\sqrt{a_0}}\right)}, \quad f_r = e^{\frac{i}{\tau}\left(t + \frac{z}{\sqrt{a_0}}\right)}, \end{cases}$$

Diese Formeln werden aus den früheren (24) erhalten, lem man $\mu = o$ setzt, und die Amplituden in jenen Formeln t $\sqrt{\alpha_0}$ multiplicirt.

Die Lichtbewegung im Metall besteht ebenfalls aus einer, lche sich in der Richtung der positiven z-Axe, und einer, lche sich in der Richtung der negativen z-Axe fortpflanzt. stere soll mit dem Index e, letztere mit dem Index r bechnet werden. Es ist deshalb nach (23), falls man in diesen rmeln $\mu = 0$ und D_1 für $-\pi_1 D_1$ schreibt, ebenso D_2 für $\pi_2 D_2$:

$$
)\left\{\begin{array}{l}
u_1{}^e = D_1{}^e f_1{}^e, \quad u_2{}^e = D_2{}^e f_2{}^e, \quad u_1{}^r = D_1{}^r f_1{}^r, \quad u_2{}^r = D_2{}^r f_2{}^r, \\
v_1{}^e = i D_1{}^e f_1{}^e, \quad v_2{}^e = -i D_2{}^e f_2{}^e, \quad v_1{}^r = i D_1{}^r f_1{}^r, \quad v_2{}^r = -i D_2{}^r f_2{}^r, \\
w = 0, \\
f_1{}^e = e^{\frac{i}{\tau}(t - \pi_1 z)}, \quad f_2{}^e = e^{\frac{i}{\tau}(t - \pi_2 z)}, \\
f_1{}^r = e^{\frac{i}{\tau}(t + \pi_1 z)}, \quad f_2{}^r = e^{\frac{i}{\tau}(t + \pi_2 z)}, \\
\pi_1 = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{b}{\tau}\right), \quad \pi_2 = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{b}{\tau}\right).
\end{array}\right.
$$

letzten beiden Formeln ergeben sich aus (64) für $b_3 = b$, $= b_2 = 0$.

Die Lichtbewegung im letzten Medium (') ist gegeben ch

$$
)\left\{\begin{array}{l}
u' = -D_p f', \quad v' = +D_s f', \quad w' = 0. \\
f' = e^{\frac{i}{\tau}\left(t - \frac{z}{\sqrt{\alpha'}}\right)}.
\end{array}\right.
$$

Die Grenzbedingungen (62) ergeben, wenn man sie andet für $z = 0$:

$$
\begin{aligned}
-E_p + R_p &= D_1{}^e + D_1{}^r + D_2{}^e + D_2{}^r, \\
E_s + R_s &= i(D_1{}^e + D_1{}^r - D_2{}^e - D_2{}^r),
\end{aligned}
$$

$$
(E_s - R_s) = \alpha i\left[(D_1{}^e - D_1{}^r)\pi_1\left(1 - \frac{b}{\tau}\right) - (D_2{}^e - D_2{}^r)\pi_2\left(1 + \frac{b}{\tau}\right)\right],
$$

$$
(E_p + R_p) = -\alpha\left[(D_1{}^e - D_1{}^r)\pi_1\left(1 - \frac{b}{\tau}\right) + (D_2{}^e - D_3{}^r)\pi_2\left(1 + \frac{b}{\tau}\right)\right].
$$

Wendet man die Grenzbedingungen (62) für $z = d$ an, bei d die Dicke der Metallschicht bedeutet, so erhält n, falls man zur Abkürzung setzt:

$$(100)\quad \begin{cases} D_1^e e^{-\frac{i}{\tau}\pi_1 d} = {}'D_1^e, & D_2^e e^{-\frac{i}{\tau}\pi_2 d} = {}'D_2^e, \\ D_1^r e^{+\frac{i}{\tau}\pi_1 d} = {}'D_1^r, & D_2^r e^{+\frac{i}{\tau}\pi_2 d} = {}'D_2^r, \\ D_p e^{-\frac{i}{\tau}\frac{d}{\sqrt{\alpha'}}} = D'_p, & D_s e^{-\frac{i}{\tau}\frac{d}{\sqrt{\alpha'}}} = D'_s, \end{cases}$$

$$(101)\quad \begin{cases} -D'_p = {}'D_1^e + {}'D_1^r + {}'D_2^e + {}'D_2^r, \\ D'_s = i({}'D_1^e + {}'D_1^r - {}'D_2^e - {}'D_2^r), \\ \sqrt{\alpha'}\,D'_s = \alpha\, i\left[({}'D_1^e - {}'D_1^r)\pi_1\left(1 - \frac{b}{\tau}\right) - ({}'D_2^e - {}'D_2^r)\pi_2\left(1 + \right.\right. \\ \sqrt{\alpha'}\,D'_p = -\alpha\left[({}'D_1^e - {}'D_1^r)\pi_1\left(1 - \frac{b}{\tau}\right) + ({}'D_2^e - {}'D_2^r)\pi_2\left(1 - \right.\right. \end{cases}$$

Aus den Gleichungen (99) erhält man durch Subtracti und Addition derselben, und unter Rücksicht auf den We von π_1 und π_2 nach (97):

$$-E_p + R_p - i(E_s + R_s) = 2(D_1^e + D_1^r),$$
$$-E_p + R_p + i(E_s + R_s) = 2(D_2^e + D_2^r),$$
$$\pi_1\sqrt{\alpha_0}\,[E_p + R_p + i(E_s - R_s)] = -2(D_1^e - D_1^r),$$
$$\pi_2\sqrt{\alpha_0}\,[E_p + R_p - i(E_s - R_s)] = -2(D_2^e - D_2^r).$$

Hieraus erhält man sofort:

$$(102)\quad \begin{cases} 4D_1^e = -(E_p - R_p) - i(E_s + R_s) - \pi_1\sqrt{\alpha_0}\,(E_p + R_p) - i\pi_1\sqrt{\alpha_0} \\ 4D_1^r = -(E_p - R_p) - i(E_s + R_s) + \pi_1\sqrt{\alpha_0}\,(E_p + R_p) + i\pi_1\sqrt{\alpha_0} \\ 4D_2^e = -(E_p - R_p) + i(E_s + R_s) - \pi_2\sqrt{\alpha_0}\,(E_p + R_p) + i\pi_2\sqrt{\alpha_0} \\ 4D_2^r = -(E_p - R_p) + i(E_s + R_s) + \pi_2\sqrt{\alpha_0}\,(E_p + R_p) - i\pi_2\sqrt{\alpha_0} \end{cases}$$

Ganz ähnliche Gleichungen ergeben sich aus (101). Stelle von D_1^e etc. tritt D_1^e, an Stelle von E_p tritt D'_p, E_s tritt D'_s, von α_0 tritt α', während R_p und R_s gleich zu setzen sind. Man erhält daher

$$(103)\quad \begin{cases} 4\,{}'D_1^e = -(D'_p + iD'_s)(1 + \pi_1\sqrt{\alpha'}), \\ 4\,{}'D_1^r = -(D'_p + iD'_s)(1 - \pi_1\sqrt{\alpha'}), \\ 4\,{}'D_2^e = -(D'_p - iD'_s)(1 + \pi_2\sqrt{\alpha'}), \\ 4\,{}'D_{2r} = = (D'_p - iD'_s(\,(1 - \pi_2\sqrt{\alpha'}), \end{cases}$$

Nach den Gleichungen (100) stehen nun die linken Seiten (102) und (103) in einer einfachen Beziehung. Man kann er die D_1^e etc. eliminiren und erhält, mit Benutzung der ɩürzungen:

$$\text{ɩ)} \quad e^{+\frac{i}{\tau}\pi_1 d} = p_1, \quad e^{-\frac{i}{\tau}\pi_1 d} = q_1, \quad e^{+\frac{i}{\tau}\pi_2 d} = p_2, \quad e^{-\frac{i}{\tau}\pi_2 d} = q_2$$

:ende 4 Gleichungen für die 4 Unbekannten R_p, R_s, D'_p, D'_s:

$$E_p - R_p + i(E_s + R_s)] = (D'_p + iD'_s)[p_1(1 + \pi_1\sqrt{\alpha'}) + q_1(1 - \pi_1\sqrt{\alpha'})],$$

$$E_p - R_p - i(E_s + R_s)] = (D'_p - iD'_s)[p_2(1 + \pi_2\sqrt{\alpha'}) + q_2(1 - \pi_2\sqrt{\alpha'})],$$

$$2\pi_1\sqrt{\alpha_0}\,[(E_p + R_p) + i(E_s - R_s)]$$
$$= (D'_p + iD'_s)[p_1(1 + \pi_1\sqrt{\alpha'}) - q_1(1 - \pi_1\sqrt{\alpha'})],$$

$$2\pi_2\sqrt{\alpha_0}\,[(E_p + R_p) - i(E_s - R_s)]$$
$$= (D'_p - iD'_s)[p_2(1 + \pi_2\sqrt{\alpha'}) - q_2(1 - \pi_2\sqrt{\alpha'})],$$

Die Gleichungen werden besonders einfach, wenn man die :eichnungen einführt:

$$\text{ɩ)} \quad \begin{cases} E_p + iE_s = 2E_r, & E_p - iE_s = 2E_l, \\ R_p - iR_s = 2R_r, & R_p + iR_s = 2R_l, \\ D'_p + iD'_s = 2D_r, & D'_p - iD'_s = 2D_l. \end{cases}$$

Falls das einfallende Licht rechtscircularpolarisirt ist, so ɩach (96) zu setzen

$$E_s = -iE_p.$$

Es ist also dann $E_r = E_p$, $E_l = 0$. E_r kann also dann reell angesehen werden (da man dies für E_p unbeschadet Allgemeinheit voraussetzen kann), und bedeutet die Ampli- : des einfallenden Lichtes. Ebenso bedeutet E_l die Ampli- ɩ des einfallenden Lichtes, wenn dasselbe linkscircular- ɩrisirt ist. E_r und E_l können überhaupt stets als reell ɜnommen werden. Denn wenn das einfallende Licht ellip- ɩ polarisirt ist, was das Allgemeinste ist, so ist, falls die ɩe und z-Axe in die Hauptaxen der Vibrationsellipse gelegt den, nach (96) iE_s eine positive oder negative reelle Grösse, achdem das einfallende Licht die Schwingungsellipse rechts- rend (von der $+y$-Axe nach der $+x$-Axe) oder linksrotirend chläuft. Im ersten Falle ist daher E_r, falls E_p positiv ɜtzt wird, eine positive reelle Grösse, E_l eine positive oder

negative reelle Grösse, je nachdem die x-Axe oder die y-Axe der Vibrationsellipse grösser ist. Dagegen ist E_l eine positive reelle Grösse, falls das einfallende Licht links-elliptisch polarisirt ist.

Ebenso hat das Verschwinden von D_l die Bedeutung, dass das durchgehende Licht rechtscircularpolarisirt ist, und seine Amplitude D_r beträgt. Umgekehrt bedeutet D_l die Amplitude des linkscircularpolarisirten durchgehenden Lichtes.

Analoge Bedeutungen haben R_r und R_l, indess ist hier der Sinn der Indices r und l gerade der entgegengesetzte, wie vorhin. Ist das reflectirte Licht rechtscircularpolarisirt, so ist $R_r = 0$, R_l gibt seine Amplitude, ist das reflectirte Licht linkscircularpolarisirt, so ist es umgekehrt.

Mit Einführung der Bezeichnungsweise (106) nehmen die Gleichungen (105) die Gestalt an:

$$
(107)\begin{cases}
2(E_r - R_r) = D_r[p_1(1+\pi_1\sqrt{\alpha'}) + q_1(1-\pi_1\sqrt{\alpha'})],\\
2\pi_1\sqrt{\alpha_0}(E_r + R_r) = D_r[p_1(1+\pi_1\sqrt{\alpha'}) - q_1(1-\pi_1\sqrt{\alpha'})],\\
2(E_l - R_l) = D_l[p_2(1+\pi_2\sqrt{\alpha'}) + q_2(1-\pi_2\sqrt{\alpha'})],\\
2\pi_2\sqrt{\alpha_0}(E_l + R_l) = D_l[p_2(1+\pi_2\sqrt{\alpha'}) - q_2(1-\pi_2\sqrt{\alpha'})].
\end{cases}
$$

Die Formeln, welche für die rechtslaufenden und linkslaufenden Wellenbewegungen gelten, unterscheiden sich also nur dadurch, dass in ersteren der Index 1 auftritt bei p, q, π, in letzteren nur der Index 2.

Man erhält aus (107)

$$
(108)\begin{cases}
D_r = \dfrac{4E_r}{p_1(1+\pi_1\sqrt{\alpha'})\left(1+\dfrac{1}{\pi_1\sqrt{\alpha_0}}\right) + q_1(1-\pi_1\sqrt{\alpha'})\left(1-\dfrac{1}{\pi_1\sqrt{\alpha_0}}\right)},\\[2ex]
R_r = -E_r\dfrac{p_1(1+\pi_1\sqrt{\alpha'})\left(1-\dfrac{1}{\pi_1\sqrt{\alpha_0}}\right) + q_1(1-\pi_1\sqrt{\alpha'})\left(1+\dfrac{1}{\pi_1\sqrt{\alpha_0}}\right)}{p_1(1+\pi_1\sqrt{\alpha'})\left(1+\dfrac{1}{\pi_1\sqrt{\alpha_0}}\right) + q_1(1-\pi_1\sqrt{\alpha'})\left(1-\dfrac{1}{\pi_1\sqrt{\alpha_0}}\right)}.
\end{cases}
$$

Nach der soeben gemachten Bemerkung lassen sich die Formeln für D_l und R_l ohne weiteres hinschreiben, indem man in (108) den Index l an Stelle von r, und Index 2 an Stelle von 1 setzt.

Die Formeln (108) sind ganz dieselben, welche für die Amplituden R_r und D_r des an einer Platte reflectirten und

ırch dieselbe hindurchgehenden Lichtes gelten [1]), falls die von zwei Medien begrenzt wird, deren optische Conn α_0 und α' sind, während sie selbst eine optische Conbesitzt, die gleich $1 / \pi_1^2$ zu setzen ist. Der Calcul, nach ɜm Righi zur theoretischen Berechnung des Kerr'schen mens verfahren ist, indem er das einfallende Licht in ɔircularpolarisirte Strahlen zerlegt dachte und für diese ı die Fresnel'schen Reflexionsgesetze annahm, stellt ıiernach für den betrachteten speciellen Fall (normale ɔtisirung und senkrechte Incidenz) als berechtigt heraus. 'on den Formeln (108) und (106) kann man leicht auf sprünglichen Amplituden R_p, R_s, D'_p, D'_s zurückgehen. kann dann dadurch die Formeln angeben, welche die ıgigkeit der Drehung der Polarisationsebene von der des magnetisirten Metalls sowohl im reflectirten, wie ʒehenden Licht darstellen. Da aber im ersteren bisher wenig Experimente angestellt sind, so sollen nur für ·es die Formeln aufgestellt werden.

ɔs mag $E_s = 0$ gesetzt werden, was keine Beschränkung ist. gt dann aus (108), wenn man setzt:

$$p_1(1+\pi_1\sqrt{\alpha'})\left(1+\frac{1}{\pi_1\sqrt{\alpha_0}}\right)+q_1(1-\pi_1\sqrt{\alpha'})\left(1-\frac{1}{\pi_1\sqrt{\alpha_0}}\right)=s_1,$$

$$p_2(1+\pi_2\sqrt{\alpha'})\left(1+\frac{1}{\pi_2\sqrt{\alpha_0}}\right)+q_2(1-\pi_2\sqrt{\alpha'})\left(1-\frac{1}{\pi_2\sqrt{\alpha_0}}\right)=s_2,$$

$$D'_p = 2E_p\left(\frac{1}{s_1}+\frac{1}{s_2}\right), \quad D'_s = -i2E_p\left(\frac{1}{s_1}-\frac{1}{s_2}\right).$$

ɔa der Quotient

$$\frac{D'_s}{D'_p} = \frac{D_s}{D_p} = i\frac{s_1 - s_2}{s_1 + s_2}$$

ɔomplexe Grösse ist, so ist das durchgehende Licht ɜch polarisirt. Untersucht man dasselbe mit Hülfe eines , so wird die Drehung ε, welche man demselben von der ng aus, in welcher das Gesichtsfeld ohne Magnetisirung

[1]) Vgl. P. Drude, Wied. Ann. **43.** p. 135. 1891. Die dort geɜen Bezeichnungen π_0, π_k, π_{n+1} haben dieselbe Bedeutung, wie r gebrauchten π_0, π_1 resp. π_2, π'.

der Metallschicht völlig dunkel ist, bis zu der Stellung geben muss, in welcher die Intensität des Gesichtsfeldes bei Magnetisirung ein Minimum wird, durch den reellen Theil jenes Quotienten $D_s : D_p$ gegeben, jedoch durch den negativen Werth desselben, wenn die Drehung positiv in dem oben p. 362 festgesetzten Sinne gerechnet wird. Ein positiver Werth von

$$\varepsilon = \Re \left[i \frac{s_2 - s_1}{s_2 + s_1} \right] \tag{110}$$

bedeutet also eine Drehung im Sinne der Ampère'schen Molecularströme.

Es ist nun, da $(1 / \tau) = (2\pi / T)$, wo T die Schwingungsdauer bedeutet, und die erste der Formeln (83) hier (für $\mu = 0$) streng gültig ist:

$$\frac{1}{\tau \sqrt{\alpha}} = \frac{2\pi (n - i n \varkappa)}{\lambda},$$

wobei n den Brechungsexponenten der Metallschicht gegen das Medium bedeutet, in welchem die Wellenlänge des angewandten Lichtes λ beträgt.

Mit Beschränkung auf erste Ordnung in b / τ ist daher nach (104) und (97)

$$p_1 = e^{2\pi (n\varkappa + in) \frac{d}{\lambda}} \left(1 + \frac{b}{\tau} \pi (n\varkappa + in) \frac{d}{\lambda}\right),$$

$$p_2 = e^{2\pi (n\varkappa + in) \frac{d}{\lambda}} \left(1 - \frac{b}{\lambda} \pi (n\varkappa + in) \frac{d}{\lambda}\right),$$

$$q_1 = e^{-2\pi (n\varkappa + in) \frac{d}{\lambda}} \left(1 - \frac{b}{\tau} \pi (n\varkappa + in) \frac{d}{\lambda}\right),$$

$$q_2 = e^{-2\pi (n\varkappa + in) \frac{d}{\lambda}} \left(1 + \frac{b}{\tau} \pi (n\varkappa + in) \frac{d}{\lambda}\right).$$

Setzt man daher

$$e^{2\pi (n\varkappa + in) \frac{d}{\lambda}} = \varrho,$$

und

$$\sqrt{\alpha_0} : \sqrt{\alpha'} = N,$$

wobei N den Brechungsexponenten des letzten Mediums gegen das erste bedeutet, so wird nach (109)

$$s_1 = \varrho\left(1+\frac{b}{\tau}\,\pi(n\varkappa+in)\frac{d}{\lambda}\right)\left(1+\frac{1}{N}+\frac{n-in\varkappa}{N}\left(1+\tfrac{1}{2}\frac{b}{\tau}\right)+\frac{1-\frac{1}{2}\frac{b}{\tau}}{n-in\varkappa}\right)$$

$$+\frac{1}{\varrho}\left(1-\frac{b}{\tau}\,\pi(n\varkappa+in)\frac{d}{\lambda}\right)\left(1+\frac{1}{N}-\frac{n-in\varkappa}{N}\left(1+\tfrac{1}{2}\frac{b}{\tau}\right)-\frac{1-\frac{1}{2}\frac{b}{\tau}}{n-in\varkappa}\right)$$

$$s_2 = \varrho\left(1-\frac{b}{\tau}\,\pi(n\varkappa+in)\frac{d}{\lambda}\right)\left(1+\frac{1}{N}+\frac{n-in\varkappa}{N}\left(1-\tfrac{1}{2}\frac{b}{\tau}\right)+\frac{1+\frac{1}{2}\frac{b}{\tau}}{n-in\varkappa}\right)$$

$$+\frac{1}{\varrho}\left(1+\frac{b}{\tau}\,\pi(n\varkappa+in)\frac{d}{\lambda}\right)\left(1+\frac{1}{N}-\frac{n-in\varkappa}{N}\left(1-\tfrac{1}{2}\frac{b}{\tau}\right)-\frac{1+\frac{1}{2}\frac{b}{\tau}}{n-in\varkappa}\right).$$

Setzt man zur Abkürzung

$$1+\frac{1}{N}+\frac{n-in\varkappa}{N}+\frac{1}{n-in\varkappa}=P,$$

$$1+\frac{1}{N}-\frac{n-in\varkappa}{N}-\frac{1}{n-in\varkappa}=Q,$$

wird mit Beschränkung auf erste Ordnung in b/τ:

$$s_2-s_1=-\frac{b}{\tau}\left\{\varrho\left[2\pi\frac{d}{\lambda}(n\varkappa+in)P+\frac{n-in\varkappa}{N}-\frac{1}{n-in\varkappa}\right]\right.$$

$$\left.-\frac{1}{\varrho}\left[2\pi\frac{d}{\lambda}(n\varkappa+in)Q+\frac{n-in\varkappa}{N}-\frac{1}{n-in\varkappa}\right]\right\},$$

$$s_2+s_1=2\left(\varrho P+\frac{1}{\varrho}Q\right).$$

Es ist nun der absolute Betrag von P kleiner, als der n Q. Ferner ist wegen der starken Absorption der Metalle ch bei sehr geringen Werthen von $d\,\varrho$ gross gegen $1/\varrho$. rnachlässigt man daher letzteres gegen das erstere (bei der ringsten Dicke, mit welcher Kundt experimentirt hat, ist ϱ sser als 16), was die Bedeutung hat, dass man die in der tallschicht mehrfach hin- und herreflectirten Bewegungen gen ihrer geringen Intensität vernachlässigt, so wird

$$\frac{s_2-s_1}{s_2+s_1}=-\frac{b}{\tau}\left\{\pi\frac{d}{\lambda}(n\varkappa+in)+\frac{\frac{n-in\varkappa}{N}-\frac{1}{n-in\varkappa}}{2P}\right\}.$$

Nach Formel (110) beträgt daher die beobachtete Drehung

$$12)\quad \varepsilon=\frac{b}{\tau}\left\{\pi\frac{d}{\lambda}n-n\varkappa\frac{[n^2(\varkappa^2-1)+N](1+N)+2n[2N+n(1+N)]}{[n^2(1-\varkappa^2)+N+n(1+N)]^2+n^2\varkappa^2(1+2n+N)^2}\right\}.$$

Das erste Glied in der Klammer gibt die Drehung, wie

man sie aus den Differentialgleichungen des Erklärungssystemes ohne Berücksichtigung der Grenzbedingungen erhalten würde. Der Einfluss der letzteren ist in dem zweiten Glied der Klammer enthalten. Dasselbe ist, abgesehen für sehr kleine Werthe von d, klein gegen das erste Glied der Klammer, sodass man wohl unbedenklich im zweiten Gliede für die optischen Constanten die oben p. 407 angegebenen Werthe einsetzen darf. da dieselben jedenfalls näherungsweise auch für die Metalle gelten werden, mit welchem im durchgehenden Lichte experimentirt ist. Für das zweite Glied der Klammer ergeben sich dann, falls man $N = 1,5$ setzt, da die Metallschichten auf Glas niedergeschlagen sind (der Einfluss der dünnen Platinschicht zwischen Glas und magnetisirtem Metall ist vernachlässigt, was statthaft ist, wenn die Platinschicht hinreichend dünn ist) folgende Werthe für rothes Licht:

bei Eisen (Stahl): 0,32; Kobalt: 0,33; Nickel: 0,39.

Die Formel (112) ist nur anzuwenden, falls d nicht zu klein ist. Es ergeben sich daher für alle Metalle positive Werthe von ε, da b/τ positiv ist (vgl. oben p. 396). Ein positiver Werth von ε bedeutet eine Drehung im Sinne der Ampère'schen Molecularströme. Daher steht das Vorzeichen von ε mit dem Experiment im Einklang.

In der folgenden Tabelle sind die von Kundt am Eisen beobachteten Maximaldrehungen 2ε für verschiedene Dicken d angegeben. Die Colonne b/τ enthält den aus ε nach der Formel (112) berechneten Werth, und zwar einmal, wenn n (nach meinen Beobachtungen) zu 2,62 angenommen wird (diese Werthe sind mit dem Index 1 versehen), andererseits, wenn n nach Du Bois und Rubens zu 3,06 angenommen wird (diese Werthe sind mit dem Index 2 versehen). λ ist zu 0,000640 mm angenommen.[1])

Eisen. Rothes Licht.

$\frac{d}{\lambda}$	2ε	$\left(\pi \frac{d}{\lambda} n\right)_1$	$\left(\pi \frac{d}{\lambda} n\right)_2$	$\left(\frac{b}{\tau}\right)_1$	$\left(\frac{b}{\tau}\right)_2$
0,065	1,66°	0,53	0,63	0,0690	0,0467
0,092	2,00°	0,75	0,89	0,0406	0,0308
0,118	3,20°	0,97	1,14	0,0430	0,0340
0,160	4,97°	1,41	1,54	0,0397	0,0355
0,179	5,38°	1,47	1,72	0,0407	0,0335
0,332	8,51°	2,72	3,19	0,0310	0,0259

1) Nach Du Bois und Rubens, Wied. Ann. 41. p. 522. 1890

Schliesst man den aus der dünnsten Metallschicht sich er-
›benden Werth von b/τ aus, weil er sowohl am meisten
ırch Beobachtungsfehler entstellt sein kann, als auch, weil
ie angewandten Näherungsformeln bei ihm mit Fehlern von
Proc. behaftet sind, so ergibt sich als Mittel

$$\frac{b}{\tau} = 0{,}0390 \text{ aus } n = 2{,}62,$$

$$\frac{b}{\tau} = 0{,}0319 \text{ aus } n = 3{,}06.$$

›r aus Reflexionsbeobachtungen berechnete Werth $b/\tau = 0{,}0377$
;l. oben p. 405) liegt zwischen diesen beiden und schliesst
h besonders dem ersteren sehr gut an, was als sehr werth-
le Bestätigung der Richtigkeit des angewandten Erklärungs-
temes angesehen werden kann. — Aus der Tabelle ist
ichtlich, dass auch für die dicksten der benutzten Metall-
ıichten der Einfluss der Grenzbedingungen merkbar ist (vgl.
ən p. 408).

Die folgende Tabelle enthält die von Du Bois an Kobalt
mittelten Maximaldrehungen. n_1 ist zu 2,22 angenommen
ch Reflexionsbeobachtungen), n_2 zu 3,10 (nach Prismen-
›bachtungen).

Kobalt. Rothes Licht.

$\frac{d}{\lambda}$	ε	$\left(\pi \frac{d}{\lambda} n\right)_1$	$\left(\pi \frac{d}{\lambda} n\right)_2$	$\left(\frac{b}{\tau}\right)_1$	$\left(\frac{b}{\tau}\right)_2$
0,057	44,8′	0,39	0,55	—	0,0595
0,095	53,8′	0,66	0,92	0,0475	0,0266
0,103	91,1′	0,71	1,00	0,0699	0,0397
0,115	82,3′	0,80	1,12	0,0507	0,0302
0,139	112,3′	0,96	1,36	0,0520	0,0318
0,193	148,8′	1,44	1,88	0,0390	0,0279

Schliesst man wieder die erste Beobachtung aus, so er-
›t sich im Mittel

$$\frac{b}{\tau} = 0{,}0518 \text{ aus } n = 2{,}22,$$

$$\frac{b}{\tau} = 0{,}0312 \text{ aus } n = 3{,}06.$$

vischen beiden Werthen, jedoch näher dem letzteren, liegt der
s Reflexionsbeobachtungen berechnete Werth $b/\tau = 0{,}0358$
ɡl. oben p. 408).

Die folgende Tabelle enthält die von Du Bois am Nickel ermittelten Maximaldrehungen. Es ist n zu 1,91 angenommen, da dies der Mittelwerth zwischen den aus Reflexions- und Prismenbeobachtungen ermittelten Zahlen ist, welche nahe zusammenfallen.

Nickel. Rothes Licht.

$\frac{d}{\lambda}$	ε	$\pi \frac{d}{\lambda} n$	$\frac{b}{\tau}$
0,051	20,6′	0,31	— [1]
0,093	41,9′	0,56	0,071
0,110	32,9′	0,66	0,0356
0,140	38,4′	0,84	0,0247
0,160	35,6′	0,96	0,0284

Diese Werthe von b / τ stimmen nicht sehr gut mit dem aus Reflexionsbeobachtungen erhaltenen $(b / \tau) = 0,0139$ überein. Wie aber auch aus der Tabelle hervorgeht, sind die Beobachtungsfehler ziemlich beträchtlich.

Schliesslich gebe ich die Werthe von b / τ an, wie sie aus den Versuchen von W. Lobach[2]) nach der Formel (112) berechnet werden, wenn man für n die von Du Bois und Rubens aus Prismenbeobachtungen erhaltenen Werthe benutzt, während man in dem Correctionsglied jener Formel, welches den Einfluss der Grenzbedingungen repräsentirt, die oben für rothes Licht geltenden Werthe für $n \varkappa$ und n einsetzt. Dieselben werden ja zwar für verschiedene Farben etwas verschiedene Werthe annehmen[3]), indess kann dies die Resultate nicht sehr stark modificiren, da für nicht zu dünne Metallschichten das zweite Glied in (112) klein gegen das erste ist. Aus diesem Grunde sollen die Beobachtungen an den dünnsten der von Lobach benutzten Metallschichten nicht verwerthet werden.

---

1) Es würde sich ein negativer Werth von b / τ ergeben. Es liegt dies daran, dass bei dieser geringen Dicke die Formel (112) nicht mehr anzuwenden ist. Aus demselben Grunde nehmen die Werthe von b / τ mit wachsendem d ab, falls d sehr klein ist.

2) W. Lobach, Wied. Ann. **39.** p. 356. 1890.

3) Für Eisen (Stahl) z. B. ist das Correctionsglied 0,32 für roth, 0,34 für gelb.

Eisen.

Dicke mm	Li_α $n=3,12$	D $n=2,72$	F $n=2,43$	G $n=2,05$
51.10^{-6}	0,046	0,040	0,024	0,021
61	0,043	0,038	0,027	0,025
63	0,040	0,037	0,025	0,025
72	0,035	0,032	0,021	0,021
82	0,035	0.032	0,022	0,021
$\frac{b}{\tau}$ (Mittel)	0,040	0,036	0,024	0,023

Kobalt.

Dicke mm	Li_α $n=3,22$	D $n=2,76$	F $n=2,39$	G $n=2,10$
$56,5.10^{-6}$	0,034	0,034	0,028	0,027
69	0,032	0,026	0,023	0,023
77	0,029	0 026	0,023	0,021
94	0,028	0,027	0,021	0,022
95	0.030	0,027	0,023	0,023
99	0,028	0,026	0,022	0,022
$\frac{b}{\tau}$ (Mittel)	0,030	0,028	0,023	0,023

Nickel.

Dicke mm	Li_α $n=2,04$	D $n=1,84$	F $n=1,71$	G $n=1,54$
70.10^{-6}	0,039	0,029	0,019	0,017
74	0,036	0,027	0,016	0,017
75	0,034	0,024	0,017	0,013
109	0,024	0,019	0,014	0,011
$\frac{b}{\tau}$ (Mittel)	0,033	0,025	0,016	0,015

Eine Nickelschicht, welche electrisch aus einem käuflichen ılbade hergestellt war, ergibt ungefähr den halben Werth b/τ. Dieser würde dann ungefähr mit dem oben aus xionsbeobachtungen gewonnenen (vgl. p. 408) überein- ıen.

Alle die berechneten Werthe von b/τ können noch mit en Fehlern behaftet sein, schon allein wegen der Unge- ;keit in der Dickenbestimmung der Metallschichten. Kundt

und Du Bois haben dieselbe durch Wägung vorgenommen, Lobach auf photometrischem Wege, indem er die Werthe der von Rathenau ermittelten Absorptionscoefficienten benutzte, welche fast nur halb so gross, als die von mir aus Reflexionsbeobachtungen gewonnenen sind.

Jedenfalls stehen die aus Beobachtungen im reflectirten und im durchgehenden Lichte mit Hülfe des gegebenen Erklärungssystems berechneten Werthe von b/τ nicht mit einander in Widerspruch, *sodass also das Erklärungssystem mit allen experimentellen Ergebnissen in Einklang steht.*

Ausser der besprochenen Drehung der Polarisationsebene linearpolarisirt-einfallenden Lichtes beim Durchgang durch magnetisirte Metallschichten konnte noch eine andere Erscheinung der experimentellen Prüfung unterworfen werden. Wenn man nämlich zwei Lichtbündel auf die magnetisirte Metallschicht fallen lässt, von denen das eine rechts-, das andere linkscircularpolarisirt ist, so müssen dieselben, wie aus der ersten der Formeln (108) hervorgeht, nach dem Austritt aus dem Metall verschiedene Intensität besitzen, und zwar ist das Verhältniss derselben gegeben durch den absoluten Betrag des Quotienten:

$$\frac{D_r}{D_e} = \frac{s_2}{s_1}.$$

Vernachlässigt man wiederum $1/\varrho$ gegen ϱ, was bei nicht zu geringen Dicken der Metallschicht statthaft ist, so ist nach den Formeln (111) mit Beschränkung auf erste Ordnung in b/τ:

$$\frac{s_2}{s_1} = 1 - \frac{b}{\tau}\left\{2\pi\frac{d}{\lambda}(n\varkappa + in) + \frac{1}{P}\left(\frac{n - in\varkappa}{N} - \frac{1}{n - in\varkappa}\right)\right\}.$$

Der absolute Betrag hiervon, d. h. das Verhältniss der Intensität der beiden rechts- und linkscircularpolarisirten Strahlen ist

$$\frac{J_r}{J_e} = 1 - \frac{2b}{\tau}\left\{2\pi\frac{d}{\lambda}n\varkappa + \sigma\right\} \tag{113}$$

wobei

$$\sigma = -\frac{[n^2(\varkappa^2 - 1) + N][n^2(1 - \varkappa^2) + N + n(1 + N)] - 2n^3\varkappa^2(1 + 2n + N)}{[n^2(1 - \varkappa^2) + N + n(1 + N)]^2 + n^2\varkappa^2(1 + 2n + N)^2}.$$

In dem Vorhandensein von σ in der Formel (113) drückt sich der Einfluss aus, welchen lediglich der Uebergang der Lichtbewegung über die beiden Grenzen der Metallschicht auf das Intensitätsverhältniss $J_r : J_e$ ausübt. Derselbe ist bei den

zu benutzenden Dicken d keineswegs zu vernachlässigen. σ beträgt für Eisen bei gelbem Licht, wenn man die p. 407 angegebenen Werthe für n und $n\varkappa$ benutzt $+ 0,66$. Für die dünnste der von **Kundt** angewandten Eisenschichten ($d = 42 . 10^{-6}$ mm) würde sich nach (113) berechnen

$$J^r : J_e = 1 - 0,16,$$

für die dickste der benutzten Schichten ($d = 212 . 10^{-6}$ mm.)

$$J_r : J_e = 1 - 0,4.$$

Daher müsste der Unterschied in der Helligkeit zweier durch das magnetisirte Eisen hindurchgehenden rechts- und linkscircularpolarisirten Strahlen durchaus bemerkbar sein, wenn man eine Anordnung trifft, dass sie direct miteinander verglichen werden können.

Ich habe einen Versuch mit einer Eisenschicht angestellt, welche mir gütigst aus dem Berliner Physikalischen Institut zur Verfügung gestellt war. Dieselbe war noch etwas dünner als $42 . 10^{-6}$ mm, der Helligkeitsunterschied hätte fast 10 Proc. betragen, also wohl wahrnehmbar sein müssen. Die Versuchsanordnung war folgende:

Das Licht eines **Linnemann**'schen Zirkonbrenners wurde durch eine Kollimatorlinse parallel gemacht, trat durch ein Nicol und darauf durch zwei $^1/_4\,\lambda$-Glimmerblättchen, deren Hauptschwingungsrichtungen zu einander rechtwinklig wären und einen Winkel von 45^0 mit der Polarisationsebene des Nicols bildeten. Die Glimmerblättchen berührten sich längs einer Geraden, und befanden sich im Brennpunkt einer anderen Collimatorlinse. Das Licht fiel dann durch die durchbohrten Pole eines kräftigen Electromagneten, nachdem zwischen dieselben die Eisenschicht gestellt war. Mit einem Fernrohr wurde auf deutliche Sichtbarkeit der Begrenzungslinie der Glimmerblättchen eingestellt. Das Gesichtsfeld war so zur Hälfte von rechtscircularpolarisirtem Licht und zur Hälfte von linkscircularpolarisirtem erleuchtet. Bei Commutirung des den Electromagneten erregenden Stromes, der von einer Dynamomaschine geliefert wurde (12 Amp.), hätte ein Wechsel in der Helligkeit der beiden im Fernrohr anvisirten Glimmerblättchen wahrgenommen werden müssen. Indessen konnte ich dergleichen nicht bemerken. Ich kann mir dies nur dadurch er-

klären, dass durch einzelne Risse, welche die Eisenschicht aufweist, noch merklich viel Licht hindurchging. — Es wäre jedenfalls wünschenswerth, Versuche in dieser Richtung weiter anzustellen, um so dies neue magnetooptische Phänomen, was jedenfalls bestehen muss, auch wirklich zu sehen und messend zu verwerthen.

Schluss.

Ich fasse noch einmal kurz die Ergebnisse des Vorstehenden zusammen:

1. Die bisher für die magnetooptischen Erscheinungen der Metalle aufgestellten Erklärungssysteme, welche nur eine einzige magnetooptische Constante einführen, stehen mit der Erfahrung nicht im Einklang.

2. Es ist ein neues Erklärungssystem aufgestellt, welches sich in allen Einzelheiten den Beobachtungen im reflectirten Licht gut anschliesst und eine magnetooptische Constante von nahezu derselben Grösse liefert, wie sie sich aus den Beobachtungen im durchgehenden Licht berechnet.

3. Dies Erklärungssystem kann als eine Erweiterung der Gleichungen angesehen werden, zu denen die electromagnetische Lichttheorie führt.

Nachtrag:

Nachdem diese Arbeit abgeschlossen war, erschien die oben citirte Arbeit des Hrn. Goldhammer über denselben Gegenstand. Wie oben bemerkt, unterscheiden sich die Differentialgleichungen Goldhammer's von den hier benutzten nur dadurch, dass an Stelle der reellen magnetooptischen Constante b/τ eine complexe Grösse, d. h. zwei magnetooptische Constanten eingeführt werden. Die Grenzbedingungen Goldhammer's scheinen in die meinigen nicht übergeführt werden zu können. Daher erklären sich vielleicht die Differenzen in den Berechnungen Goldhammer's und den Beobachtungen, welche zum Theil erheblich sind.

Doch selbst wenn die Goldhammer'schen Formeln sich den Thatsachen ebenso gut anschliessen sollten, wie die hier aufgestellten, so würde meine Arbeit wohl nicht überflüssig erscheinen, da in ihr nur eine einzige magnetooptische Constante eingeführt ist.

Göttingen, März 1892.

II. *Genaue Werthe der Brechungsexponenten des Wassers; von B. Walter.*

In einer früheren Arbeit [1]) hatte ich die Brechungsexponenten des Wassers für die *D*-Linie zwischen 0 und 30° C. nach einem neuen, ganz ausserordentlich genauen Verfahren bestimmt und dabei die Vermuthung ausgesprochen, dass die angegebenen Ziffern, trotzdem sie mit einem Instrumente erhalten wurden, welches bei einer einfachen Winkelmessung noch Fehler bis zu 50″ ergab, sich dennoch sämmtlich bis auf eine Einheit der 5. Decimale als richtig erweisen dürften, was ungefähr einem grössten Fehler von nicht ganz 3″ in der Winkelbestimmung entsprechen würde. Jene Messungen waren mit einem Prisma angestellt, dessen brechender Winkel annähernd 63° war. Neuerdings nun habe ich dieselben mit einem Prisma von 84° brechendem Winkel wiederholt, und es hat sich dabei die obige Vermuthung thatsächlich in so guter Weise bestätigt, dass ich in keinem einzigen Falle Veranlassung hatte, die früher bis auf 5 Decimalen angegebenen Werthe auch nur um eine Einheit der letzten Stelle zu ändern.

Da nun aber das Wasser derjenige Körper ist, der überall leicht in reiner Gestalt erhalten werden kann und da auch seine Brechungsexponenten, wie ich in jener Arbeit nachgewiesen habe, weder durch den gewöhnlichen Luftgehalt noch durch sonstige Spuren von Verunreinigungen in messbarer Weise beeinflusst werden, so dürfte es angezeigt sein, die von mir erhaltenen Zahlen durch Veröffentlichung in diesen Annalen zu allgemeiner Kenntnis zu bringen, da solche Ziffern, abgesehen von ihrer theoretischen Bedeutung, auch gewissermaassen den Werth von *Normalen* haben, mit Hülfe derer man sich jederzeit von der Zuverlässigkeit irgend eines, zur Bestimmung von Brechungsexponenten dienenden Instrumentes oder Verfahrens überzeugen kann.

---

1) B. Walter, Ein Verfahren zur genaueren Bestimmung von Brechungsexponenten. Dissertation. Hamburg 1891. (Auch im Jahrb. d. Hamb. Wiss. Anst. 9. p. 255. 1891.)

Die von mir gefundenen Werthe lassen sich zwischen 0 und 30° bis in die 5. Decimale genau nach der Formel

(1) $$n = n_0 - 10^{-6}(12\,t + 2{,}05\,t^2 - 0{,}005\,t^3)$$

berechnen, in der t die Temperatur in Celsiusgraden und n und n_0 die Brechungsexponenten des Wassers für die D-Linie bei resp. t^0 und 0° bedeuten. Die folgende Tabelle enthält dieselben für jeden ganzen Grad.

Tabelle.

Brechungsexponenten des Wassers für die D-Linie.

t^0 C.	n_D	t^0 C.	n_D	t^0 C.	n_D
0	1,33401	10	1,33369	20	1,33299
1	1,33400	11	1,33364	21	1,33290
2	1,33398	12	1,33358	22	1,33281
3	1,33396	13	1,33352	23	1,33271
4	1,33393	14	1,33345	24	1,33261
5	1,33390	15	1,33339	25	1,33251
6	1,33387	16	1,33331	26	1,33240
7	1,33383	17	1,33324	27	1,33229
8	1,33379	18	1,33316	28	1,33218
9	1,33374	19	1,33308	29	1,33206
10	1,33369	20	1,33299	30	1,33194

Die den vorstehenden Zahlenwerthen zu Grunde liegenden Beobachtungen wurden nach der Methode des Minimums der Ablenkung erhalten; und das Mittel, wodurch ich, trotz meines durchaus nicht fehlerfreien Instrumentes, jene grosse Genauigkeit erzielte, bestand einfach darin, dass ich jeden zu messenden Winkel so oft am Theilkreise des Spectrometers antrug, dass ich am Ende der Repetition wieder möglichst nahe, d. h. wenigstens bis auf 30° an die Ausgangsstelle herangekommen war. Soll dieses „Umkreisungsverfahren“ nicht zu umständlich werden, so muss man sich für specielle Untersuchungen, bei denen man es ja auch gewöhnlich nur anwenden wird, ein Prisma mit einem passenden brechenden Winkel anfertigen lassen. So eignet sich z. B. für Wasser und mässig concentrirte wässerige Lösungen ($n = 1{,}32$ bis $1{,}37$) besonders gut der neuerdings von mir angewandte Winkel von 84°, weil man dann sowohl bei der Bestimmung dieses Winkels, wie auch bei der Bestimmung der Ablenkung, wenn man bei letzterer einmal den rechts und einmal den

:h links abgelenkten Strahl benutzt, schon mit einer vierhen Repetition die Umkreisung vollendet hat, während ich dem ersten Prisma mit $\varphi = 63^0$ die doppelte Ablenkung) noch siebenmal antragen musste, um annähernd die 360^0 'auszubekommen.

Auch erreicht man mit dem Winkel von 84^0 den weiteren rtheil, dass ein Fehler von 10″ in φ und δ nur einen hler von bez. 1,9 und 1,6 Einheiten der 5. Decimale des ɔchungsexponenten ausmacht, während bei $\varphi = 63^0$ jener hler schon Abweichungen von 2,2 und 3,4 solcher Einheiten ursacht. Man sieht demnach, dass durch die Vergrösseıg des brechenden Winkels besonders der Einfluss des ılers in δ herabgedrückt wird, und dies ist auch deshalb ι wesentlicher Bedeutung, weil bei der Bestimmung von δ ; mehrfachen Gründen erheblich grössere Einstellungsfehler erwarten sind als bei der Bestimmung von φ. Wenn es ɜr danach wünschenswerth erscheinen möchte, den Winkel φ dem angegebenen Falle noch weiter zu vergrössern, um so ı Einfluss der Fehler in δ noch mehr abzuschwächen, so dem gegenüber zu bedenken, dass nach der angegebenen Me-de beim Winkel δ in Wirklichkeit achtmal, bei φ dagegen r viermal repetirt wird, und daher schon aus diesem Grunde Fehler in δ sich doppelt so stark verkleinern als die in φ.

Thatsächlich waren auch bei meinen neueren Messungen t dem Prisma von $\varphi = 84^0$ die grössten Fehler in φ und δ. ıähernd gleich und zwar ungefähr 3″. Daraus berechnet h dann als grösstmöglicher Fehler im Werthe des Brechungs-ɔonenten 1,1 Einheiten der 5. Decimale, ein Fehler, der ess bei gehöriger Vorsicht nur selten vorkommt.

Hamburg, Physik. Staatslab., April 1892.

III. *Ueber Farbenphotogramme von Spectren; von Hermann Krone.*

Meine nach dem Princip von Lippmann[1]) fortgesetzten Arbeiten, *das Sonnenspectrum und das Spectrum des electrischen Bogenlichtes farbig zu photographiren*, haben mir unter anderen folgende Erfahrungen über diesen Gegenstand ergeben:

1. *Unerlässliche Voraussetzung* für das Gelingen des Experimentes überhaupt ist eine durchaus homogene Schicht und das Vorhandensein einer Spiegelung in Berührung mit dieser, deren resultirende Strahlen mit den direct einfallenden Lichtstrahlen interferiren und in der Schicht stehende Wellen erzeugen.

2. *Ueberschreitet die Bildschicht eine gewisse Dicke*, so kommen die Farben in den betreffenden Spectralpartien entweder gar nicht, oder anders gefärbt, also in anderen Wellenlängen, zum Ausdruck. Ueberall da, wo die reguläre Schicht um ein in derselben geschwommenes Staubflöckchen kometenartig abgeflossen und so getrocknet ist, haben sich Stellen verschiedener Dicke der Schicht gebildet und lassen das soeben Erwähnte in allerhand Variationen erkennen.

3. Das wahrheitsgetreue und local richtige Auftreten der den Spectralregionen zukommenden Farbe im photographischen Endresultat ist nicht absolut, sondern relativ, und ausnahmslos abhängig:

a) von einem peinlich genauen günstigen Zusammenstimmen des in der Schicht aufs Feinste vertheilten Haloidsilbers mit dem Farbensensibilator und dessen Dosirung;

b) von dem Wärmegrade beim Trocknen der Schicht;

---

1) Lippmann's Mitth. a. d. Académie des sciences, Paris, 1891, Januar, Februar; s. auch Buguet, Photogr. des couleurs, 1891, Paris, Gauthier-Villars. Ich habe später mit Lippmann selbst weitere Erfahrungen ausgetauscht.

:) von der Belichtungsdauer bei der photographischen Auf-
e des Spectrums;
l) von der Entwickelung.
So kann es sich ereignen, dass bei minder günstigem
amenstimmen der erwähnten Factoren z. B. in der Region
3lau, Grün auftritt, oder in der Region des Roth, Gelb
ähnliches. Dies ist auch die Veranlassung dazu, dass im
nresultat manchmal ganz überraschende Erscheinungen
scheinbaren anomalen Farbendispersion auftreten, dass
ne Farbe ganz ausbleibt, dass z. B. das Grün direct ins
; übergeht u. dgl. *Also, die Wellenlänge des einfallenden*
nstrahles wird nur unter Erfüllung ganz bestimmter Be-
ngen in den durch Interferenz mit ihrem analogen Reflex
gten stehenden Wellen dieselbe Wellenlänge erregen. Stimmen
Bedingungen nicht zusammen, so treten stehende Wellen
er Wellenlängen auf.
4. Ein vermehrter oder verminderter Wassergehalt im
tat verändert die Farben. *Durch Ausdehnung der stehenden*
n erscheint z. B., wenn man auf ein Farbenresultat haucht,
ergehend das Roth tief purpurn gefärbt, das Gelb, orange,
3lau grün gefärbt, das Blau rückt tiefer ins Violet und
i tritt im Ultraviolet auf, wo das wohl ausgetrocknete
nresultat die Lavendelfarbe zeigt.
5. Um im photographischen Resultat *alle Spectralfarben*
zeitig satt und befriedigend darzustellen, muss die *Sonnen-*
über dem Horizont nicht zu niedrig genommen werden.
e tieferem Stande der Sonne nach dem Aufgang oder vor
Untergang derselben zeigt wohl das Spectroskop optisch
Spectralfarben noch anscheinend kräftig, *die Strahlen von*
erer Brechbarkeit jedoch besitzen eine um so geringere Actinität,
s endlich selbst bei sehr verlängerter Belichtung z. B.
vor Sonnenuntergang das Ultraviolet, das Violet, das Blau
mehr fertig wird. Es verschwindet zuerst das Ultra-
, dann merkwürdigerweise gewöhnlich (nicht immer so)
em Violet das Blau, dessen Region durch Verlängerung
Belichtung von Grün übertönt erscheint, oder einen stahl-
n, sich dem Weiss nähernden Farbenton zeigt.
6. Bei genügend kräftiger Belichtung erscheint das un-
n Auge unsichtbare *Ultraroth* ausserhalb der Linie *A* im

photographischen Resultat als *Dunkelpurpur*, das *Ultraviolet* ausserhalb der *H*-Gruppe abklingend in *gelblichrosenröthlicher Lavendelfarbe.*

7. Innerhalb dieser ultravioletten Partie ausserhalb der *H*-Gruppe tritt *beim Spectrum des electrischen Bogenlichtes*, von der *H*-Gruppe getrennt durch eine farblos bleibende Gruppe von Kohlenlinien, ein höchst intensives Lichtmaximum auf, welches, schon optisch erkennbar, bei ausreichender Belichtung tiefer und intensiver dunkelblau als das Indigoblau des Sonnenspectrums erscheint.

8. Die *Actinitätsintensität des electrischen Bogenlichtes* bei 36 cm Abstand des Spectroskopspaltes vom positiven Pol der Kohlenspitzen *verhält sich zu der des directen Sonnenlichtes* um Mittag in der Mitte des April bei klarem Himmel wie 1 : 38 bis 40.

9. *Nur bei Benutzung des Quecksilberspiegels nach Lippmann ist es unter den in Punkt 3 angegebenen Bedingungen möglich, die dem optischen Spectrum entsprechenden Farben im Farbenresultat gleichzeitig und an der richtigen Stelle darzustellen.* Werden diese Bedingungen nicht im vollsten Maasse erfüllt, so treten, wie schon angedeutet, allerhand Variationen in der Farbenerscheinung im Resultat auf. Bei zu kurzer Belichtung bleiben z. B. gewöhnlich die Farben zurück, bei Ueberbelichtung rücken sie vor oder vereinigen sich partienweise zu Mischfarben, endlich zu schwach gefärbtem Weiss, wozu ganz besonders das je längere Andauern einer *Veränderung der Einfallsrichtung des Lichtes in den Spalt des Spectroskops* Veranlassung gibt. Kann man den Spectralapparat wie ein Aequatoreal parallactisch montirt und mit Uhrwerk zur Verwendung bringen, so tritt dieser missliche Umstand nicht ein. Auch mittels des durch einen mit gutem Uhrwerk versehenen Heliostaten an einem guten *Metallspiegel* reflectirten Sonnenlichtes lassen sich die Farben im Bilde des Spectrums am richtigen Orte richtig darstellen. *Gespiegeltes Licht wirkt jedoch langsamer als directes Licht*; auch verlieren die Strahlen der grösseren Brechbarkeit bei geringen Sonnenhöhen früher ihre actinische Intensität bei gespiegeltem Lichte. Verwendet man zu solcher Spiegelung des Lichtes in den Spalt einen *Glasspiegel*, so photographirt man zwei übereinandergelegte Spectra, die zugleich durch die

Spiegelung der Glasoberfläche und durch die hauptsächlich wirkende der Spiegelbelegung an der Hinterseite des Glases veranlasst werden und nicht congruent sein können. Optisch ist zwar nur ein Spectrum sichtbar; im photographischen Resultat müssen jedoch durch Ineinanderschieben von Strahlen verschiedener Wellenlängen local Mischfarben auftreten.

10. *Ich habe am* 5. *Januar 1892 bekannt gegeben*[1]), *dass es mir gelungen ist, auch ohne den die Schicht berührenden Quecksilberspiegel Lippmann's die Spectralfarben farbig zu photographiren.* In diesem Falle benutzt man *die Reflexwirkung der Innenseiten der Glasplatte*, innerhalb welcher ein fortgesetztes nach und nach abklingendes Hin- und Herspiegeln des eingefallenen farbigen Strahlenbündels stattfindet. Die Platte wird, wie bei Lippmann, von der Rückseite belichtet. Anstatt des die Schicht berührenden Quecksilbers wird die Schicht mit schwarzem Sammet bedeckt. Hier interferirt nicht, wie bei Lippmann, der Reflex des einfallenden Strahlenbündels, sondern der des benachbarten, mit diesem; auch ist die Reflexwirkung im Glase bei weitem nicht so intensiv, als die an der Quecksilberoberfläche. Vermöge des zickzackförmigen Weiterrückens des gespiegelten Farbenstrahles im Innern des Glases muss je nach Maassgabe des Einfallswinkels der Farbenstrahlen sowohl ein locales Weiterrücken, ein Verschieben der Farben, als auch ein Auftreten von Mischfarben stattfinden; ferner muss für Farbendarstellung ohne Quecksilber länger belichtet werden. Immerhin lassen sich unter Berücksichtigung dieser ein für alle mal als Voraussetzung anzusehenden Umstände und der sub 3 angegebenen nothwendig zusammenzustimmenden Bedingungen auch ohne den Lippmann'schen Quecksilberspiegel die Spectralfarben mit gleicher Intensität farbig photographiren, sodass ein Verschieben der Farben bei dünnen Platten eigentlich nur an den Farbengrenzen wahrzunehmen ist; nur sind die in schmaleren Regionen auftretenden Farben Roth, Gelb, Grün, weil durch Mischfarben mehr beeinflusst, weniger rein. Um den Rothpurpur zu erreichen, muss sehr lange belichtet werden; dagegen ist das Blau, das Violet und

1) Siehe Krone, Weiteres über Farbenphotogr. d. Sonnenspectr. Deutsche Phot.-Ztg. **9.** p. 29, Weimar 1892.

die Lavendelfarbe des Ultraviolet, also die Strahlen grösserer Brechbarkeit in ihren grösseren Ausdehnungen ebenso rein und ebenso intensiv, als mit dem Quecksilberspiegel zu bekommen.

Bei Anwendung des Quecksilberspiegels findet allerdings die wiederholte Reflectirung im Innern des Glases ebenfalls statt; sie wird aber von der kräftigeren Spiegelung des Quecksilbers übertönt und kommt weniger dazu, stehende Wellen zu bilden. Wo dies der Fall ist, veranlasst sie dann ein Auftreten von Mischfarben, wenn wegen Lichtmangel die Belichtungsdauer zu sehr verlängert werden muss.

IV. *Das Verhalten des Wasserstoffes zu Blei und anderen Metallen; von G. Neumann und F. Streintz.*

Aus den Sitzungsber. d. kais. Acad. d. Wissensch. in Wien. Bd. C. Abth. II b. December 1891; mitgetheilt v. d. Hrn. Verf.)

In der letzten gemeinschaftlichen Untersuchung wurde zur rklärung von physikalischen Erscheinungen, welche an der gativen Platte eines Secundärelementes auftreten, die Anhme gemacht, dass Blei die Fähigkeit besitze, Wasserstoff absorbiren.[1])

Zweck der vorliegenden Arbeit ist, diese Annahme zu weisen. Wir versuchten, den Beweis nach zwei verschiedenen ethoden zu erbringen: erstens durch Untersuchung des auf ctrolytischem Wege mit Wasserstoff versehenen Metalles, d zweitens dadurch, dass geschmolzenes Blei, durch welches Strom des Gases geleitet worden war, auf dieses geprüft rde. Die letztere Methode, welche nach ihrem Erfinder Graham'sche genannt werden kann, wurde dann auf eine ihe anderer Metalle, und zwar auf Palladium, Platin, Gold, lber, Kupfer, Nickel, Eisen, Kobalt und Aluminium ausdehnt.

1. Verhalten des Wasserstoffes zu Blei.

In jüngster Zeit sind über diesen Gegenstand zwei Ariten erschienen[2]); es möge uns gestattet sein, eine Kritik rselben vorauszuschicken. Cantor will durch titrimetrische essungen erwiesen haben, dass eine Occlusion von Wasseroff durch Blei unmöglich sei. Seine Untersuchsweise beruht f der von Aron[1]) und Frankland[2]) bei der Ladung von cundärelementen beobachteten Concentrationsänderung des

---

1) Streintz und Neumann, Wied. Ann. **41.** p. 106 ff. 1890.

2) M. Cantor, Monatshefte für Chemie. **11.** p. 433. 1890 und Strecker, Inaug.-Dissert. Berlin 1891. Springer.

Electrolytes. Er füllt ein eigens hergerichtetes Element, in welchem Platin die Anode und ein Theil der negativen Platte eines Accumulators der El. Pow. Stor. Comp. die Kathode bildet, mit einer bestimmten Menge Schwefelsäure von bekannter Concentration. Nachdem nun das Element geladen und die während dieses Processes entwickelte Quantität Wasserstoff und Sauerstoff getrennt gemessen war, wird in einer gewogenen Vorprobe titrimetrisch die procentische Zusammensetzung und dann die Gesammtmenge Schwefelsäure des Electrolytes ermittelt.

Mit Hülfe der so gewonnenen Zahlen berechnet nun Cantor die nach der Ladung im Electrolyte vorhandene Quantität Wasser und die derselben äquivalente Menge Wasserstoff, welche zu dem während der Electrolyse entwickelten addirt, einen Schluss auf die Beschaffenheit der Kathode nach der Ladung gestattet. Ist nämlich die berechnete und die während der Ladung entwickelte Wasserstoffmenge zusammen kleiner als das Quantum Wasserstoff des ursprünglichen Electrolytes, so ist Wasserstoff von der Kathode occludirt, ist sie gleich, so ist nichts aufgenommen worden.

Ohne Zweifel hätte eine auf dieser Ueberlegung basirende Untersuchung zu brauchbaren Resultaten führen müssen, wenn nicht Hr. Cantor bei ihrer Durchführung einige Fehler begangen hätte. Er hat nämlich, um bei der Vorprobe Durchschnittszahlen für den SO_3-Gehalt des Electrolytes zu bekommen, den Zellinhalt mittelst einer Pipette aufgesogen und wieder in das Gefäss zurückgegeben. Hierbei kommt natürlich die geladene Bleiplatte mit Luft in Berührung, der eventuell occludirte Wasserstoff wird zu Wasser oxydirt und geht in den Electrolyt über.[3]) Es ist also bei diesem Untersuchungsmodus garnicht möglich, Wasserstoff in der Bleiplatte nach-

1) H. Aron, Electrotech. Zeitschr. **4.** p. 101.

2) Frankland, Proceedings of the Roy. Society. **35.** p. 67.

3) Nach W. Kohlrausch (Wied. Ann. **34.** p. 591. 1888) ist es nicht rathsam, geladene Accumulatoren zu entleeren, da sich die negativen Electroden an der Luft bedeutend erhitzen, weil das fein vertheilte metallische Blei durch den Sauerstoff der Luft energisch oxydirt wird. Grössere Wahrscheinlichkeit scheint uns jedoch die eben gemachte Annahme zu besitzen.

zuweisen, selbst wenn solcher während der Ladung occludirt wurde.

Ein zweiter Mangel der Cantor'schen Untersuchungsweise besteht in der Art der Bestimmung der gesammten, im Electrolyte vorräthigen SO_3-Menge. Zu diesem Ende müssen nämlich die Zelle und die Electroden von aller anhaftenden Schwefelsäure befreit werden. Die Gewinnung der Schwefelsäure von den Zellwänden und der Anode bietet keine Schwierigkeiten, ein mehrmaliges Abspülen mit Wasser genügt. Allerdings fehlen auch darüber irgendwelche Angaben in der Abhandlung des Hrn. Cantor. Ganz anders steht es mit der Kathode. Nach von uns angestellten Versuchen nimmt die aus einer Kathode eines El. Pow. Stor. Comp.-Accumulators geschnittene Platte von 19 : 12 : 3 mm Grösse, also eine solche, wie sie Hr. Cantor anwandte, nach längerem Liegen in verdünnter Schwefelsäure und oberflächlichem Abtrocknen mit Fliesspapier circa 0,5 g Flüssigkeit auf. Diese darf natürlich nicht vernachlässigt werden, sie muss quantitativ herausgewaschen werden. Welche Schwierigkeiten das vollkommene Aussüssen solcher Platten bietet, haben unsere weiter unten beschriebenen Versuche gezeigt. Es waren bei einer 30 Maschen grossen Platte aus einem El. Pow. Stor. Comp.-Accmulator nicht weniger als 20 l Waschwasser nöthig; Schon aus diesem Grunde ist die Uebereinstimmung der Zahlen, welche Hr. Cantor für den Wasserstoffgehalt des Electrolytes vor und nach der Ladung gefunden hat, befremdlich. Sie wird es aber noch mehr, wenn man bedenkt, dass während der Entleerung der Zelle der Strom unterbrochen wird und daher eine Sulfatbildung auf Kosten des Electrolytes unvermeidlich ist.

H. Strecker versucht durch Auspumpen der geladenen Platte mit der Luftpumpe ebenfalls zu beweisen, dass während der Ladung keine Occlusion von Wasserstoff stattfinde. Seine Versuche sind aber gleichfalls ohne Belang, da er die geladenen Platten ebenso wie Hr. Cantor dem Einflusse der Luft aussetzt, also den Wasserstoff nach der Ladung wieder oxydirt. Uebrigens beweist der dritte Versuch des Hrn. Strecker [1]), von wie grosser Wichtigkeit es ist, die geladenen Platten vor

1) Strecker, l. c. p. 15.

Luftzutritt zu schützen. Bei diesem Versuche brachte er nämlich die geladene Platte direct aus der Säure unter den Recipienten der Luftpumpe und beobachtete nach dreitägigem Stehen keinen Wasserstoff. Es ist kar, dass die Schwefelsäure mit dem Blei in Action getreten ist, deren Producte Wasserstoff und Bleisulfat sind. Der entwickelte Wasserstoff kann nicht unbeträchtlich sein und berechnet sich bei Grössenverhältnissen, wie sie Hr. Cantor angewendet hat, folgendermaassen: Wie erwähnt, saugt eine solche Platte 0,5 g verdünnte Schwefelsäure (20 Proc.) auf. In derselben sind enthalten 0,1 g H_2SO_4 mit 0,00201 g oder 22,6 cm^3 Wasserstoff, welcher bei der bedeutenden Oberfläche wohl zum grossen Theile in Freiheit gesetzt wird. Diese grosse Menge Gas hat Hr. Strecker nicht beobachtet, was nur dadurch erklärlich ist, dass der Wasserstoff durch den Sauerstoff der Luft im Recipienten oxydirt worden ist. Ebenso wie dieser Wasserstoff sich der Beobachtung entzieht, muss auch eventuell occludirter Wasserstoff verloren gehen.

Wir gehen nun daran; die von uns ausgeführten Versuche zu beschreiben und deren Ergebnisse mitzutheilen.

1. Methode.

Ein Argandlampencylinder wird mit zwei durchbohrten Gummistopfen verschlossen. Durch zwei Oeffnungen des oberen Gummistopfens führen Glasröhren mit eingeschmolzenen Platindrähten, an welchen sich eine je 30 Maschen grosse Kathode und Anode eines El. Pow. Stor. Comp.-Accumulators befinden. In einer dritten steckt eine Röhre, welche direct unter dem Stopfen endigt und mit einem Heber verbunden ist, der zu einem Kolben führt. Der untere Stopfen enthält eine Röhre mit Kautschukschlauch und Quetschhahn. Zunächst wird das mit 20procent. Schwefelsäure gefüllte Element geladen und dann ohne Unterbrechung des Stromes solange mit destillirtem Wasser ausgewaschen, bis selbst nach zwölfstündigem Stehen der Electroden im Waschwasser kein Strom mit Hülfe einer Spiegel-Tangentenboussole zu beobachten ist. Dieses Waschen geschieht, indem mittelst des Hebers reines ausgekochtes Wasser sich in die Zelle ergiesst und gleichzeitig durch die untere Röhre der Ueberschuss abfliesst, während der Quetschhahn so

regulirt ist, dass ungefähr zwei bis drei Tropfen Wasser in der Secunde ausfliessen. Damit das Wasser vollkommen sauerstofffrei sei, wird das Waschwasserreservoir vollständig mit kochendem Wasser gefüllt und mit einem zweifach durchbohrten Stopfen verschlossen, dessen eine Oeffnung mit mehreren, pyrogallussaures Alkali enthaltenden Waschflaschen in Verbindung steht, dessen zweite den erwähnten Heber trägt. Sobald das Waschwasser erkaltet ist, wird der gefüllte Heber mit der gleichfalls mit Wasser gefüllten dritten Röhre des oberen Stopfens verbunden. Nach dem vollkommenen Auswaschen, welches ungefähr eine Woche in Anspruch nimmt und wozu circa 20 l Wasser nöthig sind, wird der Cylinder unter ausgekochtem Wasser geöffnet, die Kathode von dem Platindraht losgelöst und in eine in demselben Wasser stehende und mit der gleichen Flüssigkeit gefüllte Bayonettverbrennungsröhre gebracht. Sodann wird die Spitze des Bayonetts abgebrochen und das Wasser durch luftfreie Kohlensäure verdrängt. Die äusserlich abgetrocknete Röhre, durch welche fortwährend Kohlensäure strömt, wird im Verbrennungsofen bis zum Schmelzen des Bleies erhitzt und wie bei der Dumas'schen Stickstoffbestimmungsmethode die entweichenden Gase über Quecksilber und Kalilauge im Eudiometer aufgefangen.

Die vielen complicirten Operationen dieser Methode machen es begreiflich, dass von acht Versuchen nur zwei ganz zu Ende geführt wurden, bei denen dann nur minimale Mengen Wasserstoff (1 cm^3, bez. 0,9 cm^3) nachgewiesen werden konnten. In den meisten Fällen platzt die Verbrennungsröhre, bisweilen dringt auch durch Unvorsichtigkeit Sauerstoff in das Waschwasser. Niemals bleibt die Kathode, welche nach der Ladung rein metallisch glänzend war, während des Waschens in diesem Zustande. Sie überzieht sich meist mit einer stumpfen grauen Farbe. Es ist also anzunehmen, dass trotz aller Vorsicht die Platte beim Waschen oxydirt worden ist.

2. Methode.

Dieser Grund veranlasste uns, den zweiten Weg einzuschlagen, welchen wir nach einer von Graham [1]) mitgetheilten

1) Graham, Kraut-Gmelin, Handbuch der anorg. Chemie. 3. p. 1228. 1875.

Beobachtung verfolgten. Da nämlich dieser Forscher bemerkte, dass das Palladium ein viel grösseres Vermögen besitzt, Wasserstoff zu absorbiren, sobald es als Kathode in einem Wasservoltameter dient, als wenn es in einer Wasserstoffatmosphäre erhitzt wird, ist man wohl berechtigt anzunehmen, dass sich ähnliche Verhältnisse auch bei den anderen Metallen vorfinden werden. Dann ist aber auch ferner der Schluss gestattet, dass, sobald Blei beim Erwärmen in einem Wasserstoffstrome dieses Gas aufnimmt, ihm wahrscheinlich auch die Fähigkeit innewohnt, dasselbe in noch höherem Maasse bei der Electrolyse zu occludiren. Wir untersuchten also das Occlusionsvermögen des geschmolzenen Bleies für Wasserstoff.

Der Versuch geschieht in folgender Weise (Fig. 1). Circa 200 g Blei werden mit Hülfe eines Rose'schen Metallbades in einer U-Röhre geschmolzen. Diese Röhre hat solche Dimensionen, dass die Oberfläche des flüssigen Metalles den oberen Bug der U-Röhre tangirt, damit in diese Röhre geleiteter Wasserstoff durch das Blei treten muss. Der Wasserstoff wird aus einem Kipp'schen Apparat entwickelt, geht zur vollständigen Reinigung durch starke Natronlauge, eine Röhre mit erhitztem Kupfer, eine Drechsel'sche Waschflasche mit einer Mischung von gleichen Theilen 5procent. Schwefelsäure und einer concentrirten Lösung von Kaliumpermanganat, dann durch drei Trockenthürme, von denen einer Natronbimsstein und die beiden anderen Schwefelsäurebimsstein enthalten, und schliesslich durch ein U-Rohr mit Perlen und Phosphorpentoxyd. Um Explosionen zu verhüten, folgt diesem Reinigungsapparate ein mit Watte und Drahtnetz gefülltes Rohr. Ein Dreiweghahn verbindet dieses mit dem Blei enthaltenden U-Rohr. Nachdem 6—8 Stunden lang Wasserstoff durch das Blei gestrichen ist, wird das Metall soweit abgekühlt, dass es gerade noch flüssig bleibt und der Wasserstoff durch chemisch reinen Stickstoff verdrängt. Dieser Stickstoff wird vorher aus 1 Theil Kaliumnitrit, 1 Theil Ammoniumchlorid, 1 Theil Kaliumbichromat und 3 Theilen Wasser erzeugt und in einem Gasometer bereit gehalten. Zur Reinigung wird er durch eine 3 dm lange glühende Kupferschicht geleitet, ferner durch eine Waschflasche mit Kalilauge, ein U-Rohr mit Chlorcalcium, einen Trockenthurm mit Schwefelsäurebimsstein

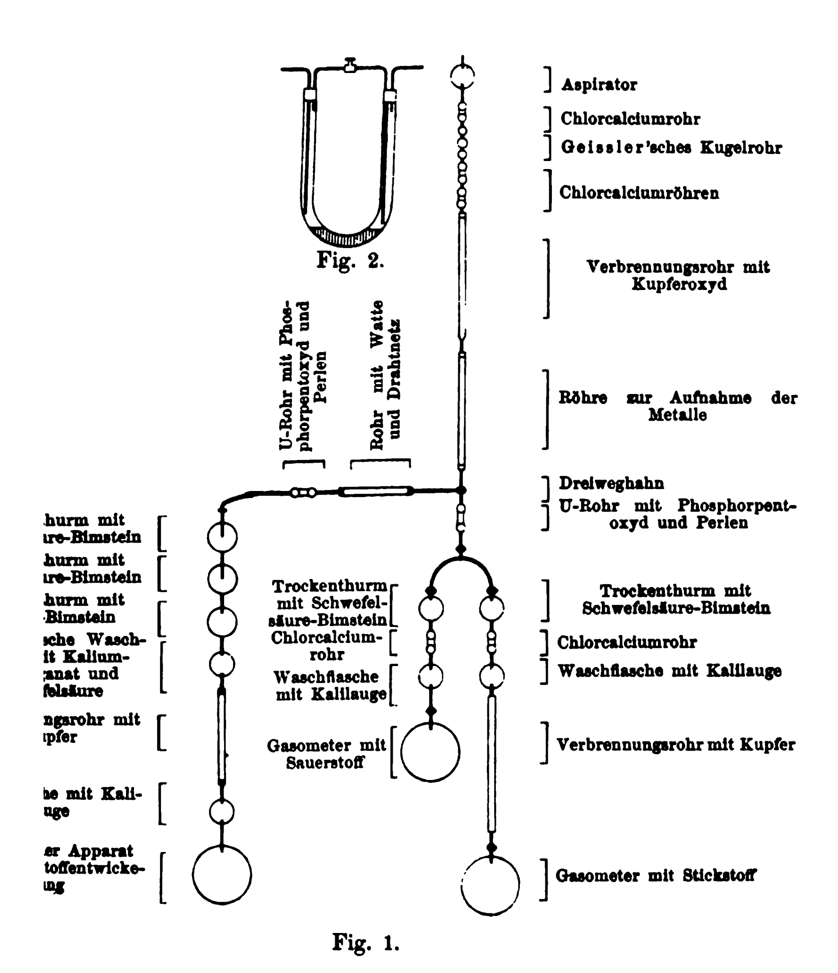


Fig. 1.

endlich durch ein U-Rohr mit Perlen und Phosphorpent-
., welches mit dem vorher erwähnten Dreiweghahn in Ver-
ung steht. Vor Beginn des Versuches wird aus diesem
igungsapparat sorgfältig alle Luft durch Stickstoff ausge-
en. Eine entsprechende Drehung des Dreiweghahnschlüssels
:t die Wasserstoffzufuhr ab und führt augenblicklich Stick-
in die Blei enthaltende U-Röhre. Nachdem eine halbe
de lang ein mässiger Stickstoffstrom das Blei durchflossen
wird das U-Rohr an eine mit ausgeglühtem Kupferoxyd

beschickte Verbrennungsröhre von circa einem halben Meter Länge geschaltet. Dieser Röhre schliessen sich zwei gewogene Chlorcalciumröhren und als Blasenzähler ein mit concentrirter Schwefelsäure gefüllter Geissler'scher Kugelapparat an. Nachdem das Kupferoxyd im Verbrennungsrohr bis zum Rothglühen erhitzt worden und eine halbe Stunde lang Stickstoff hindurchgeleitet ist, werden die Chlorcalciumröhren von dem Kupferoxydrohr losgelöst, mit einem Trockenapparat verbunden und schliesslich mit Hülfe eines Aspirators der Stickstoff durch Luft ersetzt. Meistens ist das Gewicht der Chlorcalciumröhren constant geblieben. Ist dies nicht der Fall, so werden die Röhren wieder vor den Apparat gelegt und das Wägen so oft wiederholt, bis nach neuem halbstündigem Hindurchleiten von Stickstoff Gewichtsconstanz eintritt. Diese Gewichtsconstanz beweist, dass weder freier Wasserstoff, noch Wasserdampf den Apparat erfüllt.

Um den event. occludirten Wasserstoff dem Blei zu entziehen und zu oxydiren, wird der Apparat mit reinem Sauerstoff gefüllt und alsdann das Blei stärker erhitzt. Dieser Sauerstoff tritt aus einem Gasometer in eine Waschflasche mit concentrirter Kalilauge, streicht durch ein Chlorcalciumrohr und durch einen Trockenthurm mit Schwefelsäurebimstein. Alsdann passirt er dasselbe U-Rohr mit Perlen und Phosphorpentoxyd, durch welches auch der Stickstoff gegangen ist. Ein Dreiweghahn vor diesem Trockenrohr gestattet willkürlich Stickstoff oder Sauerstoff in den vorgelegten Apparat zu schicken. Nachdem solange Sauerstoff in das Röhrensystem geleitet worden, bis das Gas mit Hülfe eines glühenden Strohalmes am Blasenzähler deutlich nachweisbar ist[1]) und nunmehr, ähnlich wie vorher beim Stickstoff angegeben, die Chlorcalciumröhren mit Luft gefüllt worden sind, kann durch Wägen derselben constatirt werden, ob das Blei Wasserstoff aufgenommen und dieser zu Wasser verbrannt worden ist.

Selbstverständlich wurde der ganze Apparat jedesmal vor den Versuchen auf seine Gasdichtigkeit geprüft.

1) Der Sauerstoff ist nach $^1/_2$—$^3/_4$ Stunde deutlich zu erkennen, da das Blei nur zum geringsten Theil oxydirt wird und dann das Oxyd den Rest vor weiterer Oxydation schützt. Bei der grossen Begierde des Wasserstoffes, im atomen Zustande sich mit Sauerstoff zu verbinden, ist es wohl ausgeschlossen, dass noch unoxydirter Wasserstoff in dem Blei bleibt.

Die Gewichtszunahme der Chlorcalciumröhren betrug nur),0002 g, so dass so gut wie kein Wasserstoff occludirt worden ist.

Da die Möglichkeit vorlag, dass der Stickstoff, der eine Stunde und noch länger durch das flüssige Blei ging, allen occludirten Wasserstoff mitreisst, wurde in folgender Weise verfahren.

In die beiden Schenkel der U-Röhre (Fig. 2) werden zwei doppelt durchbohrte Korke eingefügt. Die Gaszuleitungsröhre wird so lang gewählt, dass sie fast die Bleifläche berührt, die Ableitungsröhre mündet kurz unter dem Stopfen. In der zweiten Durchbohrung steckt ein zweifach rechtwinklig gebogenes Rohr, welches in der Mitte einen Hahn führt. Der Schenkel beim Zuleitungsrohr mündet kurz unter dem Korke, ler beim Ableitungsrohr dicht über der Bleimasse. Die Gaseservoire und Reinigungsvorrichtungen behalten ihre alte Form.

Zunächst wird wieder der Apparat auf seine Dichtigkeit eprüft, dann das U-Rohr und das Kupferoxyd erhitzt, indem in Aspirator durch dieselben Luft saugt, welche mit dem für ie Reinigung des Sauerstoffes bestimmten Apparate getrocket worden ist. Nachdem nun zwischen Aspirator und Kupferxydrohr die beiden Chlorcalciumröhren eingefügt sind und e nach halbstündigem Durchleiten von Luft keine Gewichtsznahme erfahren haben, werden durch die vom Kupferoxydohr losgetrennte Ableitungsröhre 200 g Blei in Drahtform in ie U-Röhre eingeschoben und gleichzeitig Wasserstoff durch ieselbe geleitet. Das schmelzende Blei erfüllt den Bug der öhre vollkommen. Wird nun der Hahn der in die Enden er U-Röhre eingefügten Verbindungsröhre geschlossen, so römt das Gas nur durch das Blei. Nach 6—8 stündigen rhitzen wird dieser Hahn wieder geöffnet, indem gleichzeitig ie U-Röhre abgekühlt wird. Ist das Blei erstarrt, so wird er Apparat, wie schon oben beschrieben, mit Stickstoff vom Vasserstoff befreit, durch Ueberleiten der Gase über glühenes Kupferoxyd und Wägen vorgelegter Chlorcalciumröhren ontrolirt, ob aller Wasserstoff heraus ist und dann Sauerstoff urch das ganze System geschickt, indem wieder das Blei eritzt, der Verbindungshahn geschlossen und das Gas durch ewogene Chlorcalciumröhren geleitet wird.

Es wurden 0,0022 g Wasser aufgefangen, welche 0,00024 g oder 2,72 cm³ Wasserstoff enthalten. Diese Menge auf das Volumen des Metalles (200 g vom spec. Gew. 11,37[1]) ergeben 17,59 cm³) berechnet, liefert das 0,15 fache Volumen Wasserstoff vom Metalle.

Auch dieser Untersuchungsmodus hat einen Uebelstand, der darin liegt, dass in vielen Fällen beim Erkalten des Bleies, nachdem es mit Wasserstoff geschwängert ist, die U-Röhren platzen. Wenn an Stelle der U-Röhre eine gewöhnliche, in der Mitte schwach eingebogene Verbrennungsröhre gewählt und diese nur zum Theil mit Blei erfüllt wird, so platzt die Röhre seltener. Eine derartige Anordnung hat aber den Mangel, dass beim Versuche das Gas nur die Oberfläche des geschmolzenen Metalles bestreicht.

Ein Experiment mit einer solchen Röhre liefert bei sonst ganz gleichen Manipulationen wie beim vorigen Versuch für 39,94 g Blei 0,0003 g Wasser, also 0,000034 g oder 0,37 cm³ Wasserstoff. Dieses Quantum berechnet sich auf das 0,11 fache Volumen desselben.

Jedesmal vor Beginn des eigentlichen Versuches wurde ein sogenannter blinder Versuch gemacht, d. h. es wurden alle Operationen in der beschriebenen Weise ohne Metall ausgeführt. Da in diesen Fällen die Chlorcalciumröhren nicht die geringste Aenderung ihres Gewichtes erfuhren, so gestatten die Zahlen den Schluss, dass Blei die Fähigkeit besitzt, Wasserstoff zu occludiren. Ein für die Verhältnisse im Secundärelement brauchbares quantitatives Resultat war nach dieser Beobachtungsmethode von vorneherein nicht zu erwarten.

2. Verhalten des Wasserstoffes zu anderen Metallen.

Palladium.

Zunächst wurde Palladiumschwarz untersucht. Das Metall wird durch Reduciren einer warmen Palladiumchloridlösung mit Natriumcarbonat und Traubenzucker erhalten. Es bildet

1) Landolt u. Börnstein, Physikal.-chem. Tabellen, 1883, auch die später angegebenen specifischen Gewichte sind diesem Werke entnommen.

ı grauschwarzes Pulver, welches nach dem Waschen und ısglühen zur Verwendung kam. Dieses Element nimmt mit osser Gier Wasserstoff auf, indem sich anfänglich Wasser ldet, dann aber äusserlich keine Reaction bemerkbar ist. s wurde solange erwärmt bis am Ende der Röhre Wasseroff deutlich wahrnehmbar auftrat. In die erkaltete Röhre at nun, wie oben beschrieben, Stickstoff, und nach dem Auseiben sämmtlichen Wasserstoffes unter Erwärmen Sauerstoff n. Das Palladium wurde schon in der kalten Sauerstoffmosphäre selbstständig rothglühend unter Bildung von ziemch viel Wasser. Das in den beiden Chlorcalciumröhren hinter r Kupferoxydschichte aufgefangene Wasser betrug bei 11,15 g alladium mit einem spec. Gew. 11,40, also pro 0,98 ccm 3969 g Wasser, welchem 0,0441 g oder 492,30 ccm Wasseroff entsprechen, mithin wurde das 502,35 fache Volumen des etalls occludirt.

Die Occlusionsfähigkeit des Palladiums unter verschiedem Umständen ist schon von Graham[1]) und Lisenko[2]) beachtet worden. Nach Graham occludirt Palladiumfolie bei wöhnlicher Temperatur (19°) 367-, bei 90—97° 643- und i 245° 526 mal[3]) sein eigenes Volumen Wasserstoff, als hwamm nimmt es bei 200° das 686 fache, als geschmolzenes etall auch bei 200° nur das 68 fache seines eigenen Raumes f. Die Zahlen Graham's beweisen, dass die Occlusionshigkeit des Palladiums anfänglich zunimmt, zwischen 97° d 245° ein Maximum erreicht und dann abnimmt. Auch sere Beobachtung liefert einen Beitrag dafür, dass das Wasserffocclusionsvermögen bei höherer Temperatur weiter abnmt, da dieselbe bei unserem Versuche etwas über 450° trug.[4])

---

1) Graham und

2) Lisenko. Kraut-Gmelin, Handb. der anorgan. Chemie. 1875. p. 1228 u. f.

3) In Fehling's Handwörterbuch der Chemie. 1. p. 27 steht irrımlicherweise 546 statt 526.

4) G. Neumann, Monatshefte für Chemie. 13. 1892.

Platin.

Platin wurde als Schwamm und als Mohr untersucht. Die Reaction ist jener, welcher wir am Palladium beobachteten, ziemlich ähnlich. Die Einwirkung des Platinschwammes ist weniger heftig als die von Platinmohr, bei welchem die Vereinigung des occludirten Wasserstoffes und des Sauertoffes unter Rothglühen des Metalles statt hat. Platinschwamm wurde erhalten durch Glühen von Ammoniumplatinchlorid, Platinmohr durch Reduciren von Platinchlorid mit Natriumcarbonat und Traubenzucker. Die Resultate bei ein- und derselben Substanz und unmittelbar sich aneinander schliessenden Versuchen sind folgende:

9,96 g Platinschwamm (spec. Gew. 21,5), also 0,46 cm³, lieferten Wasserstoff:

1.	0,0111 g	Wasser mit	0,001233 g	oder 13,78 cm³.
2.	0,0057 g		0,00063 g	7,07 cm³.
3.	0,0045 g		0,00050 g	5,58 cm³.
4.	0,0024 g		0,000267 g	2,98 cm³.

Daraus berechnet sich für einen Cubikcentimeter Platin 29,95, 15,37, 12,13 und 6,48 cm³ Wasserstoff. 9,24 g Platinmohr (spec. Gew. 21,5), also 0,43 cm³ erzeugten nach der Occlusion 0,0171 g Wasser mit 0,0019 g oder 21,21 cm³ Wasserstoff, somit nahm dieses sein 49,30faches Volumen Wasserstoff auf.

Graham hat bei demselben Metall folgende Zahlen gefunden: Es absorbirt bei der Darstellung geschmolzenes Platin bei einstündigem Glühen nur 0,17 Volum., Platinschwamm bei 200° 1,48 Volum., geschmiedetes Platin 2,95 Volum., verarbeitetes, ursprünglich nicht geschmolzenes Platin 3,83—5,53 Volum. und Platinfolie bei 100° 0,76 Volum., bei 230° 1,45 Volum.

Diese Resultate sind bei Weitem niedriger als die unserigen; es mag dieses daran liegen, dass wir unter bedeutend günstigeren Bedingungen arbeiteten als jener Forscher. Ferner machte Graham bei seinen Untersuchungen einen ähnlichen Fehler wie Cantor und Strecker, indem er bisweilen den Wasserstoff durch Luft aus den Apparaten ver-

ängt, in welchen sich die Metalle mit dem occludirten Vasserstoff befinden, und dann erst evacuirt, also auch wahrheinlich den grössten Theil des Gases vor dem eigentlichen achweis oxydirt.

Gold.

Gold occludirt verhältnissmässig viel Wasserstoff. Es wird us Aurichlorid und Oxalsäure in fein vertheilter Form gefällt, nit heissem Wasser vollständig ausgewaschen und geglüht. Die Einwirkung des Sauerstoffes auf den occludirten Wasserstoff ist nicht besonders stark. 3,64 g Metall (spec. Gew. 9,32), also 0,19 cm^3 absorbiren 0,00079 g oder 8,80 cm^3 Vasserstoff, was sich aus der aufgefangenen. 0,0071 g schween Menge Wasser berechnet, demnach das 46,32fache des igenen Volumens. Es wurde noch ein zweiter Versuch mit iner grösseren Menge gleich bereiteten Goldes angestellt. ,76 g Gold, also 0,505 cm^3 lieferten bei der auf die Occlusion olgenden Verbrennung im Sauerstoffstrom 0,0152 g Wasser, . h. 0,00169 g oder 18,84 cm^3 Wasserstoff, mithin 37,31 cm^3 ro Cubikcentimeter Metall.

Auch bei diesem Metall findet Graham bedeutend weniger as occludirt, nämlich nur 0,48 Volum. Dieses Resultat ist ähnlicher Weise zu erklären, wie es beim Platin geschehen. usserdem ist noch zu berücksichtigen, dass Graham Gold n sogenannten Probirrollen verwendete, also ein wesentlich chteres Material als das unserige, gebrauchte.

Silber.

Silber in sehr fein vertheiltem Zustande occludirt keinen asserstoff. Die für den Versuch angewendeten 23,12 g ler 2,19 cm^3 Metall wurden aus Silbernitrat durch Fällen it Natriumformiat erhalten, gut gewaschen und ausgeüht. Solches Silber ist grauweiss und bildet nach dem Ver-.ch eine zusammenhängende poröse Masse von rein weisser arbe.

Trotz Wiederholung des Versuches haben wir keinen asserstoff nachweisen können, was um so merkwürdiger ist, t, als Graham angibt, Silberdraht occludire das 0,211fache id gefrittetes, also dem von uns untersuchten ähnliches

Silber das 0,907fache Volumen Wasserstoff. Thoma[1]) spric
dem Silber das Vermögen, Wasserstoff zu occludiren, a
Diese mit unserer Beobachtung übereinstimmende Behauptu
kann jedoch nicht von Werth sein, da Thoma die gleic
Behauptung von Gold und Kupfer aufstellt, von zwei Metall
bei denen wir und eine Reihe Anderer mit Sicherheit d
Occlusionsvermögen für Wasserstoff nachgewiesen haben.

Kupfer.

Kupfer hat nach unseren Beobachtungen die Fäh
keit, das ca. fünffache Volumen Wasserstoff zu abs
biren. Die Untersuchung geschah mit Kupfer, welches du
Reduciren von solchem reinen Kupferoxyd im Wasserst
strom entsteht, wie es zur organischen Elementaranalyse a
gewendet wird. Für den einen Versuch wurden 36,45 g,
den den anderen 35,70 g Kupferoxyd reducirt. Diesen e
sprechen 28,99 g und 28,50 g Kupfer. Nimmt man das s
cifische Gewicht mit 8,92 an, so sind 3,25 und 3,19 cm³
Anwendung gekommen. Der von dieser Menge aufgenomme
Wasserstoff erzeugte bei der Verbrennung 0,0126 g u
0,0123 g Wasser, also 0,0014 g, 0,00137 g oder 15,63 u
15,25 cm³ Wasserstoff. Diesen Zahlen entsprechen die 4,8
und die 4,78fache Menge Gas vom Kupfer.

Graham findet, dass reducirter Kupferschwamm 0,6 Volu
und Kupferdraht 0,306 Volum. Wasserstoff absorbirt. Na
Melsens[2]), dessen Abhandlung uns nicht zu Gebote stan
nehmen 240 g Kupfer ungefähr 0,007 g Wasserstoff auf, a
besten, wenn Kupferoxyd bei niedriger Temperatur reduci
wird. 240 g Kupfer (spec. Gew. 8,92) sind 26,9 cm³ u
0,007 g Wasserstoff sind 78,14 cm³, mithin fand Melsens d
2,9fache Volumen des angewendetnn Metalles. Diese Angal
stimmt zu der unserigen besser als zu derjenigen Graham'

Aluminium.

Bei der Untersuchung des Aluminiums auf seine Occlusion
capacität für Wasserstoff wurde käufliches Metall in Blechfor
verwendet. Dasselbe wurde mit feinem Schmirgelpapier blan

1) M. Thoma, Zeitschr. für physik. Chemie **3.** p. 93. 1889.
2) Melsens, Ann. chim. et phys. (3) **8.** p. 205.

;eputzt und zusammengerollt in die betreffende Glasröhre ge-
ıracht. Nach dem Erhitzen im Sauerstoffstrom war es nicht
;anz, aber doch stark oxydirt. Es occludirt nur wenig Wasser-
toff, denn 18,12 g vom spec. Gew. 2,60, mithin 6,97 cm³
ırzeugten 0,0153 g Wasser oder 0,0017, d. i. 18,98 cm³
Wasserstoff oder das 2,72 fache Volumen des angewandten
Metalles.

Eisen.

Eisen hat ein bedeutend grösseres Aufsaugungsvermögen für Wasserstoff. In Anwendung kam Ferr. reduct. puriss. Ph. G. ed. II (von Trommsdorff), welches längere Zeit im Wasserstoffstrom geglüht worden war. Beim Ueberleiten von Sauerstoff über das mit Wasserstoff beladene Metall tritt deutlich Erwärmung auf. Die beiden Versuche, deren Resultate hier folgen, sind mit derselben Probe ausgeführt worden. 1. 11,93 g (spec. Gew. 7,89) oder 1,52 cm³ Metall liefern 0,0235 g Wasser, das sind 0,0026 g oder 29,14 cm³ Wasserstoff oder das 19,17 fache Volumen von Metall. 2. Dieselbe Menge Eisen gab 0,0115 g Wasser ab, wovon 0,00126 g Wasserstoff sind, d. h. 14,26 cm³ oder das 9,38 fache Volumen.

Es ist schon mehrfach beobachtet worden, dass Eisen Wasserstoff occludirt, so z. B. von Thoma. welcher dieses Gas im electrolytisch gefällten Element nachwies, ferner von Graham, der einen mit Lauge gewaschenen dünnen Eisendraht im Wasserstoff rothglühend macht und dann daraus 0,46 Volumina Gas wieder gewann. Also auch diese Angabe Graham's steht wesentlich hinter unseren Resultaten zurück.

Nickel.

Nun erschien es interessant, mit dem Apparate zu beobachten, wie sich Nickel verhält, welches sonst in seinen Eigenschaften zwischen Kupfer und Eisen steht. Wenn man die Maximalzahlen berücksichtigt, die hier nur von Belang sind, so erscheint auch Nickel in Bezug auf seine Wasserstoffabsorption zwischen den beiden genannten Metallen.

Es liefern nämlich 10,70 g Nickel (spec. Gew. 8,90) oder 1,20 cm³: .1) 0,0163 g Wasser oder 0,001815 g, entsprechend 20,22 cm³ Wasserstoff, d. h. das 16,85 fache Volumen vom Metall; 2.) 0,0170 g Wasser mit 0,00189 g oder 21,09 cm³, also

das 17,57fache Volumen des Elementes. Das verwendete Metall wurde in der Weise dargestellt, dass reines Nickeloxalat im Sauerstoffstrom vollständig verbrannt, mit Wasserstoff reducirt nochmals oxydirt und schliesslich endgültig reducirt wurde. Beim Leiten von Sauerstoff durch die erkaltete, Nickel und Wasserstoff enthaltende Röhre tritt merkliche Erwärmung auf.

Auch bei Nickel sind schon Versuche über die Absorptionscapacität für Wasserstoff gemacht. Es gibt nämlich Raoult[1]) an, dass käufliches, sehr poröses Würfelnickel, sowie reines poröses Nickel, als Electrode im Voltameter angewendet, sich reichlich mit Wasserstoff belade und unter Wasser getaucht das 165fache des eigenen Volumens entwickle. Thoma[2]) hat theils Occlusion beobachtet, theils nicht. Da seine Bemerkung über diesen Gegenstand etwas unklar ist, citiren wir sie wörtlich: „Ebenso zeigten sich andere Metalle, wie Gold......, und als *rein bezogener Nickeldraht* (mit 0,25 Proc. Mg) in dieser Hinsicht indifferent, während Nickelblech und dicker *Nickeldraht, wie man sie im Handel bezieht,* sowie Aluminium ein ähnliches Verhalten wie das Eisen ergaben.“

Kobalt.

Naturgemäss schloss sich an die Untersuchung von Nickel die von Kobalt an. Das Metall ist aus käuflichem Sulfate dargestellt worden, welches in Kobaltkaliumnitrit, dann in Kobaltsesquioxyd und schliesslich durch Glühen im Wasserstoffstrom in das Metall verwandelt wurde. 6,59 g (spec. Gew. 8,60) oder 0,77 cm^3 sind zweimal mit Wasserstoff beladen und untersucht worden. Sie gaben unerwartet hohe Zahlen, denn bei der Verbrennung wurden 0,095 g und 0,037 g Wasser erhalten. Dies berechnet sich auf 0,01056 g oder 117,81 cm^3 Wasserstoff, also das 153fache Volumen und auf 0,00411 g oder 45,67 cm^3, d. i. das 59,31fache Volumen vom Metall. Die Einwirkung des Sauerstoffes auf den occludirten Wasserstoff geschah schon in der nicht erhitzten Röhre unter lebhaftem Erglühen.

Der Uebersichtlichkeit wegen haben wir die Resultate tabellarisch zusammengefasst.

1) Raoult, Jahresb. 1869. 272.

2) M. Thoma, Zeitschr. für physikal. Chemie. 1889. 3. 93.

Metall	Gewicht in Gramm	Spec. Gewicht [1])	Volumen in Cubikcentimeter	Gefundene Menge Wasser in Gramm	Berechnete Menge Wasserstoff in Cubikcentimetern.	Absorbirter Wasserstoff pro Volumeneinheit
lei	200	11,37	17,59	0,0022	2,72	0,15
, ...	39,94	11,37	3,51	0,0003	0,37	0,11
alladium . .	11,15	11,40	0,98	0,3969	492,30	502,35
atinschwamm	9,96	21,50	0,46	0,0111	13,78	29,95
"	9,96	21,50	0,46	0,0057	7,07	15,37
"	9,96	21,50	0,46	0,0045	5,58	12,13
"	9,96	21,50	0,46	0,0024	2,98	6,48
latinmohr . .	9,24	21,50	0,43	0,0171	21,21	49,30
old	3,64	19,32	0,19	0,0071	8,80	46,32
"	9,76	.19,32	0,505	0,0152	18,84	37,31
lber	23,12	10,53	2,19	0,0000	0,00	0,00
upfer . . .	28,99	8,92	3,25	0,0126	15,63	4,81
" . . .	28,50	8,92	3,19	0,0123	15,25	4,78
luminium . .	18,12	2,60	6,97	0,0153	18,98	2,72
isen	11,93	7,86	1,52	0,0235	29,14	19,17
"	11,93	7,86	1,52	0,0115	14,26	9,38
ickel	10,70	8,90	1,20	0,0163	20.22	16,85
"	10,70	8,90	1,20	0,0170	21,09	17,57
obalt . . .	6,59	8,60	0,77	0,0950	117,81	153,00
" . . .	6,59	8,60	0,77	0,0370	47,67	59,31

Es ist aus diesem Schema ersichtlich, dass mit wenigen usnahmen das Occlusionsvermögen der Metalle für Wasseroff bei Wiederholung der Versuche mit derselben Probe des lementes abnimmt. Diese Erscheinung erklärt sich bei den len Metallen dadurch, dass dieselben beim Verbrennen des cludirten Wasserstoffes durch Sauerstoff stark erhitzt, gehmolzen und dichter werden; dichtere Elemente aber occluren nach Graham schlechter als poröse. Bei den unedlen etallen sollten solche Erscheinungen nicht auftreten, denn im Verbrennen des occludirten Wasserstoffes im Sauerstoff erden diese Elemente oxydirt, also die Metallatome wieder neinander getrennt und so beim neuen Beladen dem Wasseroff zugänglich. Dementsprechend sind die beim Nickel und upfer gefundenen Resultate je zweier Versuche untereinander emlich gleich. Es bleibt unerklärlich, weshalb das Aufnahme-

1) Landolt u. Börnstein, Physikalisch-chemische Tabellen, 1883.

vermögen des Eisens und des Kobalts auf die Hälfte und mehr heruntergegangen ist.

Da möglicherweise ein Zusammenhang zwischen der Occlusion und der Polarisation des Wasserstoffes bestehen könnte — das Verhalten von Palladium und Platin weist darauf hin — schien es nicht uninteressant, auch das Verhalten von Kobalt als Kathode im Voltameter zu untersuchen. Ueberraschenderweise zeigt das Metall, verglichen mit einer ausserhalb des Stromkreises befindlichen Zinkelectrode in Zinksulfatlösung keine Spur von Wasserstoffpolarisation, sobald die ladende Kette geöffnet wurde.

Zum Schluss erlauben wir uns, Hrn. Prof. Dr. Skraup für die Bereitwilligkeit und Liebenswürdigkeit, mit welcher er uns bei der vorstehenden Arbeit unterstützte, unseren verbindlichsten Dank auszusprechen.

Graz, Chemisches Institut der Universität.

I. *Beiträge zur Theorie des Secundärelementes; von Franz Streintz.*

Vierte Mittheilung.[1])

8. Nachweis des Bleisuperoxydhydrates im Elemente.

Bei der Prüfung verschiedener Bleiverbindungen auf ihr lectromotorisches Verhalten hatte sich auch ergeben, dass Bleisuperoxydhydrat ($H_2 Pb O_3$) electrolytisch leitet und in der pannungsreihe dem metallisch leitenden Superoxyd ($Pb O_2$) edeutend nachsteht. Ausserdem wurde gefunden, dass eine ait Schwefelsäure übergossene Schicht von Superoxydhydrat, relche auf Superoxyd gepresst worden war, die Spannung des etzteren Körpers in demselben Electrolyte heruntersetzt.

Daraus konnte gefolgert werden, dass als Träger der ohen E. K. im Elemente das Superoxyd und nicht dessen Iydrat zu gelten habe. Wenn sich dieses bei der Ladung ennoch bilde, so sei es nur als Nebenproduct anzusehen.

Der erwähnte Versuch einer Spannungsverminderung durch as Hydrat konnte nun möglicherweise ein Mittel an die Hand eben, um das Vorhandensein oder Fehlen dieser Bleiverbinung im Secundärelemente nachzuweisen. Bisher war es nur ie Farbe der positiven Platte, welche einen allerdings ziemlich nsicheren Schluss darüber gestattete. Bekanntlich sieht eine eladene positive Platte eines durch Eintragung von Füllmasse uf mechanischem Wege hergestellten Elementes (Tudor, El. 'ow. Stor. Comp., Farbaky-Schenek u. s. w.) braun aus, wähend jene eines Elementes, bei welchem die Oxydschicht auf lectrolytischem Wege erzeugt wurde (Planté) ein schwarzes, n vielen Stellen glänzend krystallinisches Ansehen besitzt.

Es lässt sich ohne Schwierigkeit ein abweichendes electroiotorisches Verhalten der beiden erwähnten Grundtypen nach-

---

1) F. Streintz, Wied. Ann. **38.** p. 344. 1889; **43.** p. 241. 1891 nd F. Streintz u. G. Neumann, Wied. Ann. **41.** p. 97. 1890.

weisen. Vorher sollen zwei orientirende Versuche Erwähnung finden.

Erster Versuch. Ein zu einem Cylindermantel gebogener Bleistreifen deckte die Seitenwand eines runden Glasgefässes, in dessen Mitte sich ein Platinblech befand. Das Gefäss war mit Bleinitratlösung gefüllt. Vier Daniell dienten zur Electrolyse der Flüssigkeit. Am Platin wurde braunes Superoxyd, am Blei das Metall in glänzenden Schuppen abgeschieden. Nachdem die Electrolyse durch Stunden vor sich gegangen war, wurde die mit schwammigem Superoxyd dicht überdeckte Platte aus der Lösung entfernt, mit destillirtem Wasser gut abgespült und in verdünnte Schwefelsäure gebracht, in welcher sie mit einer amalgamirten Zinkplatte zu einem Elemente bei einem Widerstande von 30 Ohm verbunden werden konnte. Ausserhalb des Stromkreises befand sich eine zweite Zinkplatte in einem Becherglase, dessen Säure durch einen Glasheber mit dem Elemente communicirte. Die Platinelectrode wurde nun von Zeit zu Zeit mit der neutralen Zinkplatte am Potentialgalvanometer verglichen. Solange das Element noch offen stand ergab sich eine Spannung von 2,50 Volt. Mit Stromschluss sank dieselbe auf 2,47 Volt; es folgte nun continuirlich mässige Abnahme durch längere Zeit. (In einem Falle, wo die vorangegangene Electrolyse durch sechs Stunden gedauert hatte, durch drei Viertelstunden, in einem anderen Falle, bei dem die ganze Nacht hindurch Superoxyd abgeschieden worden war, durch anderthalb Stunden.) Endlich wurde ein Werth von 2,40 Volt erreicht, von dem dann rasche Abnahme der Potentialdifferenz eintrat.

Zweiter Versuch. Die in der oben angegebenen Weise mit Superoxyd bedeckte Platinplatte kam wieder in das runde Glasgefäss zu stehen, welches diesmal mit einer Lösung von Natriumbleitartrat gefüllt war. Die Electrolyse überkleidete in anderthalb Stunden die Superoxydschicht vollständig mit schwarzem Superoxydhydrat. Die so behandelte Platte wurde in gleicher Weise wie vorher mit den beiden Zinkplatten in Beziehung gebracht.

Unmittelbar nach Schliessen des Elementes stieg die Spannung beträchtlich an, erreichte nach zwei Minuten einen Werth von 2,41 Volt, nach fünf Minuten ein Maximum von

2,52 Volt. Der weitere Verlauf spielte sich in vollständig analoger Form ab, wie beim ersten Versuche.

Aus den beiden Versuchen ergibt sich, dass eine aus reinem Superoxyd bestehende Platte eine stete Abnahme, dass hingegen eine mit Superoxydhydrat überzogene Superoxydschicht zuerst eine bedeutende Zunahme der Potentialdifferenz bei der Entladung erfährt. Da das spätere Verhalten beider Platten identisch wird, so ist der Schluss gestattet, dass zu Beginn der Entladung der Zerfall der Verbindung $H_2 Pb O_3$ in $Pb O_2$ und $H_2 O$ stattfinde.

Es liegt nahe, anzunehmen, dass bei vorschreitender Ladung eines Elementes die Bildung der Verbindung $H_2 Pb O_3$ stattfinden werde, ein Process, welcher sich durch Abnahme der Potentialdifferenz zwischen der positiven Platte und einer unpolarisirbaren Electrode zu erkennen geben müsste.

In dieser Absicht wurde eine Anzahl von Planté-Elementen, die von Bréguet in Paris im Jahre 1884 hergestellt und seit jener Zeit in steter Verwendung waren, im letzten Stadium der Ladung untersucht. Die Vermuthung zeigte sich bestätigt; insbesondere scheinen schwache Ladungsströme die Bildung des Hydrates zu begünstigen. Es genügt, einfach die Klemmenspannung eines Planté-Elementes von Zeit zu Zeit zu beobachten, um die Abnahme der Potentialdifferenz nach einem erreichten Maximalwerthe festzustellen.

Die Beobachtungen geschahen mittelst eines empfindlichen aperiodischen Spiegelgalvanometers, welches mit einem Widerstande von 0,2 Megohm verbunden war. Zwei Normal-Elemente von Clark wurden der Klemmspannung superponirt, und zwar, um von etwaigen Störungen der Horizontalintensität unabhängig zu sein, dergestalt, dass mit Hülfe einer Wippe die beiderseitigen Ausschläge beobachtet wurden, wenn zuerst ein Clark und unmittelbar darauf zwei Clark der Klemmenspannung im Planté entgegengestellt wurden. Aus den erhaltenen Zahlen für $E - C$ und $2\,C - E$ berechnete man zunächst die Ausschläge für C und E und daraus mit Hülfe der Lord Rayleigh'schen Gleichung den Werth von E in theoretischen Volts. Diese Methode der Differenzenbestimmung, welche auch in den folgenden Abschnitten zur Verwendung kam, zeichnet sich durch grosse Empfindlichkeit und Genauigkeit aus.

Die untersuchten Planté's besassen eine Capacität von 5,5 Ampèrestunden und wurden mit zwei grösseren Secundärelementen bei einem Widerstande von 2 Ohm geladen. Da sich dieselben ziemlich analog verhielten, so soll nur ein Beispiel herausgegriffen werden. Das Element hatte etwa ein Drittel seiner vorangegangenen Ladung abgegeben, als es neuerdings solche erhielt. Nach einer Viertelstunde betrug die Klemmenspannung 2,143, nach zwei Stunden 2,310 Volt. Beide Platten schieden zu dieser Zeit Gas ab. Nach weiteren 15 Minuten betrug die Spannung nur mehr 2,285, nach 30 Minuten 2,265, um endlich in 5 Stunden vom Beginn der Ladung gerechnet auf 2,163 Volt herabzusinken. Die positive Platte hatte schwarze Färbung erhalten und ausserdem an verschiedenen Partieen weisse krystallinische Pünktchen angesetzt, sodass sie daselbst wie bereift aussah. Fährt man mit der Ladung noch weiter fort, so zeigen sich eigenthümliche Fluctuationen in der Klemmenspannung und die Bereifung der Oberfläche macht Fortschritte. Wird das Element geöffnet sich selbst überlassen, dann werden die weissen Kryställchen sparsamer, wird es zur Entladung geschlossen, so verschwinden dieselben in ziemlich kurzer Zeit.

Das Verhalten der Klemmenspannung eines Planté im letzten Stadium der Entladung ist mithin völlig abweichend von jenem der Typen mit Füllmasse. Ein Planté-Element erreicht während der Ladung ein Maximum der Spannung, um dann wieder abzunehmen, bei einem Elemente mit Füllmasse schnellt die Spannung mit Eintritt freier Wasserstoffentwickelung in die Höhe, unterliegt aber darüber hinaus keinen characteristischen Aenderungen. Die Maximalspannung des Planté betrug im angeführten Beispiele nur 2,310; bei Anwendung von stärkeren Strömen liess sich dieselbe bis zu 2,45 Volt steigern; über diesen Werth hinaus konnte sie nicht gebracht werden. Die Spannung eines Elementes mit Füllmasse hingegen schreitet je nach den angewendeten Stromstärken zu Werthen von 2,65 bis 2,90 Volt vor.

Zu Beginn der Entladung eines mit Superoxydhydrat versehenen Elementes soll die positive Platte qualitativ dieselbe Erscheinung zeigen, wie die Platinplatte im zweiten Versuche. Man ist auch hier im Stande eine Zunahme der Klemmen-

spannung zu bemerken, vorausgesetzt, dass das Element nicht zu kräftige Entladungsströme zu erzeugen hat. In diesem letzterem Falle muss zum Nachweise eine neutrale Platte zu Hülfe genommen werden.

Nachdem ein Planté einige Stunden über die Zeit hinaus, zu welcher das Maximum der Klemmenspannung erreicht war, Ladung erhalten hatte, blieb es einige Stunden geöffnet, damit die Sauerstoffpolarisation zum grössten Theile ablaufen könne. Dann wurde es mit einem Widerstande von 2 Ohm entladen. Es ergaben sich die nachstehenden Klemmenspannungen in den auf den Augenblick des Stromschlusses folgenden Minuten:

1 Min.	1,944 Volt	25 Min.	1,950 Volt	55 Min.	1,954 Volt
5 „	1,942 „	30 „	1,951 „	65 „	1,954 „
10 „	1,947 „	35 „	1,952 „	75 „	1,954 „
15 „	1,948 „	40 „	1,953 „	95 „	1,953 „
20 „	1,949 „	45 „	1,953 „		

Die in den ersten Minuten stattfindende Abnahme rührt von der Zerstörung der Reste der Sauerstoffpolarisation her. Dann erfolgt eine durch 50 Minuten währende Zunahme der Potentialdifferenz, bis mit dem Werthe 1,954 das Maximum derselben erreicht ist. Zu dieser Zeit wird das Superoxydhydrat soweit zerstört sein, dass es sich nicht mehr zur electromotorischen Geltung bringen kann.

Das Ergebniss lässt sich somit in folgenden Satz zusammenfassen: Die Bildung von Superoxydhydrat im Secundärelemente macht sich durch eine Abnahme der Klemmenspannung bei der Ladung erkenntlich, die Zerstörung desselben durch eine Zunahme bei der Entladung.

Zuweilen gelingt es bei besonders lange dauernder Ueberladung mit geringer Stromstärke auch an einer mit Füllmasse versehenen positiven Platte die besprochenen Erscheinungen, jedoch in bedeutend weniger auffallender Weise hervorzurufen. Die Platte erhält dann ein vanillebraunes, niemals aber schwarzes Ansehen. Das Auftreten des Superoxydhydrates im Elemente dürfte nur von theoretischem Interesse sein; wenigstens fand sich kein Grund vor, von der seinerzeit ausgesprochenen Behauptung, dass dasselbe als Nebenproduct anzusehen sei, abzugehen.

9. Abhängigkeit der electromotorischen Kraft vom Säuregehalt.

Ueber diesen Gegenstand liegt eine Untersuchung von Heim[1]) vor. Zwei Elemente (ein Tudor'scher und ein El. Pow. Stor. Comp.-Sammler) wurden mit verschiedenen Säuremischungen, deren Dichten in geladenem Zustande von 1,109 bis zu 1,285 anstiegen, in zweckentsprechender Weise behandelt. Die E. K. gemessen 15 bis 18 Stunden nach beendigter Ladung nahmen mit steigender Concentration ziemlich genau proportional dem Säuregehalte zu. Nur zwischen 10 und 18 Gewichtsprocenten fand die Zunahme etwas langsamer statt.

Heim sieht jede Zelle einer Sammlerbatterie, die längere Zeit im Gebrauche gestanden, als eine Art Individuum an, das als solches seine Besonderheiten hat. Es erscheint daher nicht überflüssig, die Untersuchung auf eine grössere Reihe von Elementen auszudehnen und die Prüfung in einem weiteren Bereich von Säuremischungen durchzuführen, um unter Umständen nach Beseitigung individueller Eigenschaften eine allgemein gültige Beziehung zwischen E. K. und dem Säuregehalt festzustellen. Dazu wurde in folgender Weise verfahren.

Zwölf Versuchselemente, welche aus Tudorplatten geschnitten waren, die Hr. L. Gebhard, Director der Hagener Accumulatorenwerke in Wien freundlichst zur Verfügung gestellt hatte, wurden in der in der dritten Mitteilung angegebenen Weise hergestellt. Dabei war gesorgt, dass auch die Zuleitungen nur aus Blei bestanden. Die positiven Platten besassen die Dimensionen 3,1 × 3,0 qcm, die negativen 3,6 × 3,5 qcm. Der Säureinhalt betrug etwa 80 ccm. Element I erhielt eine Säuremischung, bei welcher zu 100 ccm Wasser 5 ccm Schwefelsäuremonohydrat traten, Element II zu derselben Wassermenge 10 ccm Säure, und so wurde in jedem weiteren Elemente der Gehalt an Säure um je 5 ccm vermehrt, sodass endlich Element XII zu 100 Theilen Wasser 60 Theile Säure erhielt. Die zwölf Elemente wurden dann hintereinander geschaltet und mit der Accumulatorenbatterie des Hauses, bestehend aus

1) C. Heim, Electrotechn. Zeitschrift. **10.** p. 88. 1889.

28 Elementen bei einer Stromstärke von weniger als einem Zehntel Amp. durch 48 Stunden formirt und geladen. Die Klemmenspannung der einzelnen Elemente gegen Schluss der Ladung war ziemlich gleichwerthig und betrug 2,65 bis 2,75 Volt. Nach beendeter Ladung wurde die Verbindung der Elemente untereinander gelöst. Die Pole jedes Elementes standen mit wohlisolirten Quecksilbernäpfchen in Verbindung, die eine rasche Verbindung mit den Apparaten nach der im vorigen Abschnitte angegebenen Weise gestatteten.

Bei den Elementen X, XI und XII war die Säure während der Ladung milchig geworden, auch hatte sich von den negativen Platten derselben Füllmasse losgelöst und bedeckte den Boden der Gefässe. Zudem hatten sich jene mit einer weissen Schicht überzogen; die negativen Platten der übrigen Elemente jedoch hatten die bekannte mausgraue Färbung angenommen. Ferner stellte es sich heraus, dass nach dem Oeffnen des Ladungsstromes die negativen Platten jener Elemente, welche die stärkeren Säuren enthielten, dauernd Gas entwickelten und dies um so lebhafter, je höher die Säure concentrirt war. Kein Zweifel, dass der Angriff auf Blei unter Bildung von Sulfat mit zunehmender Concentration der Säure wächst. Die positiven Platten jedoch hatten bei sämmtlichen Elementen gleiches Ansehen. [1])

Nach zwei Tagen trat keine weitere Abnahme der Potentialdifferenzen mehr ein. Zu dieser Zeit wurde die E. K. jedes einzelnen Elementes bestimmt. Unmittelbar nach diesen Bestimmuugen wurden den Elementen mittelst Pipetten, deren untere Enden sich in der Mitte zwischen beiden Platten befanden, je 20 ccm Säure entnommen. Mit Natronlauge als Titre- und Phenolphtalein als Indicator-Flüssigkeit wurde der Säuregehalt aller Proben bestimmt.

Die Resultate sind in nachstehender Tabelle zusammengestellt: die erste Col. gibt die Ordnungszahl der Elemente, die zweite die beobachteten Werthe für die E. K. E in Volt, die dritte endlich den Säuregehalt z in Grammen auf 1000 ccm Flüssigkeit an.

Die E. K. steigt gleichmässig mit dem Säuregehalt an.

---

1) Man vgl. eine gegentheilige Bemerkung von Heim a. a. O. p. 92.

Trägt man die Werthe für den Säuregehalt als Abscissen, jene für die dazu gehörige E. K. als Ordinaten auf, so erhält man eine Curve, welche von den Geraden nur wenig abweicht, die mithin durch die Gleichung

$$E_z = E_0 + z\frac{\partial E}{\partial z} \tag{1}$$

bestimmt wird. In dieser Gleichung bedeutet E_z die E. K. bei dem Säuregehalte z, E_0 jene bei einem „Säuregehalte Null“[1]) und $\partial E/\partial z$ eine Constante, welche man nach analog gebildeten Ausdrücken als den liegenden Druck der E. K. bezeichnen kann.

Die Rechnung ergibt für $E_0 = 1{,}850\,V$ und für $\partial E/\partial z = 0{,}00057$. Die in der dritten Col. enthaltenen Werthe E_z wurden aus Gleichung (1) ermittelt. Die Abweichungen der berechneten von den beobachteten Werthen (Δ) betragen in den äussersten Fällen ein viertel Procent vom Gesammtwerthe.

Nr.	E	z	E_z	Δ
I	1,900	86,3	1,899	+ 0,001
II	1,950	166,1	1,945	+ 0,005
III	1,987	236,7	1,985	+ 0,002
IV	2,021	296,9	2,019	+ 0,002
V	2,055	366,3	2,059	− 0,004
VI	2,087	425,2	2,092	− 0,005
VII	2,116	470,0	2,118	− 0,002
VIII	2,149	516,3	2,144	+ 0,005
IX	2,173	570,4	2,175	− 0,002
X	2,195	611,6	2,199	− 0,004
XI	2,217	640,9	2,215	+ 0,002
XII	2,235	684,2	2,240	− 0,005

Es dürfte erwünscht sein, an Stelle des Säuregehaltes in die Gleichung das specifische Gewicht eingeführt zu finden. Da keine Wägungen der Proben vorgenommen wurden, so musste dazu die von J. Kolb[2]) angegebene Tabelle verwendet werden. Hier ergibt sich eine merkwürdige Discrepanz. Lässt man nämlich den Ausgangswerth E_0 ungeändert und definirt ihn als die E. K. eines Elementes, dessen Säure 0,999, das spe-

1) Selbstverständlich ist unter der E. K. bei dem Säuregehalte Null nicht etwa jene zu verstehen, die man erhielte, wenn man das Element mit Wasser beschicken würde.

2) J. Kolb, Dinglers Polyt. Journ. **209.** p. 268. 1873, vergl. Landolt u. Börnstein, Phys. Chem. Tabellen. p. 140. 1883.

fische Gewicht des Wassers bei der Beobachtungstemperatur
›n 16° besitzt, so findet man nach Berechnung des Coeffi-
.enten für die sechs ersten Elemente durchweg Abweichungen
n negativen, für die sechs letzten hingegen wachsende Ab-
eichungen im positiven Sinne von den beobachteten Grössen.
iese Abweichungen betragen bei den Elementen X, XI und
II 0,011, bezw. 0,017 und 0,016 Volt.

Der Grund hierfür mag darin liegen, dass der Electrolyt
n den letztgenannten Fällen zunehmende Mengen von Blei-
ulfat, sei es gelöst, sei es in der Flüssigkeit suspendirt, bei-
emengt erhält.

Durch die Titration wird der Gehalt an Schwefelsäure
llein bestimmt. Bei Benutzung der Kolb'schen Zahlen je-
loch wird die Voraussetzung gemacht, dass die Schwefelsäure
eine fremden Substanzen enthält, welche die Werthe für die
pecifischen Gewichte beeinflussen.

Um über diesen Punkt Aufklärung zu erhalten, wurde
in Versuch mit einem Elemente von der ungefähren Concen-
ation des Elementes X angestellt. Dasselbe besass die E. K.
.202 Volt, das specifische Gewicht des Electrolytes betrug
,355, sein Säuregehalt 620 gr/1000 ccm. Aus dem specifischen
ewicht berechnet sich ein Säuregehalt 615. Die Abweichung
eider Zahlen ist zu geringfügig, um irgend einen Schluss zu
estatten. Wird nämlich E_s nach der Gleichung I ermittelt,
findet man 2,203, bezw. 2,201 Volt.

Um nun doch eine Angabe nach dem specifischen Ge-
ichte machen zu können, ausserdem in der Erwägung, dass
e Elemente von geringer Concentration mit Rücksicht auf
e Conservirung der Platten heute die weitaus vorherrschenden
nd, wurden die Elemente VIII bis XII ausgeschieden. Es
lt dann für die ersten sieben die Gleichung

$$) \qquad E_s = 1,850 + 0,917\,(s - s_0)\,, $$

orin E_s die E. K. beim specifischen Gewicht s und s_0 das
ecifische Gewicht des Wassers bei der Beobachtungstempe-
tur ausdrücken. Die Uebereinstimmung zwischen Beobach-
ng und Rechnung wird dann für die ersten sechs Elemente
ne geradezu glänzende, wie aus der folgenden kleinen Ta-
elle hervorgeht.

Nr.	E (beob.)	s (aus x ber.)	E_s (ber.)	Δ
I	1,900	1,055	1.901	− 0,001
II	1,950	1,107	1,949	+ 0,001
III	1,987	1,150	1,988	− 0,001
IV	2,021	1,184	2,020	+ 0.001
V	2,055	1,223	2,055	0
VI	2,087	1,255	2,085	+ 0,002
VII	2,116	1,279	2,107	+ 0,009

Es erschien nun wichtig, die Gleichungen an einigen Elementen von anderen Typen zu erproben. Verschiedene Elemente vom Typus Farbaky-Schenek (Fabrik Getz & Odendall), welche seit fünf Jahren im Gebrauche sind, ergaben, wenn sie der gleichen Behandlung wie die Versuchselemente unterworfen wurden:

Nr.	E (beob.)	x (beob.)	E_x (ber.)	Δ
601	2,143	490,2	2,130	+ 0,013
602	2,150	499,3	2,135	+ 0,015
603	2,151	503,0	2,137	+ 0,014
641	2,120	442,0	2,102	+ 0,018

Die Säureproben, welche der Titration unterworfen wurden, konnten nicht aus der Tiefe der Elemente, sondern nur von der Oberfläche entnommen werden. Die Uebereinstimmung ist eine ziemlich befriedigende; allerdings liegen die Differenzen sämmtlich nach einer Seite.

Die Untersuchung der verschiedenen im vorigen Abschnitte erwähnte Planté-Elemente ergab:

E (beob.)	s (beob.)	E_s (ber.)	Δ
2,059	1,210	2,043	+ 0,016
2,070	1,219	2,052	+ 0,018
1,997	1,156	1,994	+ 0,003
2,034	1,196	2,031	+ 0,003
2,067	1,237	2,068	− 0,001
2,098	1,273	2,101	− 0,003

Die specifischen Gewichte wurden mit Hülfe eines feinen Aräometersatzes von Dr. Geissler bestimmt. Die Uebereinstimmung der beobachteten und berechneten Werthe ist bei den vier letzten Elementen eine vorzügliche; die Construction

ıelben gestattete nämlich, die Säureproben aus der Tiefe heben, während dies bei den ersten zwei nicht mög- war. Da die Grössen Δ sowohl bei den Farbaky, als den zwei ersten Planté-Elementen wenig voneinander diffe- n, so erhält man den Eindruck, als wenn der Ausgangs- th E_0 verschoben worden wäre. Diese Verschiebung könnte er rühren, dass den Elementen weniger von dem schweren fat, das gegen den Boden der Gefässe herabsinkt, ent- ımen wurde als ihnen durchschnittlich entspricht.

10. Der Temperaturcoefficient.

Erst durch die Theorie von v. Helmholtz[1]) gelangte ıer Coefficient zu Bedeutung. Sollen calorimetrische Unter- hungen über das Secundärelement angestellt werden, dann :heint es geboten, vorher die Grösse des Temperaturcoeffi- ıten bei verschieden concentrirten Säuren so genau als ʒlich zu ermitteln.

G. Meyer[2]) konnte eine Veränderlichkeit der E. K. mit Temperatur nicht beobachten. Dabei erstreckten sich ıe Beobachtungen allerdings nur auf Elemente von drei schiedenen Concentrationen, die bei Temperaturen von 20°, und 60° der Messung unterworfen wurden. Wahrschein- ı gelangte G. Meyer deshalb nicht zu positiven Resultaten l er mit den Messungen begann, bevor die Sauerstoffpolari- ion der untersuchten Elemente vollständig abgelaufen war.

Als Versuchselemente dienten wieder Tudorplatten von ıselben Dimensionen wie oben angegeben. Ein kleiner ınwandiger Glaskolben von etwa 70 ccm Fassungsraum rde mit der zu untersuchenden Säuremischung gefüllt und rch einen Kautschukstopfen dicht verschlossen. Der Stopfen :hielt vier Durchbohrungen, in zwei derselben staken die Zu- :ungsbleistreifen für die Platten, durch die dritte führte ein ermometer, die vierte endlich nahm ein Capillarrohr auf, das ı unteren Rande des Stopfens mündete und die im Gefässe findliche Luft zur Vermeidung eines Ueberdruckes bei der wärmung in Communication mit der Atmosphäre brachte. ır Kautschukstopfen war an dem mit entsprechenden Aus-

1) v. Helmholtz, Berl. Ber. 1882. p. 22 u. 525.
2) G. Meyer, Wied. Ann. **33.** p. 265. 1888.

schnitten für Zuleitungen u. s. w. versehenen Holzdeckel eines geräumigen Kupferkessels befestigt. Die im Kessel befindliche Wassermenge wurde durch einen Bunsenbrenner erwärmt und in steter Bewegung erhalten. Beobachtet wurden, meist in Intervallen von fünf zu fünf Graden, die Ausschläge für $(E-C)$ und $(2\,C-E)$ am Potentialgalvanometer. Die Empfindlichkeit des Instrumentes war so gross, dass ein Clarkelement einen einseitigen Ausschlag von 660 mm an einer 2400 mm vom Spiegel des Instrumentes entfernten Scala hervorgerufen hätte.

Jedes zu untersuchende Element wurde in entsprechender Weise geladen und mit den Beobachtungen zwei Tage nach erfolgtem Oeffnen des Ladungsstromes begonnen.

Da der Temperaturcoefficient klein ist, so musste das Temperaturintervall möglichst gross gewählt werden. Bei Temperaturen von 60—70° ist jedoch die Tension des Dampfes der Säuremischung schon eine ziemlich bedeutende. Wenn man daher nach Erwärmung des Elementes wieder auf die niedrige Ausgangstemperatur zurückkehrt, so hat sich die E. K. meist geändert. Diese Aenderungen betrugen zuweilen bis 0,005 Volt, so dass eine solche Beobachtungsreihe verworfen werden musste. Gewöhnlich halten sich dieselben meist innerhalb Grenzen von ein bis drei Tausendstel eines Volt. In den überwiegenden Fällen wächst die E. K., wenn die Erwärmung vor sich gegangen war. Es lässt dies den Schluss zu, dass die Säure nach der Erwärmung concentrirter geworden. Ein entgegengesetztes Verhalten tritt aber sowohl bei schwächeren als stärkeren Säuren auf, so dass ein Urtheil darüber, ob bis zu einem gewissen Säuregehalt eine Zunahme und über denselben hinaus eine Abnahme der Concentration mit der Erwärmung stattfinde, aus der allerdings minimalen Veränderung der E. K. allein nicht möglich war. Untersucht wurden Elemente, deren E. K. zwischen 1,922 und 2,207 gelegen war, deren Säuregehalt also zwischen 126 und 630 g auf 1000 ccm Flüssigkeit variirt wurde.

Der Temperaturcoefficient wurde stets *positiv* gefunden; die grössten Werthe für denselben ergeben sich, wenn die E. K. nahe bei zwei Volt gelegen war. Aehnlich wie im Daniell-Elemente, bei welchem die Concentration der Säure geändert, jene des Kupfersalzes constant gehalten wird, nimmt

der Coefficient bis zu einem Maximum zu, um bei fortgesetzter Zufuhr von Säure wieder abzunehmen. G. Meyer findet in seiner bereits angeführten Arbeit[1]), dass das Maximum für das Daniell-Element bei 30proc. Schwefelsäure erreicht werde. Beim Secundärelemente tritt dasselbe schon bei einem spec. Gewichte 1,160, welches einer Säure von 22 Gewichtsprocenten entspricht, ein.

Bewegt sich die E. K. des Elementes E innerhalb der Grenzen von 1,983 und 2,010 Volt, d. h. in Anwendung der Ausführungen im vorhergehenden Abschnitte, schwankt die Dichte der Säure zwischen den Werthen 1,144 und 1,173, so entspricht der jeweilige Temperaturcoefficient recht gut der Parabelgleichung

$$(3)\qquad \frac{\partial E}{\partial T} = 357 . 10^{-6} - 0{,}64\,(E - 1{,}998)^2.$$

Ueber die angeführten Grenzen hinaus und zwar nach beiden Seiten ist die Abnahme des Coefficienten bedeutend geringer, als der Gleichung entsprechend würde.

Die nachstehende Tabelle enthält einige Bestimmungen jener Coefficienten, welche sich der Gleichung (3) fügen:

E beob.	$10^6 \cdot \frac{\partial E}{\partial T}$ beob.	$10^6 \cdot \frac{\partial E}{\partial T}$ ber.	Δ
1,9828	228	213	+ 15
1,9860	274	265	+ 9
1,9920	333	335	— 2
2,0031	335	341	— 6
2,0072	312	305	+ 7
2,0084	285	293	— 8
2,0090	279	280	— 1
2,0105	255	265	— 10

Die Werthe von E wurden bei 10° C. gefunden, jene von $\partial E / \partial T$ durch Beobachtungen von fünf zu fünf Graden ansteigend bis zu 60 und 70° ermittelt. War die höchste Temperatur, bei welcher beobachtet wurde, erreicht, dann erfolgte rasche Abkühlung des Elementes, welches zu diesem Behufe aus dem Kupferkessel entfernt und in ein mit kaltem Wasser gefülltes

1) G. Meyer a. a. O. p. 272.

Becherglas getaucht wurde. So wurde die Ausgangstemperatur von 10° wieder erhalten. Nun hatte sich aus dem oben angegebenen Grunde eine Veränderung der E. K. vollzogen. Es wurde vorausgesetzt, dass die einer bestimmten Temperatur entsprechende E. K. sich linear mit der Zeit veränderte. Unter dieser Vorraussetzung war es nöthig, die Zeiten zu notiren, zu welchen sämmtliche Beobachtungen vorgenommen worden waren. Dann konnte durch diese Rechnung jene E. K. bei irgend einer Temperatur T gefunden werden, welche zur Zeit, als die Temperatur T' herrschte, vorhanden gewesen wäre. Bei dieser Berechnungsweise ergab sich, dass die E. K. eine lineare Function der Temperatur war.

Zum Schlusse sollen auch die Temperaturcoefficienten, welche ausserhalb des besprochenen Intervalles lagen, mitgetheilt werden. Wegen der Kleinheit der zu messenden Grössen sind dieselben ziemlich unsicher. Es ergaben sich für

E beob.	$10^6 \cdot \frac{\partial E}{\partial T}$ beob.
1,9223	140
2,0779	130
2,2070	73

Es steht jedoch zu erwarten, dass das gewonnene Material genügen wird, um eine Grundlage für die calorimetrischen Messungen, mit denen demnächst begonnen werden soll, zu bilden.

Zum Schlusse möge noch eine Bemerkung gestattet sein. Die Ermittelung des Temperaturcoefficienten scheint, soweit ich bisher übersehen kann, auch bei Bestimmung der Arbeitsleistung eines Elementes von praktischer Bedeutung zu sein.

Es wurde gezeigt, dass der Coefficient stets positives Vorzeichen besitzt. Die gesammte electrische Energie besteht somit aus zwei Summanden. Der erste gibt die durch die Wärmetönung aller im Elemente sich abspielenden chemischen Vorgänge hervorgerufene Energie, die zweite jene auf Kosten des Wärmeinhaltes entstandene an. Für diesen letzteren Antheil besitzen wir ein Maass in dem Coefficienten der Temperatur.

Je grösser der Temperaturcoefficient eines Elementes, ısto mehr Arbeit wird es bei der Entladung zu leisten im ande sein, bis es in das Stadium der Erschöpfung tritt. ıss ein solches Verhalten stattfindet, geht aus Versuchen n Heim[1]) hervor. Nach denselben wächst nämlich die beim ıtladen zu gewinnende electrische Arbeit mit wachsendem ıuregehalte bis zu einem Maximum bei 22 Gewichtsprocenten, ı bei weitersteigendem Gehalte wieder abzunehmen. Dieses aximum der Arbeitsleistung fällt, wie aus dem Vorhergehenn ersichtlich wird, mit dem Maximalwerthe des Temperaturefficienten vollständig zusammen.

Auch für einen weiteren Versuch von Heim, der darin stand, dass durch plötzliche Erhöhung des Säuregehaltes ıch vollendeter Ladung und zwar von 16 auf 22 Proc. der ıtladungsbetrag ansteigt, findet sich unter diesem Gesichtsınkte eine Erklärung.

Graz, Physik. Inst. der Univ., Ostern 1892.

---

1) Heim a. a. O. p. 92 und 94.

VI. *Ueber die Erregung und Beobachtung sehr rascher electrischer Schwingungen; von A. Toepler.*

Die nachfolgenden experimentellen Beiträge zur Kenntniss der electrischen Schwingungen sind eine Ergänzung und Begründung der vorläufigen Mittheilung, welche ich in den Sitzungsber. der Berl. Akad. vom 31. März (voriges Heft d. Ann.) über denselben Gegenstand veröffentlicht habe. Durch frühere Versuche mit der Lecher'schen Drahtcombination war mir bekannt, dass diese mittels der vielplattigen Influenzmaschine sehr stark erregt werden kann. Dies veranlasste mich zu weiteren Experimenten mit raschen Schwingungen; ich vermuthete, dass die bisherigen Hülfsmittel, wie sie aus den bahnbrechenden Hertz'schen Untersuchungen herstammen, durch Heranziehung der Influenzmaschine erweitert werden könnten. Obwohl nun diese Vermuthung sich bestätigte, obwohl sich zeigte, dass die genannte Maschine insbesondere beim Studium kurzer Wellen und deren räumlicher Ausbreitung sehr gute Dienste leisten kann, so habe ich doch mit Mittheilungen gezögert, weil vielplattige Influenzmaschinen wenig verbreitet sind. Zwar spielt das Versagen derselben seit Anwendung der Paraffinüberzüge und seitdem sie in gut schliessenden Glaskästen durch einige flache Glasschalen mit Schwefelsäure trocken erhalten werden, keine Rolle mehr. Allein die rasche Rotation vieler zerbrechlicher Glasscheiben zwischen zahlreichen Spitzenkämmen ist an sich eine experimentelle Unbequemlichkeit, welche bei Mangel an Vorsicht sogar unter Umständen gefährlich werden kann. Dass Hertz zur Auslösung der Schwingungen seiner Oscillatoren nur die Ruhmkorff-Entladung in Betracht gezogen hat, ist daher nicht unbegründet; ich selbst habe in meiner vorläufigen Mittheilung für den allgemeinen Gebrauch auch nur die dort beschriebene Condensatormethode empfohlen, weil dieselbe Influenzmaschinen einfachster Art verlangt.

Es sind mir indessen, als ich die vielplattige Maschine

neben dem Inductorium auf dem Gebiete der raschen Schwingungen verwandte, so viele beachtenswerthe Erscheinungen und Eigenthümlichkeiten begegnet, dass ich deren ausführlichere Mittheilung für wissenschaftlich gerechtfertigt halte. Ich will sie zunächst beschreiben, wiewohl ich auf die einwandfreie Erklärung mancher Einzelheiten vorläufig verzichten muss. Hierbei leitet mich noch ein Gesichtspunkt, welcher vielleicht für die spätere Verwerthung nicht ohne Belang ist. Meine Influenzmaschine liefert in der Secunde bei weitem nicht soviel Electricität, als mein grosses Inductorium. Erstere erzeugt aber trotzdem sehr viel zahlreichere oscillatorische Funken, als die Ruhmkorff-Spiralen, nämlich mehrere Hunderte gegen 6 bis 8 in der Secunde. Die Ruhmkorff-Entladung vergeudet gleichsam den grössten Theil des Oeffnungsstromes durch Wärmewirkungen in der dem Funken folgenden Aureolenentladung. Aus diesem Umstande erfliesst nun ein sozusagen statistischer Vorzug des Influenzmaschinenstromes für Messungen, welche einer sehr grossen Anzahl von Einzelbeobachtungen bedürfen, wie es z. B. bei der vergleichenden Bestimmung der maximalen Schlagweiten der inducirten Funken der Fall ist. Die Resultate der Abstimmungs- und Wellenlängenbeobachtungen, welche in den Mittheilungen folgen werden, beruhen sicherlich zum Theil auf dieser günstigen Eigenschaft der Influenzmaschine. Beobachtungen mit meinem Inductorium würden für den gleichen Grad der Sicherheit einen grösseren Zeitaufwand gefordert haben.

I. Hertz'sche Versuche mit der Influenzmaschine.

Zu diesen Versuchen bediente ich mich, wo nichts anderes bemerkt ist, meiner zwanzigplattigen Maschine mit Scheiben von 13 cm Radius. Es ist dieselbe Maschine, mit welcher E. Wiedemann (später mit H. Ebert) einen Theil seiner umfassenden Untersuchung über Entladung in Gasen ausgeführt hat. [1])

---

1) E. Wiedemann hat auch bekanntlich bereits gefunden, dass die Influenzmaschine electrische Schwingungen nicht nur in Geissler'schen Röhren, sondern auch in der Lecher'schen Drahtcombination hervorruft. (Vgl. Sitzungsber. der physik. med. Societät. Erlangen. 14. Dec. 1892.)

Die schematische Figur 1 zeigt die in einem cubischen Glasgehäuse von 60 cm Seite eingeschlossene Maschine J in Verbindung mit einem kleinen, gradlinigen Primärleiter LL', auf den ich in den nachfolgenden Abschnitten öfters zurückkommen werde, und der sich zum Experimentiren in beschränktem Raume als besonders geeignet erwies. Derselbe besteht aus zwei Messinghohlstäben von 4 cm Durchmesser, welche an der Funkenstrecke F in halbkugeligen Wölbungen endigen. Die abgewandten Enden sind flacher, die zwischen den Scheiteln der Endflächen gemessene Länge jedes Stabes beträgt 27,8 cm. PP' sind die gegeneinander verschiebbaren, kleinen Polconductoren der Maschine. Sie werden durch die Zuleiter l und l' mit den Erregerstäben neben deren Funkenstrecke F verbunden. Auf die Anwendung von Primärleitern, welche aus je zwei cylindrischen Stäben gebildet werden, wurde ich durch die Experimente von Stefan[1]) geführt. Anfangs wandte ich, wie Stefan, fernrohrartig ausziehbare dünnwandige Messingröhren an. Die kräftigen Wirkungen, welche ich so mit kurzen, verhältnissmässig *dicken* Stäben erzielte, veranlasste mich, auch grössere Längen mit entsprechend grösseren Durchmessern zu combiniren. In Fig. 1 ist bei EE' einer von meinen grössten Primärstäben von 80 cm Gesammtlänge im richtigen Verhältniss der Dimensionen beigefügt. Solche dickere Stäbe erhielten an den zugewandten Enden kurze Ansätze, auf welche Messingkappen mit halbkugeliger Wölbung aufgesteckt und im Bedarfsfalle rasch ausgewechselt werden konnten. Die von Hertz empfohlene Electrodenkrümmung von 2 cm Radius habe auch ich bewährt

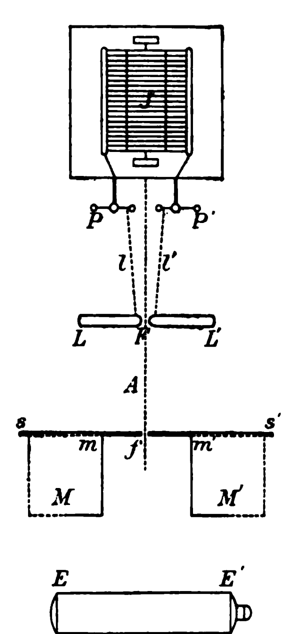


Fig. 1.

1) Stefan, Wied. Ann. 41. p. 414. 1890.

efunden. Mich interessirten die stabförmigen Primär- sowohl ls Secundärleiter, weil für diese bisher weniger benutzten, infachsten Leiterformen übersichtliche, akustische Analogien estehen. Mit verhältnissmässig dicken Primärstäben passener Längen kann man leicht kurze Wellen von grosser Stärke nduciren, welche sich zu Beobachtungen in beschränkten Räuen eignen; auf ihnen tritt die Grund- oder Hauptschwingung ir viele Beobachtungen genügend deutlich hervor, was bei ünnen Primärstäben weniger der Fall ist. Geradlinige Seundärleiter haben ihre Licht- und Schattenseiten. Bei langen Vellen werden ihre Dimensionen unbehülflich gross, auch ist ire Wirkungsweise nur dann übersichtlich, wenn sie dem 'rimärleiter wie in Fig. 1 parallel gegenüberstehen. In dieser Iinsicht können sie den bewährten, ein kleines Gebiet des chwingungsfeldes umspannenden Hertz'schen Kreisresonator icht ersetzen. Sie übertreffen diesen letzteren jedoch bei eobachtungen in der Ferne bezüglich des Wirkungsgrades n $2^1/_2$ bis 3fachen Verhältniss; dies war bei meinen Experienten entscheidend. Das bereits theilweise von Hertz ntkräftete Bedenken, welches wohl die häufigere Benutzung eradliniger Secundärleiter bisher gehindert haben mag, dass ämlich die Secundärfunkenbildung durch Oscillationen mit erjenigen durch statische Influenz verwechselt werden könne, erliert bei Anwendung der Influenzmaschine noch mehr an ewicht, weil diese die allereinfachsten Mittel bietet, die tztere Klasse von Wirkungen unabhängig von der ersteren ı beobachten.

Der aus zwei Stäben von 27,8 cm Länge gebildete Primäriter LL' der Fig. 1 entsprach in seiner Hauptschwingung ner Wellenlänge von 160 cm, welche nach einer später zu eschreibenden Methode mit grosser Annäherung richtig beimmt sein dürfte. Zu ihm gehörte ein Secundärleiter ss', elcher entweder aus zwei freien, durch die Funkenstrecke f etrennten Stäben von je 56 bis 60 cm Länge und 6 bis 7 cm icke bestand; diese Anordnung konnte zu Versuchen über eflexion an ebener Wand, über Wellenlängenbestimmung in rähten und multiple Resonanz benutzt werden. Oder aber ı wurden quadratische Fahnen von 40 cm Seite aus dickem tanniol (MM' in Fig. 1) mit den Stäben gut leitend ver-

bunden, sodass sie in der Wellenebene herabhingen, wobei der halbe Fahnenabstand ($mm'/2$) 25 bis 28 cm betragen musste. Bei Innehaltung der angegebenen Streckengrössen waren die beiden Anordnungen auf günstige Resonanz mit dem Primärleiter „abgestimmt". Ohne hier auf die Beziehung zur Wellenlänge etc.[1]) einzugehen, will ich nur die thatsächlichen Verhältnisse durch eine Uebersicht der Maximalschlagweiten (f) erläutern, wie sie sich bei successiver Verlängerung der freien Stäbe oder des halben Fahnenabstandes ergaben. In Fig. 2 bedeuten die Abscissen jene zunehmenden Strecken, die Ordinaten Schlagweiten; letztere sind für die Anordnung ohne Fahnen nach aufwärts, mit Fahnen nach abwärts gezeichnet, der Unterscheidung halber. Folgendes sind die Zahlenwerthe:

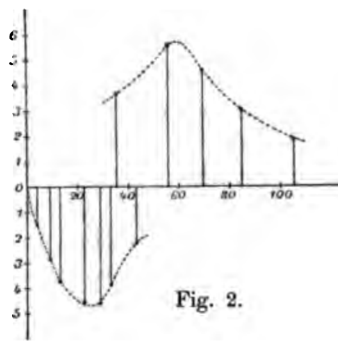


Fig. 2.

Freie Secundärstäbe	35	56	70	85	106 cm
Schlagweitenmittel	3,7	5,5	4,6	3,1	1,9 Scalenth.

Halbe Fahnenabstände	3,5	8	13	23	28	33	43 cm
Schlagweitenmittel	1,5	2,9	3,8	4,5	4,6	3,9	2,3 Scalenth.

Die Schlagweitenzahlen sind durch Multiplication mit $^1/_{12}$ auf Millimetermaass zu bringen. Die Distanz zwischen Primär- und Secundärleiter betrug etwas weniger als die doppelte Länge des ersteren. Der grobe Verdacht, dass bei dieser und anderen Beobachtungen die starkgeladenen Scheibensätze der Maschine direct mitgewirkt hätten, war natürlich durch Vorversuche, als metallische Abblendung der Maschine u. dgl., beseitigt.

1) Die in meiner vorläufigen Mittheilung gemachte Angabe, dass die Strecken sf oder mm' ungefähr der halben Wellenlänge entsprechen, würde bei sehr langen Wellen und dünnen Stäben genau zutreffen. Durch den Einfluss der Stabenden entstehen Abweichungen ähnlich denen, welche in der Akustik bei den Orgelpfeifen vorkommen. Vergrösserungen der Stanniolfahnen änderte den günstigsten Abstand mm' nicht merklich, Verkleinerung vergrösserte ihn. Man hat in letzterem Falle einen von zwei Factoren abhängigen Resonator, ähnlich dem Joubert'schen. Die Messungen sind mit Fahnen von 3000 qcm ausgeführt.

Meine ersten mit grösseren Primärstäben angestelllten Versuche, bei denen die Zuleiter ll' aus Metalldrähten bestanden, hatten mich sehr wenig befriedigt. Ich erhielt nicht die Wirkungen, welche meine Ruhmkorff-Spirale von ca. 50 cm Länge und 16 cm Durchmesser hervorrief. Dabei fiel mir auf, dass die Influenzmaschine für gewisse Stäbe und Zuleitungen besonders ungünstig wirkte, und dass auch Secundärfunken entstanden, wenn die Polconductoren PP' soweit genähert wurden, dass zwischen ihren Kugeln k und k', nicht aber bei F Funken sprangen, was auf störende Einflüsse der Bestandtheile der Maschine schliessen liess. Dass durch verhältnissmässig gering scheinende Anhängsel die Schwingungen eines grösseren Systems gestört, ja vernichtet werden können, ist durch leicht anzustellende Versuche zu erweisen (vgl. Abschnitt III).[1]) Bekannte Angaben von Hertz, Stefan und Cohn legten mir nahe, die störenden Einflüsse der Maschinentheile durch Einschaltung schlechtleitender Flüssigkeiten vom Primärleiter, so gut es geht, abzuhalten. In der That gelang es durch Einschaltung von mit solchen Flüssigkeiten gefüllten Capillaren an Stelle von l und l' die oben erwähnte Unregelmässigkeit soweit zu beseitigen, dass zwischen k und k' überspringende Funken kaum Spuren Hertz'scher Wirkungen im Secundärleiter erkennen liessen. Bei diesem Verfahren erlitt, wie Galvanometerbeobachtungen ergaben, die dem Primärleiter zugeführte Electricitätsmenge schlimmsten Falls eine Einbusse von noch nicht 10 Proc., was sich aus bekannten Eigenschaften der Influenzmaschine erklärt. Der Erfolg dieser Versuchsweise, den ich übrigens mit dem Gesagten nicht für völlig erklärt halte, war insofern ein unerwarteter, als sich nunmehr nicht nur eine regelmässigere, sondern in der Regel auch eine wesentlich stärkere Wirkung zeigte, die besonders bei kleinen Primärleitern hervortrat. Aber auch bei Oscillatorstäben mittlerer Grösse bis zu 50 cm Länge war sie noch zu bemerken; ich erhielt z. B. in einem solchen Falle unter sonst gleichen Umständen folgende relative Schlagweiten der Secundärfunken.

---

1) E. Wiedemann hat ebenfalls in seiner neuesten Publication auf die Einflüsse der mit dem Primärleiter verbundenen Leitertheile aufmerksam gemacht.

Art der Zuleitung	Länge der Zuleitung cm	Durchmesser der Zuleitung mm	Inducirte Schlagweiten relativ
Kupfersulfatcapillaren. .	60	1	1
Feine Drähte in Glas- und Gummihülle	70	0,15	0,64
Messingstäbe	72	7	0,80
Messingdrähte in Gummi	75	3	0,77
Messingröhren	165	6	0,60

Die Füllung der Capillaren bestand aus concentrirter Kupfervitriollösung. Dieselben Capillaren sind auch beständig bei den Beobachtungen mit dem Primärleiter der Fig. 1 ein für alle mal beibehalten worden. Die Flüssigkeitsfäden gewähren noch den Vortheil, dass sie die zerstörende Wirkung der Primärfunken auf die Electrodenflächen mildern.

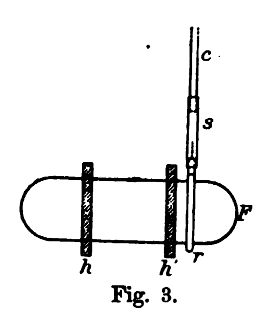


Fig. 3.

Ohne auf weitere Einzelheiten einzugehen, will ich die Anordnung der benutzten Flüssigkeitszuleiter in Verbindung mit den in der vorläufigen Mittheilung erwähnten kleinen Primärstäben beschreiben, von denen einer in Fig. 3 in Oberansicht und zwar in $^1/_5$ natürlicher Grösse gezeichnet ist. Durch zwei entsprechende Oeffnungen der als verticale Halter dienenden Hartgummiplatten *h h'* ist der glatt bearbeitete, halbkugelig endende Oscillatorstab hindurchgesteckt. Die Verbindung mit der Capillare geschieht, indem man auf Seite der Funkenstrecke *F* einen 5 mm starken Kupferdrahtring aufschiebt, von dem ein seitlicher Fortsatz in einen dickwandigen, zur Capillare *c* führenden Kautschuckschlauch *s* eingesteckt ist. Die Berührungsfläche zwischen Metall und Flüssigkeit ist durch eine Spitze oder einen feinen, kurzen Draht vergrössert, der sich in das Kautschuckrohr hinein erstreckt. Am anderen Ende der Capillare ist ebenfalls mit Schlauchverbindung ein Kupferhaken angesetzt, der zum Maschinenpol führt. Die Füllung geschieht leicht, indem man die Bestandtheile des Zuleiters unter Wasser oder in der Salzlösung untertaucht und dort mit Vermeidung von Luftblasen zusammenfügt. Kupfervitriolfüllung kann tagelang gebraucht werden; Wasser-

füllung[1]) ist natürlich bald zu erneuern, wegen der störenden Ansammlung der electrolytischen Gase. Jedoch habe ich mit ihr bei sehr kleinen Primärleitern von nur 8,5 cm Stablänge mittels 2 mm weiter und 50 cm langer Capillaren die verhältnissmässig günstigsten Erfolge gehabt. Für diesen kleinsten Erreger musste der oben beschriebene Secundärleiter so abgestimmt werden, dass der Fahnenabstand 9 bis 13 cm betrug. Dann konnte man mit Zuhülfenahme der Lupe und des unten bechriebenen Federmikrometers bis auf 5 m Entfernung im Finstern noch Secundärfunken sehen.

Die mit der Flüssigkeitszuleitung erhaltenen Primärfunken rufen selbst bei den grösseren Erregern nur ein schwaches, leise prasselndes Geräusch hervor. Die Funken schlagen meistens in einem engen Bereiche in der Nähe des kleinsten Abstandes der Electroden als schwachleuchtende violettrothe Lichtgarbe über. Jeder einzelne Funken endigt in weissglänzenden Punkten, deren hellerer an der Kathodenseite liegt. Oefters besteht ein Stück des Funkens nach der Anodenseite hin in einem weissen Fädchen. Durch gewisse störende Umstände, die sich nicht immer feststellen liessen, nimmt der Funkenstrom zuweilen die Gestalt eines rasch hin- und herfahrenden, gebogenen Lichtstreifens an, dessen Charakter an das Büschellicht erinnert und von einem noch weniger lauten, summenden Geräusch begleitet ist. Diese Stromform besteht grösstentheils aus nicht-oscillatorischen Einzelentladungen und erhält sich oft hartnäckig.[2]) Je kleiner die Primärleiter, desto leichter tritt diese Stromform ein. Die inducirten *Secundärfunken* sind untereinander sehr verschieden. Die längsten sind entschieden büschelartig. Das in meiner vorläufigen Mittheilung erwähnte helle Glimmlicht entstand bei Anwendung von Primärstäben von 30 und 53 cm Länge, wenn bei kleinem Secundärschlagraume durch längere Zeit ein rapider Funkenstrom übergegangen war, der dann verschwand. Dieses seltsame Licht erwies sich im rotirenden Spiegel als intermittirend

1) Es ist gewöhnliches Trinkwasser gemeint. Im Abschnitt IV folgt eine verbesserte Vorrichtung.

2) Ich bemerkte, dass diese Funkenform bei 80 % relativer Luftfeuchtigkeit schwerer zu bekämpfen war, was nach später Mitgetheiltem nicht befremdet.

und hängt wohl mit der voraufgegangenen Auflockerung der Lufthaut auf den Electroden zusammen.

Ich habe die Stromzuführung durch Kupfersulfatcapillaren auch mit dem Inductorium versucht. Eine verstärkende Wirkung habe ich aber selbst an kleinen Primärleitern nicht feststellen können. Man erhielt gleichgute Resultate, als der Oeffnungsstrom durch recht dünne Drähte floss, wenn diese nur durch Umhüllung gegen Ausstrahlung geschützt waren, sodass deren schädigende Wirkung auf den Primärfunken unterblieb. Unterschiede waren nur zu bemerken, wenn grössere Capacitäten in der Zuleitung vorkamen; diese sind aber auch bei der Influenzmaschine nicht ohne weiteres zulässig. Für beide Hülfsmittel ist die günstigste Schlagweite der Primärfunken 7—8 mm.[1] Beide, meine Maschine sowohl, wie meine Ruhmkorff-Spirale, induciren auch etwa gleiche Secundärschlagweiten bis zu Primärleitern von etwa 1 m Gesammtlänge. Nur bei grösseren ist das Inductorium vorauf. Die Ueberlegenheit der Influenzmaschine beruht nur in der Funkenzahl. Ich habe übrigens bei allen späteren Versuchen auch das Inductorium mit Kupfersulfatcapillaren benutzt. Diese nehmen dem Primärfunken Glanz und Knall, schonen aber die Electrodenflächen. Eine erhebliche Schwächung der oscillatorischen Wirkung habe ich wenigstens bei den Versuchen mit einfachen Primärstäben nicht bemerkt. So wurden z. B. mit der in Rede stehenden Stromzuführung die mehrmals erwähnten grossen Primärstäbe probirt. Hierbei inducirten letztere auf 35 m Entfernung noch ziemlich reichliche Fünkchen und zwar in einem wegen querverlaufender Gasleitungen ungünstigen Corridorraume; die Fünkchen wurden bei 38 m selten und verschwanden bei 40 m. Dies rechtfertigt zugleich meine Angabe, dass mit geraden Leitern in 50 bis 60 m Abstand beobachtet werden könne; es hätte hierzu nur der Anwendung einer ebenen Metallwand bedurft. Wünschenswerth wäre es, die Zuleitung durch Flüssigkeiten noch genauer zu studiren und zweckmässiger zu gestalten. Dies unterblieb vorläufig, weil sich meine Aufmerksamkeit auf die Anregung durch Condensatorfunken lenkte.

1) Die Influenzmaschine ergab unter mittleren Verhältnissen folgendes:

Primärschlagweite	5	7	8	10	15	25	30
relative Secundärschlagweite	0,25	0,75	1	0,4	0,25	0,13	0

Zu dieser Condensatormethode will ich unter Hinweis auf
:eits Mitgetheiltes erwähnen, dass nachträgliche Versuche
e Anwendbarkeit auch auf kleine Oscillatoren constatirt
ben. Ferner sei erwähnt, dass sich für die Anregung der
ıssen Primärstäbe von der Form EE' in Fig. 1 eine Com-
ıation zweier grosser Leydener Flaschen bewährt hat, welche
ɔeneinander isolirt aufgestellt und genau nach Analogie des
ppelcondensators $c\,C\,c'\,C'$ der vorläufigen Mittheilung in das
stem eingefügt waren. Die Zwischenleiter (ab der Mit-
ilung) hatten 150 cm Länge. Die Vorrichtung erwies sich
ıon beim Betrieb mit einer kleinen Handinfluenzmaschine
ausserordentlich wirksam. Starke Condensatorfunken zeigen
rigens, obgleich sie gegen heftige Luftströme u. s. w. durchaus
empfindlich sind, infolge der zerstörenden Wirkung auf die
ectrodenflächen dennoch mit der Zeit eine Abnahme der
:illatorischen Thätigkeit des Primärleiters. Den kleineren
ppelcondensator habe ich jedoch sehr lange Zeit unbehelligt
ıutzen können.

Dass die Oscillationen des einfachen Funkens der Influenz-
schine bei sehr langsamer Drehung dieser Maschine ver-
ıwinden, glaube ich aus der Construction der Maschine er-
ren zu können (Abschnitt II). Dass aber auch die nach
r Condensatormethode erzielten Secundärwirkungen, wenn-
ich sie bei langsamster Electricitätszufuhr nicht verlöschen,
nnoch mit gesteigerter Rotationszahl der Influenzmaschine
ıeblich zunehmen, wie ich durch zweifellose Versuche fest-
stellt habe, erscheint mir unerklärlich, es sei denn, dass
ın annimmt, dass durch sehr rasche Wiederholung der Ent-
lung in den Luftschichten des Schlagraumes dauernde Ver-
derungen entstehen, welche die Oscillationen erleichtern. Das
wähnte Glimmlicht im Secundärschlagraume spricht dafür.
e Steigerung der Hertz'schen Wirkung, wenn meine direct
t dem Primärleiter verbundene Maschine rascher gedreht
rd, könnte man einer Erhöhung des Entladungspotentials
rch die raschere Electricitätszufuhr zuzuschreiben versucht
n. Daran kann ich indessen nicht recht glauben. Als man
t einem sehr langsam schwingenden Galvanometer die mitt-
en Stromstärken der Maschine und der Spirale, beide mit
ınkenstrecke, verglich, so ergab sich etwa das Verhältniss 1 : 4.

Da in der Spirale secundlich acht Oeffnungsstösse von je $^1/_{40}$ Secunde Dauer verlaufen, so lässt sich schätzen, dass die Electricitätszufuhr der Spirale bei der Primärfunkenbildung etwa zwanzigmal so rasch erfolgt, als es bei der Maschine der Fall ist. Der Ruhmkorff-Funken müsste eine ungeheuere Ueberlegenheit zeigen, die thatsächlich nicht vorhanden ist.

Im Eingange wurde bemerkt, dass die Influenzmaschine einen bequemen Ueberblick über den Einfluss der electrostatischen Influenz auf den Gang der Versuche ermöglicht. In nächster Nähe des Primärleiters ist derselbe allerdings ausschlaggebend. In wenigen Centimeter Abstand entstehen die längsten Funken in Secundärstäben, die mit den Primärstäben gleich lang sind. Isolirt man die Secundärstäbe und dreht die Maschine sehr langsam, so sieht man sofort, dass im Secundärleiter viel häufigere und zwar verschiedenartige Funken springen. Jedesmal kommt mit dem Primärfunken zugleich ein heller secundärer; in den Zwischenräumen kommen schwächere Secundärfunken allein. Man erkennt ohne weiteres, dass es sich bei diesen schwachen *Zwischenfunken* um den Ausgleich der Influenzelectricitäten zweiter Art ganz wie bei dem Doppelcondensator meiner vorläufigen Mittheilung handelt. Nur bei den helleren Secundärfunken kommen Hertz'sche Wirkungen ins Spiel. Ich stellte nun meinem grössten Primärleiter die auf ihn abgestimmten, isolirten Secundärstäbe gegenüber. Auch hier waren jene electrostatisch influenzirten Zwischenfunken zu sehen. Dieselben verschwanden aber schon in etwa $1^1/_2$ bis 2 m Abstand völlig; es blieben nur die Hertz'schen Funken übrig, die (wegen der langsamen Drehung) auch sehr schwach waren. Alsdann ging ich mit dem Secundärleiter in nur 1 m Abstand zurück, verband mit dem Ende s' des wohlisolirten Leiters ein empfindliches Blattelectroscop, dessen Blätter vor der directen Influenz des Primärleiters abgeschirmt waren. Auf eine der Blattkanten wurde ein Fernrohr mit Ocularscala eingestellt und endlich die Secundärstäbe soweit auseinandergezogen, dass bei f keine Funken springen konnten. Nun wurden die Primärstäbe äusserst langsam mit meiner kleinsten Influenzmaschine geladen, bis endlich ein Primärfunken erfolgte. Die Blätter gingen dabei langsam bis zu einem maximalen Ausschlage auseinander, um bei der Ent-

dung des Primärfunkens sofort wieder zusammenzufallen. 'urden nun die Secundärstäbe einander soweit genähert, ss bei jedem Primärfunken gerade ein kleines Hertz'sches cundärfünkchen zu Stande kam, so hinterliess jedes dieser inkchen eine dauernde Ladung auf dem Secundärstabe, deren ectroskopwirkung meistens vier- bis sechsmal so gross war s die vorher beobachtete. Ich glaube aus diesen und anderen iatsachen schliessen zu dürfen, dass schon in einer Distanz s Secundärleiters, welche der halben Wellenlänge gleichmmt, die electrostatischen Einflüsse neben denjenigen der ır raschen electrischen Processe kaum noch in Betracht mmen. Diese Ueberzeugung würde freilich durch Thatsachen erirt werden, welche eine erhebliche Steigerung des Ent-

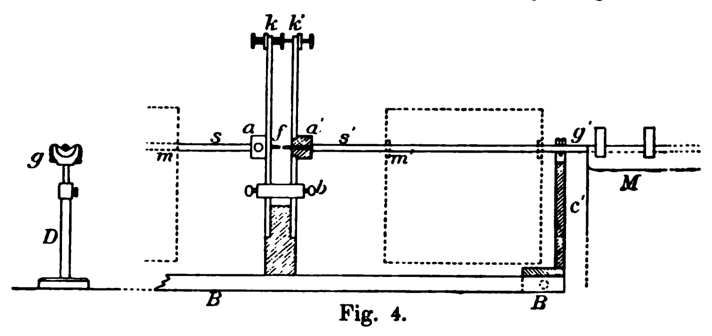


Fig. 4.

lungspotentials bei beschleunigter Electricitätszufuhr nachisen würden. Bei Beobachtungen in grösserer Ferne fällt les Bedenken fort. Es ist wohl kaum zu erwähnen nöthig, ss die inducirten Schwingungen, welche der normalen Drehung r vielplattigen Maschine entsprechen, auch in grosser Distanz cht electroskopisch nachzuweisen sind.

Wie bei den vorhergehenden und späteren Experimenten Secundärleiter zusammengesetzt und befestigt waren, ist hliesslich in Fig. 4 ersichtlich gemacht. Auf der Mitte ıes (nur theilweise gezeichneten) etwa 1 m langen Brettes ıhen sich zwei starke, federnde Lamellen *k* und *k'* aus Hartımmi gegenüber, welche an den oberen Enden Stellschrauben it verschieden feinem Gewinde tragen, die eine in einer ıitze, die andere mit einem Glasplättchen endigend. Im ıteren Theile dieser Lamellen sind kleine Hornfassungen *a* d *a'* befestigt, durch welche kurze cylindrische Messingstifte

von je 8 cm Länge seitlich eingesteckt und mit Elfenbeinschrauben so befestigt werden können, dass sie sich in der Mitte *f* mit ihren glatten, kugelig gewölbten Endflächen berühren. Auf diese seitlich aus den Fassungen herausragenden Stifte werden passende Messingrohre *s* und *s'* aufgeschoben, sodass ihre Enden bei *a* und *a'* getragen sind. Das abgewandte Ende jedes Rohres legt sich (siehe *g'*) auf auf eine kurze, quer über eine Gabel schlaff gespannte, mit Paraffin getränkte Seidenschnur auf und ist dadurch in der Längsrichtung ein wenig beweglich. Eine solche Gabel nebst Schnur ist links in der Seitenansicht bei *g* zu sehen. *g'* wird von einem Ständer *c'* getragen, welcher sich längs des Brettes nach der Mitte zu verschieben lässt. Auf der linken Seite des Brettes ist ein ebensolcher Ständer nebst Gabel vorhanden. Man sieht, dass Secundärstäbe verschiedener Länge bequem eingelegt und unterstützt werden können. Für sehr lange Stäbe sind noch kleine Gabelstative (*D*) vorhanden, welche rechts und links geeignet aufgestellt werden, um die entfernten Enden zu tragen. Die Schrauben *k* und *k'* gestatten eine äusserst feine Einstellung der zugewandten Stabenden, für deren Beweglichkeit in den Grenzen der sehr kleinen Secundärschlagweiten hinreichend gesorgt ist. Der Klemmschieber *b* aus Hartgummi dient zur Regulirung der Empfindlichkeit. Kleine Fahnen *m* und *m'* aus leichtem Blech können angehakt werden, grössere (*M*) aus Stanniol werden über den Stab gebogen und durch federnde Klammern in guten Contact gebracht. Unmittelbar vor *f* befindet sich eine zwölfmal vergrössernde Lupe in isolirender Fassung, davor ein Planglas, welches eine unterhalb angebrachte horizontale Scala nach Art des Sömmering'schen Spiegels mit der Funkenstrecke optisch zur Deckung bringt. Die Krümmung der bei *f* gegenüberstehenden Stabenden entspricht dem Radius 5 mm. Die Vorrichtung ist natürlich in mancher Hinsicht verbesserungsfähig. Für grössere Schlagweiten ist sie nicht zu gebrauchen.

Hinsichtlich der Benutzung der Influenzmaschine sei noch bemerkt, dass es sich empfiehlt, die Seitenwände des Glaskastens von aussen mit starkem Drahtnetz zu überziehen, um die Umgebung zu schützen, wenn, was immerhin vorkommen kann, bei raschen Rotationen ein Scheibenbruch eintreten sollte.

II. Zu den Eigenschaften der oscillatorischen Funken.

Der Strom der oscillatorischen Primärfunken zeigt ungeheuere Unregelmässigkeiten nicht nur hinsichtlich der Wirkung der einzelnen Funken selbst, sondern je nach den äusseren Einflüssen auch hinsichtlich der Gesammtheit derselben. Ganz besonders auffällig ist, wie schon erwähnt, die Empfindlichkeit und Unregelmässigkeit des Funkenstromes der Influenzmaschine bei Anwendung *kleiner* Erreger. Die frisch gereinigten Flächen pflegen hier nicht sofort gute Ströme zu geben, diese treten öfters erst nach längere Thätigkeit unter allmählichem Anwachsen der Secundärschlagweiten ein. Man kann diese Erscheinung wohl nur den die Electroden noch immer bedeckenden Gasschichten zuschreiben, wie schon durch das im vorigen Aufsatz mitgetheilte Experiment des Anhauchens wahrscheinlich gemacht wird. Je grösser die Primärleiter, desto weniger deutlich ist auch dieser Versuch. Man beobachtet übrigens eigenthümliche Hauchbilder auf den vom Funkenstrom kurze Zeit getroffenen Metallflächen. Die erwähnte schädigende Wirkung des Anhauchens veranlasste mich, Primärfunken, zwischen aus gewöhnlichem Wasser gebildeten Electrodenflächen zu untersuchen. Ich überzog die Electrodenkuppen zweier 70 cm langer, mit Flüssigkeitszuleitern angeregter Primärstäbe, theils mit stark benetztem, dünnem Filtrirpapier, theils mit im Wasser aufgequollener Thierblase. Die Dicke dieser nassen Ueberzüge betrug etwa $^1/_2$ bis $^3/_4$ mm. Bei den zwischen diesen nassen Flächen überspringenden Primärfunken treten an Stelle der hellglänzenden Enden besenartige Verbreiterungen auf; man sieht, dass die Electricität beiderseits aus einem kleinen, scheibenförmigen Bereich der Electrodenflächen in den Funkenkanal eintritt. Diese Funken liessen keine Spur von Secundärwirkungen in $1^1/_2$ bis 2 m Abstand vom Primärleiter erkennen, mochten diese Funken von der Influenzmaschine oder vom Inductorium mit oder ohne Kupfersulfatcapillaren herstammen. Ja sogar die mit Condensatoren ausgelösten Primärfunken [1]) waren, so lange sie die nasse Schicht nicht durchlöcherten, oscillationslos.

1) Z. B. diejenigen einer Lecher'schen Drahtcombination.

Da ein so sicheres und einfaches Hülfsmittel, Oscillationen willkürlich auszulöschen, für zukünftige Fxperimente nützlich sein dürfte, so habe ich durch Fig. 5 die Herstellung der Wasserüberzüge verdeutlicht. Man schneidet je ein kreisförmiges Fliesspapierscheibchen von 10 bis 12 mm Radius am Rande sternförmig ein, drückt es mit der Fingerspitze gegen die zu bedeckende Kuppe, indem man Wasser darauf tropft. Nach dem Ausdrücken etwaiger Luftblasen haftet das Präparat und kann, während bei F Funken übergehen, hin und wieder benetzt werden. Es ist geradezu auffallend, dass Primärfunken, welche vorher in der Ferne bis zu 1 mm lange Secundärfunken hervorriefen, ihre inducirende Kraft, so vollständig einbüssen können. Ich bemerkte auch keine Aenderung der Sache, als auf die nassen Electrodenflächen kleine Stäubchen von Bronzepulver aufgestreut wurden. Wenn so dünne Wasserschichten die oscillatorische Entladung von Leitern verhältnissmässig grosser Capacität völlig vernichten können, so ist wohl anzunehmen, *dass atmosphärische Blitze nicht als oscillatorische Funken gelten können*, wie ich dies schon bei bei früherer Gelegenheit[1]) vorausgesetzt habe. Wurden die obenerwähnten Electrodenüberzüge mit Kupfersulfatlösung benetzt, so traten sofort Oscillationen ein, wenn auch schwache. Auffallend war mir, dass auch Benetzung der blanken Oberflächen mit metallischem Quecksilber in solcher Menge, dass dieselben spiegelnd bedeckt waren, die oscillatorische Wirksamkeit der Funken bedeutend herabsetzte.

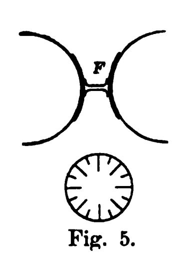


Fig. 5.

Die schon a. a. O. mitgetheilte störende Wirkung des Anblasens der Influenzmaschinenfunken war am auffälligsten bei kleinen Primärleitern, sie war aber selbst bei den grösseren Stäben noch sehr merklich; hierbei diente der trockene Luftstrom, den ein gewöhnliches akustisches Gebläse mit starker Belastung hervorrief. Der Blasestrom war nicht nur wirk-

1) Vgl. Electrotechn. Zeitschrift vom Juni 1884: „Ueber einige Experimente zur Blitzableiterfrage". Natürlich ist nicht ausgeschlossen, dass Blitze in den getroffenen Leitern Oscillationen auslösen können. Vgl. auch L. Weber, Berl. Sitzungsber. vom 25. Juli 1889.

n, wenn er die Electrodenflächen streifte, sondern auch dann, nn er, aus einem Spalt hervortretend, den mittleren Theil s Funkenkanals traf. Indem die oscillatorische Wirksam-t verschwand, steigerte sich das Geräusch und der Glanz · Funken. Das in meiner vorläufigen Mittheilung erwähnte blasen des Ruhmkorff-Funkens geschah mit einem Kohlen-urestrom, der aus einem weiten Glasrohr in der Weise aus-t, dass der centrale Theil durch den Funken ging, um die rch Erkaltung der entlasteten Kohlensäure in der Umgebung ·anlasste Nebelbildung auszuschalten. Uebrigens reagirt :h der mit electrolytischer Zuleitung hergestellte Ruhm-rff-Funken schon auf das Anblasen mit dem Munde, wenn ine Oscillatoren zur Anwendung kommen. Ich muss her-·heben, dass die geschilderten Einwirkungen nur auf die obachtungen Bezug haben, welche in grösserer Entfernung t dem Secundärleiter angestellt werden. Wird der letztere ı Erregerstäben bis auf sehr kurze Distanz genähert, so :schwinden die Secundärfunken weder durch Anblasen des imärschlagraumes, noch durch Benetzung seiner Electroden, s nach früherer Erörterung aus den electrostatischen Wir-ngen erklärlich ist.

Nach der Annahme von Hertz ist zur Entstehung eines :illatorisch wirksamen Funkens nothwendig, dass zu dem sten Entladungsstosse noch ein Process hinzutreten müsse, lcher die Funkenstrecke für den weiteren Verlauf der hwingung offen erhält: es muss durch den electromotori-ıen Apparat gewissermaassen für einen electrischen Nach-hub gesorgt werden. Bei dem Inductorium geschieht dies rch den mit Aureolenbildung sich langsam entladenden ffnungsstrom, bei der Condensatormethode durch die ver-ltnissmässig langdauernde Schwingung des Condensators. cht so leicht ist zu überblicken, wie der Process bei der :ecten Anwendung des Influenzmaschinenstromes vor sich ht, da dessen mittlere Stärke weit hinter derjenigen zurück-eibt, mit welcher der Oeffnungsinductionsstrom durch den ınkenkanal fliesst. Man bemerkt auch beim Anblasen des fluenzmaschinenfunkens keine Erscheinung, die an die leicht-wegliche Aureole der Ruhmkorff - Entladung erinnert. ›er mit dem rotirenden Spiegel bemerkt man gewisse Er-

scheinungen, welche vermuthlich mit den Oscillationen zusammenhängen. Dieselben sind wegen ihrer Lichtschwäche bequem nur bei langsamer Drehung (höchstens drei in der Secunde) zu beobachten. Zunächst ist folgende Thatsache hervorzuheben. Die Spiegelbilder der durch Anblasen oder Wasserüberzüge oscillationslos gemachten Maschinenfunken stellen sich als eine Reihe fast genau äquidistanter Wiederholungen des einfachen Funkenbildes ohne jede Zwischenerscheinung dar. Wird dagegen der Funken oscillatorisch, so treten zwischen den Hauptfunkenbildern sehr schwache Nebenbilder auf, deren Stellung und Häufigkeit für verschiedene Fälle in der Fig. 6 kenntlich gemacht ist. Die schwarz markirten Stellen sind hellglänzende Funkentheile; der sonstige Verlauf der Bahn ist durch Doppellinien begrenzt. Die

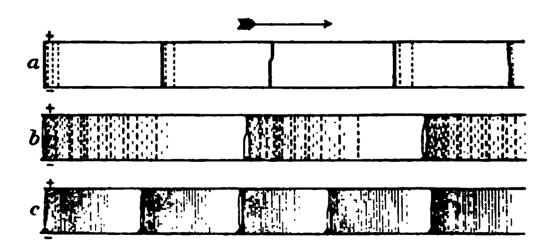


Fig. 6.

punktirten Linien bedeuten jene lichtschwachen, mattvioletten Nebenbilder. Der Pfeil deutet die zeitliche Aufeinanderfolge der Erscheinungen an. Der erste Streifen *a* entspricht dem Influenzmaschinenfunken bei *metallischer* Stromzuleitung. Die Oscillationen des benutzten mittelgrossen Primärleiters waren wenig entwickelt; man bemerkte aber schon, dass hinter den glänzenden Hauptfunkenbildern hin und wieder schwache Nachbilder auftraten. Wurden durch Einschaltung der Sulfatcapillaren die Oscillationen lebhaft entwickelt, so sah man das Bild *b*; jedem Hauptfunken folgte eine ganze Schaar nicht ganz regelmässiger Nebenbilder. Kamen sehr kleine Staboscillatoren nebst Wasserfüllung der Capillaren zur Anwendung, so zeigten sich (siehe *c*) die Nebenbilder so dicht gedrängt, dass das blosse Auge sie nicht mehr unterschied; sie bildeten ein sehr lichtschwaches, scheinbar continuirliches Band.

Die Bilder sind selbstverständlich nur so aufzufassen, dass in dem Hauptfunkenbilde jedesmal die Hertz'schen Oscillationen zusammengedrängt erscheinen. Die Nebenbilder bezeichnen später nachfolgende schwache Entladungen, die ohne Zweifel dadurch entstehen, dass von den entfernteren Theilen der Maschine dem Oscillator successive soviel Electricität zufliesst, dass diese auf der noch vorhandenen Spur des Hauptfunkens stossweise wieder zum Durchbruch kommt. Die Nachbilder bezeichnen nicht eigentliche Partialentladungen des Oscillators. Ich will sie, um Missverständnissen vorzubeugen, Nachentladungen nennen. Bei dem Experimente *b* hatten diese Nachentladungen, soweit ich aus den Versuchsdaten schliessen konnte, in einiger Entfernung hinter dem Hauptfunken einen mittleren Zeitabstand von nicht viel mehr als eine zehntausendstel Secunde, drängten sich aber nach dem Funken hin meistens sehr zusammen. Man muss annehmen, dass die dem Funken unmittelbar folgenden Nachentladungen *sehr viel* kürzere Zeitabstände hatten, sodass sie bei der benutzten Spiegelgeschwindigkeit von dem Hauptfunkenbilde nicht mehr getrennt wurden. Beim Experimente *c* waren sie überhaupt nicht lösbar. Ging man zu den oscillirenden Entladungen des Ruhmkorff-Funkens über, so zeigte das Spiegelbild bei metallischem Anschluss des Oscillators das bekannte der Aureolenentladung entsprechende wirklich continuirliche Lichtband, welches sich durch Einschaltung der Sulfatcapillaren verkürzte und am Ende einige Nachentladungen ansetzte.

Zunächst scheinen also die Beobachtungen zu bestätigen, dass die Ausbildung der Oscillationen mit dem Nachfliessen der Electricität durch den Funkenkanal in irgend einer Weise zusammenhängt. Vom Standpunkte der Hertz'schen Anschauungsweise nehme ich an, dass der Funken zunächst in rasch abschwingenden Oscillationen den Primärleiter, auch die mit ihm etwa zusammenhängenden Metallflächen entladet. Wenn alsdann in dem Funkenkanal ein Nachströmen der Electricität nur nach Maassgabe der sehr geringen mittleren Intensität des Maschinenstromes stattfände, so würde dieses Nachströmen gewiss sehr wenig Einfluss auf den Verlauf der Erscheinungen haben. Die Sache verhält sich aber in Wirklichkeit doch anders. Mit Eintritt jeder Funkenentladung

schnellt die Stärke des dem Primärleiter zugeführten Stromes plötzlich hinauf, wie man an den bekannten Lichterscheinungen der Spitzenkämme leicht erkennen kann. Dieser Process vollzieht sich, wenn Metallverbindungen bestehen, mit einer mit den Oscillationen vergleichbaren Geschwindigkeit, denn er entsteht dadurch, dass bald nach Eintritt der Funkenentladung derjenige Electricitätsvorrath, welcher auf den Glastheilen der Maschine gerade gegenüber den Kammspitzen angehäuft ist, auf einmal auf diese hinüberstürzt, da deren Potential plötzlich herabgesetzt wird. Ich stelle mir den Verlauf nun so vor, dass die Einschaltung der Flüssigkeitsfäden nicht nur die Schwingungen auf dem Primärleiter mehr oder weniger selbständig macht, sondern dass sie auch den eben erwähnten Electricitätsvorrath am zu raschen Abfliessen durch den Funkenkanal hindert. Lässt man akustische Analogien gelten und erwägt man, dass Lippenpfeifen durch mässige, anhaltende Luftströme besser erregt werden, als durch plötzliche, heftige, so wird man zugeben, dass verzögerte Electricitätszufuhr zum Primärleiter günstig wirken kann. Nimmt man nach der Untersuchung von Bjerknes[1]) an, dass die Resonanzschwingungen auf den fast widerstandslosen, metallischen Hälften meiner Secundärleiter (ebensowohl wie auf dem Hertz'schen Kreisresonator) eine äusserst geringe Dämpfung besitzen, so wird man in der Vermuthung, dass die dem Funken unmittelbar folgenden Nachentladungen an der Resonanz und somit an der Secundärwirkung betheiligt sein können, nur bestärkt. Es würde unter diesem Gesichtspunkte sogar die ausserordentliche Unregelmässigkeit der Secundärfunken, von denen einzelne die Mehrzahl um die sechs- bis achtfache Schlagweite übertreffen, andere ganz ausbleiben, sich erklären lassen. Auch würde die Thatsache, dass das Anblasen des Primärfunkens gleichzeitig die Nachentladungen zerstört und die Secundärwirkungen schwächt, verständlich werden.

Als eine Stütze der ausgesprochenen Ansicht lässt sich die Thatsache anführen, dass die Einschaltung der Capillaren

---

1) Bjerknes, Wied. Ann. **44.** p. 74. 1891. Die in Fig. 6, b vom Funken weiter abstehenden Nachentladungen sind in der Erörterung nicht gemeint. Sie stammen von entfernteren Flächentheilen der Glasscheiben her, welche nachträglich an die Kämme herantreten.

unnütz ist, wenn, wie beim Condensator oder Inductorium, den Schwingungen in anderer Weise nachgeholfen wird. Unter solchen Umständen kann jene Einschaltung sogar schädigen. Als ich z. B. den grossen Luftcondensator einer Lecher'schen Drahtcombination für 20 m Wellenlänge mit der 60plattigen Influenzmaschine lud, wurde durch Einschaltung von Kupfersulfat das Leuchten der Geissler-Röhre erheblich geschwächt, was sich leicht dadurch erklärt, dass durch den für die Maschine zu grossen Widerstand die Funkenzahl herabgesetzt war.

Im Zusammenhange mit den vorherbesprochenen Vorgängen steht auch noch eine andere Thatsache. Verlangsamt man die Geschwindigkeit der 20plattigen Maschine von 20 bis auf 3 bis 4 Umdrehungen der gemeinsamen Scheibenaxe in der Secunde, so ändert sich die oscillatorische Beschaffenheit der Primärfunken wenig; von da an erfolgt bei weiterer Verlangsamung ein rascher Abfall, sodass endlich bei einer halben Drehung in der Secunde kaum noch Secundärwirkungen in mässiger Entfernung wahrgenommen werden können. Auch dies lässt sich aus der Annahme erklären, dass für den Erfolg hauptsächlich entscheidend jene Ladung der Glastheile ist, welche im Moment der Funkenbildung den Spitzenreihen gegenüberstehen. Diese Ladung hängt nämlich wesentlich mit dem sogenannten Multiplications- (oder Verstärkungs-)Process meiner Maschine zusammen. Dieser erhält den mittleren Spannungszustand nur bei grösserer Rotationsgeschwindigkeit constant; er geht bei kleinerer rasch zurück, wodurch jener den Spitzenkämmen dargebotene Electricitätsvorrath sich vermindert. Zu bemerken ist noch, dass es unter gewissen Umständen gelingt, Primärleiter zu oscillatorischen Entladungen anzuregen, indem man sie mittels Flüssigkeitsfäden aus einer Leydener Batterie speist. Ob die entwickelte Vorstellungsweise der Wirklichkeit entspricht, müssen die weiteren Beobachtungen entscheiden.

Zu den in diesem Abschnitte mitgetheilten Ursachen, welche Secundärfunken zum Verschwinden bringen können, gehört auch die Einführung einer Flamme in den Primärschlagraum. Die Wirkung derselben beruht aber sicher nur darauf, dass sie das Entladungspotential enorm herabsetzt.

Um in der Frage der Entladungspotentiale wenigstens einen Anhalt zu haben, verband ich die Electrodenansätze

meiner grössten Primärstäbe, welche in normaler Schlagweite von 7 mm einander gegenüberstanden, durch isolirte Drähte mit einem gewöhnlichen Funkenmikrometer und stellte dasselbe so ein, dass der Funkenstrom sich bei normalem Zustande der beiden Schlagräume in beide Funkenstrecken vertheilte, wobei die Nebenfunken zu 8,1 mm gemessen wurden. Dann wurde die Einstellung und Messung wiederholt, indem zugleich die Beschaffenheit des Primärfunkens durch Anblasen, durch Wasserüberzug oder durch die Flamme modificirt wurde. Nachträglich wurde unter Beseitigung des Funkenmikrometers die relative Secundärwirkung des denselben Einflüssen unterworfenen Primärfunkens gemessen. Folgende kleine Uebersicht zeigt das Ergebniss.

Beschaffenheit des Primärschlagraumes	Schlagweite der Nebenfunken	Relative Secundärschlagweiten
Ruhende Luft . .	8,1 mm	1,0
Trockenes Anblasen	grösser	0,33
Wasserüberzüge. .	5,0 mm	0
Flamme	0,4 „	0

Bei der Flamme wurde der Ruhmkorff-Strom, sonst die Influenzmaschine benutzt. Beim Anblasen war die Vergrösserung der Nebenschlagweite zwar nicht genau zu messen, jedoch bewirkte das Blasen, dass der Funkenstrom ganz in die Nebenstrecke überging. Die inducirte Secundärwirkung wurde bedeutend herabgesetzt, obgleich das Entladungspotential des Primärfunkens mindestens nicht verkleinert war, wie es z. B. bei der Flamme in so auffallendem Maasse eintrat. Die Wirkung der dünnen Wasserschichten ist wieder sehr auffallend. Ich vermuthete, dass der durch sie oscillationslos gemachte Primärfunken eine sehr bedeutende Rückstandsbildung aufweisen müsse. Als ich die beiden Oscillatorstäbe gegeneinander verschieblich machte, den einen statisch lud, den anderen mit der Erde verbunden rasch näherte, sodass je ein Entladungsfunken und gleich hierauf der zugehörige Rückstandsfunken beobachtet werden konnte, so zeigten die beiden Funken ein Schlagweitenverhältniss von 5 bis 6 : 1, was allerdings einem erheblichen Rückstande entspricht.

(Fortsetzung folgt)

VII. *Zur mathematischen Theorie des Ferromagnetismus*[1]; *von H. E. J. G. du Bois.*

§ 1. *Einleitung.* Im Jahre 1882 schrieb Hr. G. Wiedemann: „Ehe die Magnetisirung der Körper genügend theoretisch behandelt werden kann, sind ihre Aenderungen zunächst experimentell zu untersuchen.“[2]) Angesichts einer, der Vollständigkeit sich nähernden, Ausdehnung, wie sie unsere Kenntnisse auf diesem Gebiete im seitdem verflossenen Jahrzehnt gewonnen haben, darf es jetzt zeitgemäss erscheinen, die alte mathematische Theorie einer, wenn auch in den meisten Punkten nur geringfügigen, so doch nothwendigen Revision zu unterziehen.

Schon Kirchhoff[3]) legte 1853 den Grund hierzu, indem er die ursprünglichen Poisson'schen Integralgleichungen neu gestaltete und einige wichtige Specialfälle löste. Die Anwendbarkeit der ersteren ist aber eine beschränkte und wird durch Duhem's[4]) Wiederaufnahme des analytischen Problems auf Grundlage des thermodynamischen Potentials kaum ausgedehnt. Im Folgenden soll eine mehr geometrische Behandlung der neuen Theorie versucht werden; dabei sollen mehre Sätze klar formulirt und scharf bewiesen werden, die als Princip neuerer Methoden in den Vordergrund traten; daran reiht sich endlich die Besprechung zweier weiterer Fälle von praktischem Interesse.

§ 2. *Bezeichnungen.* Von Quaternionenausdrücken sind nur Scalar, Vector, Tensor (numerischer Werth eines Vectors), sowie der Laplace'sche Operator ∇^2 angewandt; Vectoren

---

1) Die Bezeichnung „ferromagnetisch“, welche von manchen Autoren unterschiedslos mit „paramagnetisch“ gebraucht worden ist, bliebe wohl besser auf das besondere Verhalten von Fe, Co, Ni, Fe_3O_4 und etwa noch aufzufindender ähnlicher Substanzen beschränkt, da jenes sich in jeder Hinsicht von demjenigen der paramagnetischen wie der diamagnetischen Körper unterscheidet.

2) G. Wiedemann, Electricität 3, § 416 Schlusssatz.

3) Kirchhoff, Gesamm. Abhandl. p. 217.

4) Duhem, de l'aimantation par influence. Thèse Nr. 642, Paris 1888.

im allgemeinen sind mit $\mathfrak{J}$ bezeichnet. Um die überflüssige Häufung der benutzten Buchstaben zu umgehen, sind den Vectoren die Richtungsindices x, y, z, v, τ angehängt, um deren Componenten nach den X, Y, Z-Axen, die Normalcomponenten und die Tangentialcomponenten an bestimmten Flächen zu bezeichnen. Bei mehreren Indices kommen diejenigen der Richtung zuletzt; eine derartige Bezeichnung ist für Zwangscomponenten in der Elasticitätstheorie längst üblich; sie fördert, wie mir scheint, Kürze und Uebersichtlichkeit zugleich.

Es bedeutet ferner wie üblich: $\mathfrak{J}$, Magnetisirung; $\mathfrak{B}$, Induction; $\mathfrak{H}$, magnetische Intensität; T, magnetisches Potential; $\varkappa$, Susceptibilität; μ, Permeabilität; N, Entmagnetisirungsfactor (vgl. § 10); L, Strecke auf Integrationswegen; $\mathfrak{m}$, Dimensionsverhältniss der Länge zum Durchmesser von Cylindern. Mittelwerthe sind durch Horizontalbalken über dem Buchstaben bezeichnet; ist letzterer gestrichen, so wird die betreffende Grösse innerhalb der ferromagnetischen Substanz betrachtet. Die Grössen $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{B}$ und T sind mit den Indices i oder e versehen, je nachdem sie von der Magnetisirung des betrachteten Körpers selbst oder von irgend einem anderen Agens herrühren. Die Summe der beiden so angedeuteten Glieder erhält den Index t (total); so ist z. B.:

$$\mathfrak{H}_t = \mathfrak{H}_e + \mathfrak{H}_i.$$

Von manchen Autoren wird diese Zergliederung als künstlich verworfen; indessen scheint mir ohne sie eine präcise Behandlung undurchführbar.

Einige meist wohlbekannte Sätze über Raumvertheilungen von Vectoren[1]) seien hier in theilweise modificirter Fassung zusammengestellt:

I. Vectorvertheilungen im allgemeinen.

§ 3. *Solenoidale Vertheilung* besitzt ein Vector innerhalb eines Raumgebietes, wenn er in jedem Punkte, wo seine Com-

1) Vgl. namentlich Sir Wm. Thomson (jetzt Lord Kelvin) Repr. Pap. Electr. and Magn. §§ 504—523; jene Entwickelungen und Benennungen sind zwar ursprünglich für rein electrische, resp. magnetische Grössen durchgeführt, können aber ganz allgemein aufgefasst werden, wie dies z. B. Maxwell (Treatise 2. Ed. I. p. 21) thut.

aenten stetig bleiben, der räumlichen Continuitätsgleichung:

$$\frac{\partial \mathfrak{F}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{F}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{F}_z}{\partial z} = 0$$

d an jeder Unstetigkeitsfläche der oberflächlichen Continuitäts-ichung $\mathfrak{F}_\nu = \mathfrak{F}_\nu'$ genügt; beide sind nothwendige und gegende Bedingungen. Das Gebiet zerfällt in Vectorröhren, ren Querschnitt dem Tensor $\mathfrak{F}$ umgekehrt proportional ist. s Oberflächenintegral des Vectors über eine geschlossene iche schwindet stets.

§ 4. *Lamellare Vertheilung.* Nothwendige und genügende dingung sind die Irrotationalitätsgleichungen:

$$\frac{\partial \mathfrak{F}_y}{\partial z} = \frac{\partial \mathfrak{F}_z}{\partial y}, \quad \frac{\partial \mathfrak{F}_z}{\partial x} = \frac{\partial \mathfrak{F}_x}{\partial z}, \quad \frac{\partial \mathfrak{F}_x}{\partial y} = \frac{\partial \mathfrak{F}_y}{\partial x}.$$

Allgemeine Grenzbedingungen für Unstetigkeitsflächen sind cht anzugeben; sie richten sich nach dem besonderen Fall. r Ausdruck $\mathfrak{F}_x dx + \mathfrak{F}_y dy + \mathfrak{F}_z dz$ ist ein exactes Diffential, dessen Integral das scalare Potential des Vectors dar-llt. Das Gebiet zerfällt in durch Aequipotentialflächen grenzte Lamellen, deren Dicke dem Tensor $\mathfrak{F}$ umgekehrt oportional ist. Einer geschlossenen Curve entlang ist das nienintegral des Vectors Null oder gleich einer Constanten, nachdem die Curve in einem acyclischen oder cyclischen ume verläuft.

§ 5. *Complex lamellare Vertheilung.* Nothwendige und gegende Bedingungsgleichung:

$$\mathfrak{F}_x\left(\frac{\partial \mathfrak{F}_y}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{F}_z}{\partial y}\right) + \mathfrak{F}_y\left(\frac{\partial \mathfrak{F}_z}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{F}_x}{\partial z}\right) + F_z\left(\frac{\partial \mathfrak{F}_x}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{F}_y}{\partial x}\right) = 0.$$

Der Ausdruck $\mathfrak{F}_x dx + \mathfrak{F}_y dy + \mathfrak{F}_z dz$ ist kein exactes fferential, kann aber durch einen scalaren integrirenden visor $f(x, y, z)$ in ein solches verwandelt werden, dessen Inteal $\Phi(x, y, z)$, einer Anzahl constanter Parameter $\Phi_1, \Phi_2 \ldots \Phi_n$ ichgesetzt, eine zum Vector orthogonale Flächenschaar dar-llt. Beziehungen zum Tensor gibt es in diesem Falle nicht.

§ 6. *Lamellar-solenoidale Vertheilung.* Nothwendige und nügende Bedingung für das Potential ist die Laplace'sche eichung $\nabla^2 = 0$. Das betrachtete Gebiet zerfällt in Zellen, ren Volum dem Tensorquadrat umgekehrt proportional ist.

im all... ...solenoidale Vertheilung. Nothwendige
Häufi... ...für den variabelen Flächenpara-
Vect... ...zu beweisen, die Gleichung:

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y}\frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial z}\frac{\partial f}{\partial z} = 0,$$

...enden Divisor bedeutet.

...e Sätze.

...ector irgend einer der angeführten Bedingungen ...t sein Product in eine constante scalare Grösse

...uperposition zweier oder mehrerer solenoidaler oder ...rtheilungen ergibt wieder eine solenoidale, resp. ...esultirende.

... die betreffenden Bedingungsgleichungen enthalten ...eitungen der Vectorcomponenten nach den Coordinaten ...ar. Bei complex lamellarer Vertheilung ist dies nicht ...er Fall und trifft daher der Superpositionssatz im all...meinen nicht zu.

II. Magnetische Vectorvertheilungen.

§ 9. *Stromloses Ferromagneticum.* Dieses werde als homogen und isotrop vorausgesetzt und sei auch frei von Hysteresis des Werthes wie der Richtung, indem man es sich dazu beispielsweise Erschütterungen oder superponirten abnehmenden Wechselfeldern ausgesetzt denken kann.[1] Kirchhoff stellte bereits a. a. O. den neuen Ansatz auf, dass aus Symmetriegründen $\mathfrak{J}$ eine Function von $\mathfrak{H}_t$ und damit gleichgerichtet sein müsse. Dasselbe gilt für $\mathfrak{B}_t = \mathfrak{H}_t + 4\pi\mathfrak{J}$; daher ist $\mathfrak{J} = \varkappa(\mathfrak{H}_t)\mathfrak{H}_t$ und $\mathfrak{B}_t = \mu(\mathfrak{H}_t)\mathfrak{H}_t$; sämmtlich Vectorgleichungen, welche auch für die Componenten gelten. Diese Bezeichnung $\varkappa(\mathfrak{H}_t)$ und $\mu(\mathfrak{H}_t)$ besagt, dass nach den gemachten Voraussetzungen $\varkappa$ und μ nur Functionen von $\mathfrak{H}_t$ sind, und zwar rein empirische, deren Haupteigenschaft darin besteht, dass sie bei unbegrenztem Anwachsen ihres Argumentes gegen 0 bez. 1 convergiren. Der bei dem heutigen Stande unserer Kenntnisse geringeren Bedeutung jener, für Ferromagnetica variabelen, Functionen entsprechend werden sie im Folgenden kaum Verwendung finden.

---

1) Gerosa und Finzi, Rend. R. Ist. Lomb. **24.** p. 149. 1891; Rend. R. Lincei (8) **7.** p. 253. 1891; Beibl. **16.** p. 229. 1892.

wenden wir uns zur Vertheilungsart der drei magnetischen Hauptvectoren $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{B}$.

§ 10. *Die Intensität.* $\mathfrak{H}_e$ ist lamellar-solenoidal vertheilt; an einer geschlossenen, mit dem Strome I q-fach verschlungenen Curve entlang beträgt das Linienintegral $4\pi q I$.

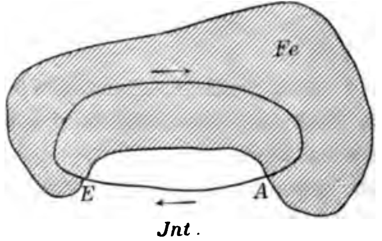


Fig. 1.

$\mathfrak{H}_i$ ist lamellar, im allgemeinen nicht solenoidal: an jeder geschlossenen Curve entlang schwindet das Linienintegral. Betrachten wir eine solche näher, die theils im Ferromagneticum, theils im Interferricum[1]) liegen möge (vgl. Fig. 1). Nun ist in Fe

$$\int_E^A \mathfrak{H}_i' \, dL$$

das Linienintegral der selbstentmagnetisirenden Intensität; dagegen in Int

$$\int_A^E \mathfrak{H}_i \, dL = {}_A^E T_i ,$$

d. h. der magnetische Potentialzuwachs von der Aus- bis zur Eintrittsstelle der Curve, sofern dieser von der eigenen Magnetisirung des Fe herrührt. Da nun

$$\int_A^A \mathfrak{H}_i \, dL = 0 = \int_A^E \mathfrak{H}_i \, dL + \int_E^A \mathfrak{H}_i' \, dL ,$$

folgt

$$(5) \qquad {}_A^E T_i = - \int_E^A \mathfrak{H}_i' \, dL ,$$

d. h.: III. *Zwischen zwei beliebigen Punkten E und A der Grenzfläche ist der Antheil* ${}_A^E T_i$ *des magnetischen Potentialzuwachses im Interferricum numerisch gleich dem Linienintegral der selbstentmagnetisirenden Intensität im Ferromagneticum.*

1) Dieser Ausdruck bezieht sich auf alle nicht ferromagnetischen Raumtheile und ist dem französischen „entrefer“ des Hrn. Hospitalier nachgebildet, welches sich seiner Bequemlichkeit wegen allgemein eingebürgert hat.

Die Verwendbarkeit dieses Satzes wird weiter unten zu Tage treten. Falls $\mathfrak{H}_i' = N\mathfrak{J}$, wo N constant, wird das Linienintegral in Fe

$$N\int_E^A \mathfrak{J}\cos(\mathfrak{J}, L)\, d\,L.$$

Dies trifft in aller Schärfe nur bei Ellipsoiden zu, welche in Richtung einer Axe magnetisirt sind; in einer Anzahl von Fällen weicht aber $\mathfrak{J}$ von einem mittleren Werthe $\overline{\mathfrak{J}}$ nur wenig ab; legen wir nun den Integrationsweg einer $\mathfrak{J}$-Linie entlang, so können wir

$$\int_E^A \mathfrak{H}_i'\, d\,L = \overline{N}\,\overline{\mathfrak{J}}\,{}_E^A(L) \tag{6}$$

setzen; die hierdurch definirte Zahl $\overline{N}$ nennen wir den *mittleren Entmagnetisirungsfactor*; es ist nicht ausgeschlossen, dass dieser sich mit der Magnetisirung ändere, namentlich in der Nähe des Maximalgebietes jener Grösse.

$\mathfrak{H}_t$ ist als Summe der beiden lamellaren Vectoren $\mathfrak{H}_e$ und $\mathfrak{H}_i$ ebenfalls lamellar (§ 8. II). Ferner:

$$\int_A^A \mathfrak{H}_t\, d\,L = \int_A^A \mathfrak{H}_e\, d\,L + 0 = 4\,\pi\,q\,I$$

(erstes Princip der Hopkinson'schen Theorie magnetischer Kreise).

An Grenzflächen zwischen Ferromagneticum und Interferricum ist das Potential Υ_t stetig, mithin $\mathfrak{H}_{t\tau} = \mathfrak{H}_{t\tau}'$; dagegen $\mathfrak{H}_{t\nu} = \mathfrak{H}_{t\nu}' + 4\,\pi\,\mathfrak{J}_\nu$ (Princip der Ewing-Low'schen „Isthmus-Methode").

§ 11. *Die Magnetisirung.* Da nach unserem Ansatze die $\mathfrak{J}$-Linie überall mit der $\mathfrak{H}_t$-Linie gleichgerichtet ist, mithin senkrecht zur Aequipotentialfläche $\Upsilon_t =$ const. verläuft, leuchtet ein, dass $\mathfrak{J}$ mindestens complex lamellar sein muss. Nach der alten Theorie ist bekanntlich diese Grösse lamellar-solenoidal; der oben ausgesprochene abweichende neue Satz kann wie folgt analytisch bewiesen werden. Es ist

$$\mathfrak{J}_z\left(\frac{\partial \mathfrak{J}_y}{\partial x}-\frac{\partial \mathfrak{J}_z}{\partial y}\right)=\varkappa\,\mathfrak{H}_{tz}\left(\varkappa\frac{\partial \mathfrak{H}_{ty}}{\partial x}+\mathfrak{H}_{ty}\frac{\partial \varkappa}{\partial x}-\varkappa\frac{\partial \mathfrak{H}_{tz}}{\partial y}-\mathfrak{H}_{tz}\frac{\partial \varkappa}{\partial y}\right)$$

$$\mathfrak{J}_y\left(\frac{\partial \mathfrak{J}_z}{\partial x}-\frac{\partial \mathfrak{J}_x}{\partial z}\right)=\varkappa\,\mathfrak{H}_{ty}\left(\varkappa\frac{\partial \mathfrak{H}_{tz}}{\partial x}+\mathfrak{H}_{tz}\frac{\partial \varkappa}{\partial x}-\varkappa\frac{\partial \mathfrak{H}_{tx}}{\partial z}-\mathfrak{H}_{tx}\frac{\partial \varkappa}{\partial z}\right)$$

$$\mathfrak{J}_z\left(\frac{\partial \mathfrak{J}_x}{\partial y}-\frac{\partial \mathfrak{J}_y}{\partial x}\right)=\varkappa\,\mathfrak{H}_{tz}\left(\varkappa\frac{\partial \mathfrak{H}_{tx}}{\partial y}+\mathfrak{H}_{tx}\frac{\partial \varkappa}{\partial y}-\varkappa\frac{\partial \mathfrak{H}_{ty}}{\partial x}-\mathfrak{H}_{ty}\frac{\partial \varkappa}{\partial x}\right).$$

In obigen drei Klammerausdrücken zur Rechten heben ch je das erste und dritte Glied wegen der Lamellarität von auf; da die übrige Summe rechts identisch Null wird, schwin- t die Summe links ebenfalls und ist dadurch die complex mellare Bedingungsgleichung (3) für $\mathfrak{J}$ erfüllt; dabei tritt die isceptibilität als integrirender Divisor auf. Es gelten ferner ich der neuen Theorie folgende Sätze, die sich öfters brauch- ir erweisen.[1])

IV. *Ein Körper sei so gestaltet, dass in einer gegebenen ichtung eine gleichförmige Magnetisirung eine gleichförmige, ihr tgegengerichtete, entmagnetisirende Intensität erzeugen würde; inn inducirt ein äusseres, jener Richtung paralleles, gleichför- iges Feld, eine derartige Magnetisirung.*

V. *Ein beliebig gestalteter, ferromagnetischer Körper befinde h in einem beliebig vertheilten äusseren Felde. Falls dann die tensität des Letzteren in's Unendliche wächst, nähert sich überall Richtung der Magnetisirung derjenigen des Feldes und ihr erth dem Maximalwerthe für die Substanz (Kirchhoff).*

§ 12. *Die Induction.* $\mathfrak{B}_e$ ist mit $\mathfrak{H}_e$ identisch, folglich nellar-solenoidal. $\mathfrak{B}_i$ ist nach einem bekannten Fundamental- tze stets solenoidal, wie auch $\mathfrak{J}$ vertheilt sein möge. Folg- h ist $\mathfrak{B}_t$, $= \mathfrak{B}_e + \mathfrak{B}_i$, ebenfalls solenoidal (§ 8. II). Nebenbei $\mathfrak{B}_t$ complex lamellar, was man in derselben Weise wie für zeigen kann, nur dass als integrirender Divisor μ an Stelle n $\varkappa$ tritt. Schliesslich ist also die totale Induction complex nellar-solenoidal; sie hat ein Vectorpotential, dagegen kein ılares Potential. An Grenzflächen gilt:

$$\mathfrak{B}_{t\nu} = \mathfrak{B}_{t\nu}'; \text{ dagegen } \mathfrak{B}_{t\tau}' = \mathfrak{B}_{t\tau} + 4\pi\,\mathfrak{J}_\tau$$

rincip der magneto-optischen Messmethode), woraus das Tan- ıtengesetz für die Brechung der Inductionslinien

$$tg\,\alpha' = \mu\,tg\,\alpha$$

---

1) Vgl. du Bois, Wied. Ann. **31** pp. 946, 949, 1887.

abgeleitet werden kann, wo α' und α die Neigung jener Linien zur Normalen im Ferromagneticum, resp. im Interferricum bedeuten.

In einer grossen Anzahl der praktisch vorkommenden Fälle erreicht $\mathfrak{H}_t$ nur wenige Hundert C. G. S.-Einheiten und es ist dann mit genügender Annäherung:

$$\mathfrak{J} = \frac{1}{4\pi}\mathfrak{B}_t$$

sodass die Magnetisirung ebenfalls als solenoidal betrachtet werden kann (§ 8. I). Der andere extreme Fall ist der (§ 11. V) angenommene.

§ 13. *Stromdurchflossenes Ferromagneticum.*[1]) In einem, electrische Strömungen $\mathfrak{C}$ (techn. „Stromdichte") leitenden, Körper ist bekanntlich $\mathfrak{H}_e$ noch solenoidal, indess nicht mehr lamellar. Unter Berücksichtigung der Gleichungen:

$$4\pi\mathfrak{C}_x = \frac{\partial\mathfrak{H}_{ez}}{\partial y} - \frac{\partial\mathfrak{H}_{ey}}{\partial z}, \quad 4\pi\mathfrak{C}_y = \frac{\partial\mathfrak{H}_{ex}}{\partial z} - \frac{\partial\mathfrak{H}_{ez}}{\partial x}, \quad 4\pi\mathfrak{C}_z = \frac{\partial\mathfrak{H}_{ey}}{\partial x} - \frac{\partial\mathfrak{H}_{ex}}{\partial y},$$

woraus unmittelbar das Gesagte hervorgeht, wäre die complex lamellare Bedingungsgleichung für $\mathfrak{H}_e$

$$\mathfrak{C}_x\mathfrak{H}_{ex} + \mathfrak{C}_y\mathfrak{H}_{ey} + \mathfrak{C}_z\mathfrak{H}_{ez} = \mathfrak{C}\mathfrak{H}_e\cos(\mathfrak{C},\mathfrak{H}_e) = 0$$

welche verlangt, dass $\mathfrak{C}$ und $\mathfrak{H}_e$ in jedem Punkte senkrecht zu einander verlaufen. Dies ist im allgemeinen nicht der Fall[2]), folglich ist $\mathfrak{H}_e$ nicht einmal complex lamellar. Zwar ist $\mathfrak{H}_i$ immer noch lamellar, die Summe $\mathfrak{H}_t = \mathfrak{H}_e + \mathfrak{H}_i$ aber entspricht nun keiner besonderen Vertheilungsart mehr; ebensowenig ist dies daher für die Magnetisirung der Fall.[3])

Da $\mathfrak{B}_e = \mathfrak{H}_e$, ebenso wie $\mathfrak{B}_i$ nach wie vor solenoidal ist, bleibt es auch ihre Summe $\mathfrak{B}_t$. Die Continuität des Inductionsstromes, die Grundlage der ganzen Theorie der Inductionsröhren, bildet daher ein völlig allgemeines Fundamentalprincip.

Dies wurde neuerdings auch von Hrn. Janet[4]) in einer Arbeit über Magnetisirung in „nicht conservativen" Feldern

---

1) Vgl. Kirchhoff, l. c. p. 230—237.

2) Vielmehr lassen sich leicht Anordnungen ersinnen, wo beide Grössen beliebige Winkel mit einander bilden, wie Hr. Prof. Planck mir anzugeben die Güte hatte.

3) Man kann solche willkürliche Vertheilungen als complex solenoidale bezeichnen; cf. Sir Wm. Thomson l. c. § 509.

4) P. Janet, Journal de physique (2) **9.** p. 500. 1890.

hervorgehoben. Im weitern Verlaufe seiner Erörterungen constatirt der Verfasser die Complicirtheit und Unlösbarkeit der Differential- oder Integralgleichungen, welche man bei Einführung variabler Susceptibilität erhält und setzt diese Grösse daher einfach constant, wie viele vor ihm. Indessen scheint es mir principiell ungerechtfertigt, bei eintretendem Versagen der Analyse ihr zu Hülfe Naturgesetzen derart Gewalt anzuthun. Trotzdem werden Hrn. Janet's interessante Folgerungen über das Verhalten transversal magnetisirter stromdurchflossener Cylinder elliptischen Querschnitts innerhalb eines beschränkten Bereichs ungefähr zutreffen; denn das im letzten Absatz des § 12 bemerkte dürfte auch bei seinen Versuchen gelten.

§ 14. *Die Sätze Sir W. Thomson's*[1]) über ähnliche electromagnetische Systeme mit Strömen proportional den Lineardimensionen bleiben in der neuen Theorie unverändert, was hier nicht bewiesen werden soll, und erweisen sich bei der Bearbeitung mancher praktischer Fragen sehr nützlich.

III. Magnetische Kreise.

§ 15. *Geschlitzter Ring.* Wegen der nach dem Obigen ganz allgemein stattfindenden Solenoidalität der Induction bestehen alle electromagnetischen Systeme ohne Unterschied aus Schaaren geschlossener Inductionsröhren, können daher als magnetische Kreissysteme aufgefasst werden (zweites Princip der Hopkinson'schen Theorie). Dabei wird es ganz von dem betrachteten Specialfalle abhängen, ob es sich empfiehlt, auf jene Eigenschaft das Hauptgewicht zu legen, wie es für die technisch benutzten Gebilde mit Erfolg durchgeführt ist. Im Folgenden soll an einem typischen Beispiele gezeigt werden, wie man zu den so gewonneneu Ergebnissen auf rein physikalischem Wege gelangen kann.[2])

Der einfache Typus magnetischer Kreise im gebräuchlichen engern Sinne ist ein radial geschlitzter dünner Ring, welcher

---

1) Sir Wm. Thomson, l. c. § 564.

2) Einige mehr elementare Resultate dieses Abschnitts habe ich bereits mehrfach ohne Beweis angeführt und auf technische Probleme angewandt; Verh. physik. Ges. Berlin **9.** p. 81. 1890; Phil. Mag. (5) **30.** p. 335. 1890; Verh. Electrotechn. Congr. Frankfurt 11. Sept. 1891; The Electrician **27.** p. 634. 1891.

dem Einfluss eines äusseren, gleichmässig peripherischen, Feldes unterliegt. Es sei (Fig. 2) r_1 der Radius des Centralkreises, r_2 derjenige des kreisförmigen Querschnitts, d die Schlitzweite. Wenden wir die Betrachtungen des § 10 an, indem wir die Ringsubstanz als stromlos annehmen und wählen wir den Centralkreis als Integrationsweg, so wird nach (5) und (6):

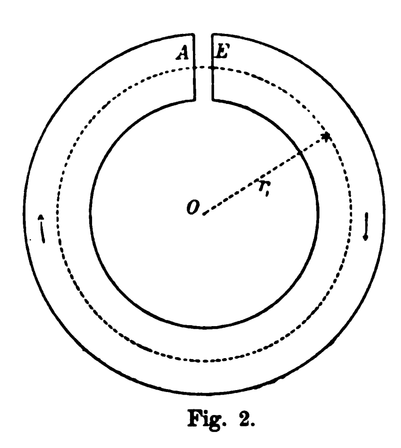


Fig. 2.

$$(7) \quad \int_A^E T_i = \overline{N}\,\overline{\mathfrak{J}}\,(2\pi r_1 - d)$$

Nehmen wir nun in erster Annäherung die Magnetisirung über den ganzen Ringquerschnitt constant und überall peripherisch gerichtet an, so sind die beiden Stirnflächen mit fictiven „Fluidis“ belegt zu denken, deren Flächendensität gleichförmig und zwar $= \pm \mathfrak{J}$ ist. Es wird dann, wie leicht gezeigt werden kann,

$$(8) \quad \int_A^E T_i = 2\int_0^d \frac{x\,dx}{\sqrt{r_2^2 + x^2}} = 4\pi\mathfrak{J}\,(d + r_2 - \sqrt{d^2 + r_2^2})$$

Daher aus (7) und (8)

$$(9) \qquad \overline{N} = \frac{2\,(d + r_2 - \sqrt{d^2 + r_2^2})}{r_1 - \dfrac{d}{2\pi}}$$

Die hier behufs erster Annäherung gemachte Annahme trifft bei unendlichem äusseren Felde zu (§ 11. V); dem gefundenen Ausdrucke (9) werden sich daher die in Wirklichkeit gemessenen Werthe von IV. bei genügender Steigerung des magnetisirenden Stromes nähern müssen.

§ 16. *Zweite Annäherung.* Hierbei ist zu berücksichtigen, dass die fictiven Fluida sich auch auf die Ringfläche verbreiten, jedoch immer noch am dichtesten in der Nähe der Stirnflächen bleiben werden. In vielen Fällen wird die Magnetisirung genügend nahe solenoidal sein (§ 12), das Auftreten der Fluida sich daher auf die Oberfläche beschränken. Da r_1 gross gegen

r_2 vorausgesetzt ist, wird die Krümmung des Ringes zu vernachlässigen sein, mithin die Vertheilung nahe den Stirnflächen dieselbe sein, als wenn zwei halb unendliche Cylinder vom Radius r_2 sich in der Entfernung d gegenüberständen. Der Berechnung ist dieser Fall nicht ohne Weiteres zugänglich, man kann jedoch behaupten, dass

$$(10) \qquad {}_A^E T_i = 4\pi \mathfrak{J}\, d\, \mathfrak{n}\left(\frac{d}{r_2}\right)$$

Die Zahl $\mathfrak{n}$ ist nur Function des Verhältnisses d/r_2. Sie entspricht ungefähr dem Reciprok des von Hopkinson definirten „Streuungscoefficienten" ν[1]), welches experimentell bestimmt werden könnte; sei es direct auf magnetischem Wege, sei es aus Widerstandsmessungen ähnlicher galvanischer oder aus Capacitätsbestimmungen ähnlicher electrostatischer Gebilde. Letzteres auf Grund der bekannten mathematischen Analogie in jene Gebieten. Man erhält nun aus (7) und (10)

$$(11) \qquad \bar{N} = \frac{2\, d\, \mathfrak{n}\left(\frac{d}{r_2}\right)}{r_1 - \frac{d}{2\pi}}$$

Bei unendlich engem Schlitze wird $\mathfrak{n} = 1$, daher

$$(12) \qquad N = \frac{2\, d}{r_1}$$

Der Ausdruck (9) reducirt sich ebenfalls auf die einfache Gleichung (12), wenn d/r_1 unbegrenzt abnimmt. Bei zunehmender Schlitzweite wird $\mathfrak{n} < 1$; überdies muss diese Zahl ebenso wie $\bar{N}$ (§ 10) anfangen, sich mit $\bar{\mathfrak{J}}$ zu ändern, sobald letztere Grösse einen gewissen Werth übersteigt (für Eisen etwa $\bar{\mathfrak{J}} > 1000$). Im hiesigen Institute sind Untersuchungen an geschlitzten Ringen im Gange, über die nach Abschluss berichtet werden soll. Die erhaltenen Resultate können mit der nöthigen Umsicht auch auf weniger einfach gestaltete Gebilde annähernd angewandt werden.

IV. Endlicher Cylinder.

§ 17. *Entmagnetisirungsfactoren.* Trotz der vielen seit Green (1828) über die Magnetisirung endlicher Cylinder veröffentlichten, einerseits theoretischen, andererseits rein empi-

1) J. u. E. Hopkinson, Phil. Trans. 177. I. p. 331. 1886.

rischen Untersuchungen liegen Angaben über deren Selbstentmagnetisirung meines Wissens nicht vor. Nun würde es bei magnetischen Messungen zwar stets den Vorzug verdienen. an Ovoiden Beobachtungen anzustellen; und diese sind auf der Drehbank kaum umständlicher herzustellen, als Cylinder mit senkrechten Endflächen. Dennoch sind weitaus die Mehrzahl der zum Theil sehr werthvolleren Experimentaluntersuchungen mit Cylindern ausgeführt. Auch dürfte dies in Zukunft noch häufig geschehen, trotzdem die so erhaltenen Resultate bez. Curven schwerlich ohne Weiteres interpretirbar sind und dadurch an Werth verlieren.

Es soll darum eine Bestimmung von Entmagnetisirungsfactoren für Cylinder aus schon vorhandenem Beobachtungsmaterial der Hrrn. Ewing und Tanakadaté versucht werden; dies steht allerdings mit dem Vorhergehenden in etwas losem Zusammenhang, möge aber aus Zweckmässigkeitsgründen hier einen Platz finden. Sobald jene Factoren als Function des Dimensionsverhältnisses bekannt sind, lassen sich alle Beobachtungsresultate auf den eigentlichen Normalfall endloser Gestalten zurückführen, bez. die allein charakteristische Normalcurve des untersuchten Materials feststellen. Am bequemsten geschieht dies mittels des Rayleigh-Ewing'schen Scheerungsverfahrens.[1])

§ 18. *Berechnung.* Nach dem oben Ausgeführten bildet zwar auch ein Cylinder mit seiner umgebenden Kraftlinienschaar ein magnetisches Kreissystem; ist dabei aber das beste Beispiel eines Falles, wo man deren Theorie nicht erfolgreich anwendet. Man muss sich vielmehr auf andere specielle Weise helfen; dabei beschränken wir uns auf den gewöhnlichen Fall, dass $\mathfrak{H}_i$ gering, mithin $\mathfrak{J}$ solenoidal ist (§ 12). Betrachten wir nun einen Kreiscylinder von der Länge 2, dem Radius $1/\mathfrak{m}$, dem Querschnitt $\pi/\mathfrak{m}^2$. Falls $\mathfrak{m}$ einen erheblichen Werth erreicht, sagen wir 100, so ist die Magnetisirung ziemlich gleichförmig und fällt nur nahe an den Enden rasch ab; lassen wir jetzt $\mathfrak{m}$ noch weiter wachsen, indem wir unsern Cylinder bei constanter Länge verdünnen.

Nehmen wir vorläufig an, die relative lineare Vertheilung

1) Lord Rayleigh, Phil. Mag. (5) 22. p. 175. 1886. Das Verfahren ist von Ewing beschrieben und erläutert in „Magnetic Induction in iron etc." §§ 48. 64. London 1892. Uebersetz. Berlin 1892.

ändere sich weiter nicht, dann ist die entmagnetisirende Intensität $\mathfrak{H}_i'$ in einem beliebigen Punkte proportional der „Lineardensität" der fictiven Fluida nach der Längsaxe. Die mittlere Magnetisirung bleibe stets die gleiche $\overline{\mathfrak{J}}$, so ist das Moment $2\pi\overline{\mathfrak{J}}/\mathfrak{m}^2$; mithin Letzteres und damit die Lineardensität umgekehrt proportional dem Quadrat des Dimensionsverhältnisses; dasselbe gilt für den Werth von $\mathfrak{H}_i'$ in jedem beliebigen Punkte, folglich auch für den Mittelwerth $\overline{\mathfrak{H}}_i'$ oder, da $\overline{\mathfrak{H}}_i' = \overline{N}\overline{\mathfrak{J}}$ und $\overline{\mathfrak{J}}$ constant bleiben sollte

$$\overline{N}\mathfrak{m}^2 = C = \text{const. (für } \mathfrak{m} > 100).$$

§ 19. *Beobachtungsmaterial.* Hr. Ewing [1]) hat eine Reihe durchaus vergleichbarer Curven gegeben, welche den Einfluss des Dimensionsverhältnisses veranschaulichen; aus diesen findet man durch Rückscheerung

Nr.	m		x	C
1	300	$\overline{N}_{300} = \quad + x$	—	45
2	150	$\overline{N}_{150} = 0{,}0014 + x$	0,00047	43
3	100	$\overline{N}_{100} = 0{,}0041 + x$	0,00051	46
4	75	$\overline{N}_{75} = 0{,}0075 + x$	0,00050	45
5	50	$\overline{N}_{50} = 0{,}0156 + x$	—	—
		Mittel	0,0005	45

Indem man $\overline{N}_{300}$ als Unbekannte betrachtet und die Relation $\overline{N}\mathfrak{m}^2 = C$ zu Grunde legt, findet man aus der Combination von 1 mit 2, 3 und 4 die Werthe in den beiden letzten Spalten. Diese stimmen genügend überein, um unsere oben gemachte Annahme zu rechtfertigen; mittelst ihr kann man nun weitere Werthe von $\overline{N}$ für $300 < \mathfrak{m} < \infty$ berechnen.

Für $\mathfrak{m} = 50$ beträgt C schon merklich weniger, nämlich 40,2. Die Werthe von C wurden graphisch aufgetragen und da sie sich im Gegensatze zu $\overline{N}$ nur wenig ändern, lässt sich eine sie darstellende glatte Curve leicht ziehen. Die kurze Strecke von $\mathfrak{m} = 50$ bis $\mathfrak{m} = 39{,}4$ wurde graphisch extrapolirt und für letzteres $C = 38{,}0$, daher $\overline{N}_{39,4} = 0{,}0245$ gefunden.

1) J. A. Ewing, Phil. Trans. **176.** II. p. 535. u. Pl. 57 Fig. 3, 1885.

Von hier an abwärts können Curven des Hrn. Tanakadaté[1]) herangezogen werden, aus denen man findet:

$\overline{N}_{31,0} = 0{,}0104 + \overline{N}_{39,4} = 0{,}0349$	$C = 35{,}7$
$\overline{N}_{26,3} = 0{,}0255 + \overline{N}_{39,4} = 0{,}0500$	$34{,}7$
$\overline{N}_{19,7} = 0{,}0570 + \overline{N}_{39,4} = 0{,}0815$	$31{,}6$
$\overline{N}_{13,1} = 0{,}1202 + \overline{N}_{39,4} = 0{,}1447$	$24{,}9$

Aus der C-Curve ergeben sich dann die interpolirten Werthe von $\overline{N}$ für beliebige Dimensionsverhältnisse m.

§ 20. *Tabellarische Uebersicht.* In den ersten drei Spalten der folgenden Tabelle, welche sich in manchen Fällen brauchbar erweisen dürfte, sind diese Resultate zusammengestellt; daneben wurden die N für Ovoide vom Axenverhältniss m nach bekannten Gleichungen berechnet und eingetragen. Die Werthe $\mathrm{m}^2 N$ sind beigegeben, weil sie sich zur Interpolation besser eignen. Aus den Zahlenreihen ergibt sich, dass die N für Ovoide stets grösser sind als die $\overline{N}$ der entsprechenden Cylinder, wie zu erwarten war. Eine Gleichstellung ist daher unzulässig[2]); vielmehr verhält sich ein Ovoid wie ein um ca. 10 bis 20 Proc. kürzerer Cylinder.

Entmagnetisirungsfactoren von Cylindern und Ovoiden.

m	Cylinder		Ovoide	
	$C = \mathrm{m}^2 \overline{N}$	$\overline{N}$	N	$C = \mathrm{m}^2 N$
0	0	12,5664	12,5664	0
0,5	—	—	6,5864	1,65
1	—	—	4,1888	4,19
5	—	—	0,7015	17,56
10	21,6	0,2160	0,2549	25,5
15	27,1	0,1206	0,1350	30,4
20	31,0	0,0775	0,0848	34,0
25	33,4	0,0533	0,0579	36,2
30	35,4	0,0393	0,0432[3])	38,8

1) Tanakadaté, Phil. Mag. (5) **26.** p. 450. 1888.

2) Vgl. W. Weber, Electrodynam. Maassbestimm. **3.** p. 573. 1867; Kirchhoff, l. c. p. 221.

3) Bei einer früheren Gelegenheit habe ich $N_{30} = 0{,}052$ statt 0,043 angegeben und benutzt (Phil. Mag. (5) **29.** p. 295. 1891). Dieser Rechenfehler sei hiermit corrigirt; die Resultate jener Arbeit werden dadurch übrigens nicht merklich beeinflusst. Bei den Zahlen obiger Tabelle sind derartige Fehler, wie ich hoffe, durch graphische Controlle nach Möglichkeit vermieden.

m	Cylinder $C = m^2 \overline{N}$	Cylinder $\overline{N}$	Ovoide N	Ovoide $C = m^2 N$
40	38,7	0,0238	0,0266	42,5
50	40,5	0,0162	0,0181	45,3
60	42,4	0,0118	0,0132	47,5
70	43,7	0,0089	0,0101	49,5
80	44,4	0,0069	0,0080	51,2
90	44,8	0,0055	0,0065	52,5
100	45,0	0,0045	0,0054	54,0
150	45,0	0,0020	0,0026	58,3
200	45,0	0,0011	0,0016	64,0
300	45,0	0,00050	0,00075	67,5
400	45,0	0,00028	0,00045	72,0
500	45,0	0,00018	0,00030	75,0
1000	45,0	0,00005	0,00008	80,0
∞	—	0	0	—

Nach den Versuchen v. Waltenhofen's[1]) darf man
ter annehmen, dass ferromagnetische Prismen oder Bündel
beliebigem Profil in ihrem Verhalten wenig von Kreis-
ndern gleicher Länge und gleichen Querschnitts abweichen
den.

Berlin, Physik. Inst. d. Univ., 25. Mai 1892.

1) v. Waltenhofen, Wien. Ber. **48.** (2) p. 518. 1863.

VIII. *Ueber die Capacität von Condensatoren; von Gottlieb Adler.*

Die Capacität C eines Conductors ist bekanntlich definirt als das Verhältniss seiner Ladung A zu jenem Potentialniveau α, auf das er durch sie im unbeeinflussten Zustande gebracht wird, es ist

$$C = \frac{A}{\alpha}. \tag{I}$$

In analoger Weise ist die Capacität eines aus zwei Conductoren bestehenden geschlossenen *Condensators* definirt als das Verhältniss der auf dem inneren befindlichen Ladung zu seiner Potentialdifferenz gegen den äusseren.

Für eine sehr allgemeine Classe solcher Condensatoren soll nun der nachstehende Satz nachgewiesen werden:

„Besteht ein Condensator aus zwei geschlossenen Conductoren, die einander als Niveauflächen zugehören, bezeichnet C_1 die Capacität des inneren, C_2 des äusseren Conductors, dann ist die Capacität dieses Condensators

$$C' = \frac{C_1}{1 - \frac{C_1}{C_2}} \tag{II}$$

Der Beweis von Formel (II) ergibt sich sehr einfach aus jenem elementaren Gauss'schen Satz [1]), der eine Symmetrieeigenschaft zweier möglicher Gleichgewichtszustände eines electrischen Systems ausspricht.

Er lautet: Bezeichnet V das Potential, herrührend von den beliebig vertheilten electrischen Massenpunkten $e_1, e_2 \ldots$; V' das Potential, hervorgerufen durch die Massenpunkte e_1', $e_2' \ldots$, weiteres $V_1, V_2 \ldots$ die Werthe, die V in den Punkten e' besitzt, analog $V_1', V_2' \ldots$ die Werthe von V' in den Punkten $e_1, e_2 \ldots$, so ist stets

$$e_1 V_1' + e_2 V_2' + \ldots \qquad = e_1' V_1 + e_2' V_2 + \ldots$$

---

1) Gauss, Ges. Werke 5. p. 221. § 19.

r in abgekürzter Schreibweise

$$\sum e\, V' = \sum e'\, V;$$

n beide Seiten dieser Gleichung sind, wie unmittelbar zu ›nnen, wenn man V durch seinen Werth $\sum e/r$ und ebenso durch $\sum e'/r$ sich ersetzt denkt, nicht anderes als das ;regat sämmtlicher Combinationen $\sum e e'/r$, wo r die hselseitige Distanz der Punkte des ersten Systems von ›n des zweiten bezeichnet.

Dieser Gauss'sche Satz soll nun auf folgende zwei Zu- ıde des eben definirten Condensators angewendet werden.

Als erster Zustand werde der angenommen, dass *nur* der ›re Conductor 𝔄 geladen sei, und zwar zum Potential 1, rend der Conductor 𝔅 ungeladen ist; 𝔄 besitzt dann eine ung gleich seiner Capacität C_1, in den Punkten von 𝔅 ›scht der der unbeeinflussten Ladung von 𝔄 zum Potential 1 ›hörige Potentialwerth μ.

Als zweiter Zustand sei der gewählt, wo der Conductor 𝔄 ı Potential 1 geladen ist, während 𝔅 zur Erde abgeleitet, das Potential Null gebracht wird. Die Ladung von 𝔄 ist n die gesuchte Capacität C' des von 𝔄 und 𝔅 gebildeten densators, die Ladung von 𝔅, da alle von 𝔄 ausgehenden ftlinien in 𝔅, das 𝔄 völlig umschliesst, ihr Ende finden sen, gleich $-C'$.

Wir haben somit folgendes Schema:

	Ladung in 𝔄	Potential in 𝔄	Ladung in 𝔅	Potential in 𝔅
1. Zustand	C_1	1	0	μ
2. "	C'	1	$-C'$	0

Die Anwendung des Gauss'schen Satzes (1) ergibt

$$C' - C'\mu = C_1$$

daraus folgt

$$C' = \frac{C_1}{1-\mu}.$$

μ ist aber in einfachster Weise mit den Capacitäten C_1 C_2 der beiden einander zugehörigen Niveauflächen 𝔄 und 𝔅 nüpft. Dieselben Kraftlinien, welche die Ladung C_1 von 𝔄 ›nd, von diesem ausgehen, durchsetzen auch die Niveau-

fläche $\mathfrak{B}$; sie ertheilen dieser, wenn sie leitend gemacht und isolirt ist, das Potentialniveau μ, das wegen der grösseren Capacität C_2 von $\mathfrak{B}$ kleiner als Eins ist.

In Gemässheit der durch (I) gegebenen Definition der Capacität eines Conductors ist somit

$$C_2 = \frac{C_1}{\mu}$$

und daher

$$\mu = \frac{C_1}{C_2}\text{[1]},$$

woraus durch Einsetzen in (2) sich somit in Uebereinstimmung mit dem oben aufgestellten Satze die Capacität des Condensators

$$\text{(II)} \qquad C = \frac{C_1}{1 - \frac{C_1}{C_2}},$$

ergibt.

Einfachste Anwendungen vorstehender Formel bilden die Condensatoren, welche aus homofocalen Cylindern oder Ellipsoïden gebildet sind, im besondern der Kugelcondensator, ein von concentrischem Cylinder umgebener Draht oder eine von homofocalem Ellipsoïd umschlossene kreisförmige oder elliptische Platte.

1) Diese *allgemein* gültige Formel bestimmt in einfachster und überaus anschaulicher Weise den Werthverlauf des Potentials in dem durch einen geladenen Conductor *beliebiger* Gestalt hervorgerufenen electrischen Felde.

IX. *Ueber den magnetischen Arbeitswerth des Eisens; von Gottlieb Adler.*

(Aus den Sitzungsber. der kais. Acad. der Wiss. in Wien, math.-naturw. Classe, Bd. 100 Abth. IIa. April 1890.)

---

§ 1. Die nachstehende Berechnungsweise des Arbeitswerthes magnetisch polarisirter Körper ist auf einen Thomson'schen Gedankengang gegründet; es besteht dieser darin, die Energie zu berechnen als Gesammtbetrag der mechanischen Arbeit, welche gegen die sämmtlichen wirksamen Magnetkräfte, die ursprünglichen sowohl, wie die durch die Polarisirung geweckten, geleistet werden muss, um die Polarisirung, von Null beginnend, in ihrem schliesslichen Betrage zu erzielen.

Es bezeichnen E, F, G die nach den rechtwinkeligen Coordinatenaxen genommenen Componenten der *ursprünglichen*, im Felde herrschenden Magnetkraft H; $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ die nach denselben Axen genommenen Componenten jener Magnetkraft $\mathfrak{R}$, die durch die auf der Oberfläche und im Innern des magnetischen Körpers infolge der Polarisirung auftretenden freien Magnetismen wachgerufen wird, endlich J_1 die Intensität des magnetischen Moments, das unter Wirksamkeit dieser Kräfte schliesslich in der Volumeneinheit erzielt wird, A_1, B_1, C_1 dessen Componenten. Dann sind diese letzteren mit ersteren Grössen durch die Gleichungen verknüpft

$$(1) \qquad A_1 = k_1 (E_1 + \mathfrak{X}_1); \quad B_1 = k_1 (F_1 + \mathfrak{Y}_1); \quad C_1 = k_1 (G_1 + \mathfrak{Z}_1),$$

wo k_1 den dem schliesslich erzielten magnetischen Moment entsprechenden Werth der — veränderlichen — Magnetisirungszahl k bezeichnet.

Schreibt man diese Gleichungen in der Form

$$(2) \qquad E_1 + \mathfrak{X}_1 - \frac{A_1}{k_1} = 0; \quad F_1 + \mathfrak{Y}_1 - \frac{B_1}{k_1} = 0; \quad G_1 + \mathfrak{Z}_1 - \frac{C_1}{k_1} = 0,$$

so kann die Gleichgewichtsbedingung magnetisch polarisirter Körper auch dahin formulirt werden, dass im schliesslichen Zustande die ursprüngliche Magnetkraft H_1 und die durch die freien Magnetismen geweckte Kraft $\mathfrak{R}_1$ mit einer Kraft $-J_1/k_1$

sich das Gleichgewicht halten, die ich nach dem Vorgange Stefans[1]) als die magnetische Molecularkraft bezeichne.

Der Berechnung des Energiewerthes liegt folgende Formel zu Grunde. Um unter der Wirkung einer Magnetkraft K einen unendlich kleinen Elementarmagnet zu erzeugen dadurch, dass man die beiden, ursprünglich an dem einen Ende desselben vereinigten und daher neutralisirten, magnetischen Massen $+m$ und $-m$ in ihr um dn der Länge und Richtung nach von einander entfernten Lagen bringt, ist eine Arbeit aufzuwenden

$$(3) \qquad dW = -mK\cos(K, n)\,dn = -K\,dJ\cos(K, J),$$

wo dJ das erzeugte magnetische Moment $m\,dn$ und (K, J) den Winkel zwischen seiner Richtung und der der wirksamen Kraft K bezeichnet.

Wir denken uns nun, dem Thomson'schen Gedankengange folgend, den Vorgang der magnetischen Polarisirung als einen successiven, von Null beginnend, zum schliesslichen Betrage J_1 ansteigend. In jenem Augenblicke des so gedachten Polarisirungsvorganges, in welchem das magnetische Moment in *allen* Volumelementen des Körpers *denselben* Bruchtheil θJ_1 seines schliesslichen Betrages J_1 erreicht hat, haben dann von den in der Gleichung (2) vorkommenden Kräften H_1 seinen unveränderten Werth; $\mathfrak{R}$, da es von den bei der Polarisirung auftretenden freien Magnetismen herrührt und mit letzteren proportional ist, hat dann gleichfalls den Bruchtheil $\theta\,\mathfrak{R}_1$ seines schliesslichen Werthes erreicht, die magnetische Molecularkraft endlich hat gleichzeitig der Werth $\theta J_1 / k$, wo k den dem momentan herrschenden magnetischen Moment θJ_1 entsprechenden Werth der Magnetisirungszahl bezeichnet, diese als Function des magnetischen Moments gedacht.

Die Berechnung der Arbeit nun, die gegen die Wirksamkeit all' dieser Kräfte zu leisten ist, um das magnetische Moment zunächst von θJ_1 auf $(\theta + d\theta) J_1$ zu steigern, soll unter Zugrundelegung von (3) für die einzelnen Componenten einzeln berechnet werden.

So ergibt sich gemäss (3) die gegen die X-Componenten

1) Vgl. Stefan, Wien. Ber. Abth. II. **69.** p. 185—196. 1874.

ıer Kräfte zu leistende Arbeit um θA_1 auf $(\theta + d\theta) A_1$ zu ›igern als

$$d W_1 = -\int \left(E_1 + \theta \mathfrak{X}_1 + \frac{\theta A_1}{k}\right) d\theta \,.\, A_1 \, dv,$$

ı die Integration über alle Volumelemente dv magnetisirrer Substanz sich erstreckt. Zur Erzielung des schliesshen Betrages der Magnetisirungscomponente A ist somit die ·beit nothwendig

$$W_1 = -\int\int_0^1 \left(E_1 + \theta \mathfrak{X}_1 + \frac{\theta A_1}{k}\right) A_1 \, d\theta \,.\, dv$$

$$= -\int \left[A_1 E_1 + \frac{A_1 \mathfrak{X}_1}{2} - A_1^2 \int_0^1 \frac{\theta \, d\theta}{k}\right] dv$$

ıer unter Berücksichtigung der Gleichung (2)

$$W_1 = -\int \left[\frac{A_1 E_1}{2} + \frac{A_1^2}{2 k_1} - A_1^2 \int_0^1 \frac{\theta \, d\theta}{k}\right] dv.$$

Durch Addition der analog für die auf die Y- und Z-Com›nenten entfallenden Theilbeträge der aufzuwendenden mechaschen Arbeit W_2 und W_3 ergibt sich der Arbeitswerth der ›llzogenen Polarisirung der magnetischen Substanz

$$) \quad W = -\int \left[\tfrac{1}{2}(A_1 E_1 + B_1 F_1 + C_1 G_1) + J_1^2 \left(\frac{1}{2 k_1} - \int_0^1 \frac{\theta \, d\theta}{k}\right)\right] dv.$$

ıer in abgekürzter Schreibweise

$$W = -\int \left[\tfrac{1}{2} J_1 H_1 \cos(J_1, H_1) + J_1^2 \left(\frac{1}{2 k_1} - \int_0^1 \frac{\theta \, d\theta}{k}\right)\right] dv.$$

Zuerst ist ein Ausdruck für den Arbeitswerth magnetiten Eisens von Warburg[1]) aufgestellt worden, auf Grund s folgenden Gedankenganges.

Bekanntlich ist die das Volumelement dv eines magnetischen ›rpers nach irgend einer Richtung n angreifende mechanische ·aft:

$$P = -J \cos(H, J) \frac{\partial H}{\partial n} dv.$$

1) Warburg, Wied. Ann. 13. p. 141. 1881.

Es ist also zu dessen Verschiebung aus einer Feldstelle von der Intensität H nach einer von der Stärke $(H + dH)$ die Arbeit erforderlich:

$$dw = -J\cos(H, J)\, dH\, dv.$$

Daher ergibt sich die Energie als Gesammtbetrag jener mechanischen Arbeit, die aufzuwenden ist, um *alle* Volumelemente des magnetischen Körpers aus der Unendlichkeit $(H = 0)$ an die betreffende Feldstelle H_1 zu bringen als

$$\text{(II)} \qquad W = -\int\int_0^{H_1} J\cos(J, H)\, dH\, dv.$$

Führt man nun in (II) anstatt H, J als die unabhängige Variable ein, wie in Formel (I) vorausgesetzt ist, so ergibt die Ausführung einfachster partieller Integrationen die Gleichwerthigkeit des Warburg'schen Energieausdruckes (II) mit dem oben abgeleiteten Arbeitswerthe (I).

§ 2. Der Ausdruck I für die potentielle Energie W des magnetisch polarisirten Körpers stellt sich in einer Form dar, in welcher nach Hamilton's allgemeinen Gleichungen der Dynamik die *kinetische* Energie aufzutreten pflegt, nämlich als quadratische Function jener Variabeln, die gemäss Hamilton's allgemeiner Fassung des Coordinatenbegriffes als „Geschwindigkeiten" anzusehen sind; als diese Grösse erscheint im Energieausdrucke (I) das magnetische Moment J_1.

J. J. Thomson[1]) hat daher direct versucht, auf Grund dieser Hamilton'schen Auffassung die magnetische Energie als $A J_1^2 + B J_1$ anzusetzen und die Coefficienten A und B zu bestimmen. Der Umstand jedoch, dass Thomson hierbei die Magnetkraft H des ursprünglichen Magnetfeldes und die magnetische Totalkraft $\mathfrak{R} + H = J / k$ miteinander verwechselt[2]), lässt ihn zu einer vom Ausdrucke I abweichenden unrichtigen Formel für den Arbeitswerth gelangen.

Ist die Magnetisirungszahl einer Substanz constant, $k = k_1$,

1) Vgl. J. J. Thomson, Anwendungen der Dynamik auf Physik und Cemie. Leipzig 1890. §§ 33 und 34.

2) Nur für *sehr schwach* magnetisirbare Substanzen ist diese Vernachlässigang von $\mathfrak{R}$ und die daraus resultirende Gleichstellung $H = J / k$ im allgemeinen gestattet.

so verschwindet, wie unmittelbar ersichtlich, im Energieausdruck (I) der mit J_1^2 multiplicirte Klammerausdruck.

Der letztere

$$\varDelta = J_1^2 \left[\int_0^1 \frac{\theta \, d\theta}{k} - \frac{1}{2 k_1} \right]$$

stellt somit im allgemeinen den Einfluss der *Veränderlichkeit* der Magnetisirungszahl auf den *Betrag* des Arbeitswerthes dar, und die Discussion desselben ist an der Hand des Wertheverlaufes der Magnetisirungszahl k, als Function des magnetischen Moments aufgefasst, sehr leicht zu führen. Dieser Verlauf ist nun nach Ewing's [1]) Untersuchungen für Eisen der folgende:

Die Magnetisirungszahl k beginnt für unendlich kleine Werthe von J mit einem endlichen Werthe, steigt sodann stetig bis zu einem Maximalwerthe, der ungefähr dann eintritt, wenn das magnetische Moment $^1/_3$ des erreichbaren Maximums angenommen hat und nimmt sodann stetig ab, für den bei der Sättigungsgrenze erreichten Maximalbetrag des magnetischen Moments von 1600 C. G. S. Einheiten mit dem Werthe 20 ungefähr schliessend.

Hieraus resultirt für den infolge der Veränderlichkeit der Magnetisirungszahl zu (1a) hinzutretenden Zusatzposten $\varDelta$ des Arbeitswerthes der nachstehende Wertheverlauf.

In jenem ersten Werthebereiche des magnetischen Moments, für welchen k zunehmende Werthe besitzt, ist $\varDelta$, wie unmittelbar ersichtlich, positiv, der Arbeitswerth W der magnetischen Polarisirung somit dem absoluten Betrage nach kleiner, als er es bei derselben magnetischen Anordnung, aber bei unveränderlicher Magnetisirungszahl wäre. $\varDelta$ nimmt mit wachsenden Werthen von J zu, bis es sein Maximum für jenen Werth des magnetischen Momentes annimmt, für welchen k ein Maximum ist. Wächst das magnetische Moment über diesen Werth hinaus, dann wird $\varDelta$ abnehmen, endlich Null werden und für noch grössere Werthe des magnetischen Moments negativ werden, den Arbeitswerth der magnetischen Polarisation also dem absoluten Betrage nach vergrössern; namentlich wird

1) Ewing, Phil. Transact. **176.** p. 548. 1885.

letzteres für jenen Werthebereich des magnetischen Moments eintreten, wo dieses der Sättigungsgrenze sich nähert.

§ 3. Unterwirft man ein Eisenstück einer Reihe langsam aufeinanderfolgender magnetisirender Kräfte, indem man diese mit einem gewissen Werthe H_1 beginnen, sodann bis Null abnehmen, weiter im entgegengesetzten Sinne bis $-H_1$ ansteigen und endlich wieder durch Null gehend zum Ausgangswerthe H_1 zurückkehren lässt, so gelingt es durch eine solche Aufeinanderfolge magnetischer Kraftwirkungen, das Eisen in den ersterlangten Zustand seiner Magnetisirung J_1 zurückzuversetzen, mit demselben also einen vollständigen Kreisprocess zu vollziehen.

Hierbei tritt beim Eisen eine von Warburg[1]) und Ewing[2]) eingehend untersuchte *Hysteresis* genannte Eigenthümlichkeit zu Tage, die darin besteht, dass die Magnetisirungszahl J/H für denselben Werth des magnetischen Moments θJ, *wie* infolge einer Trägheitswirkung, bei aufsteigender Magnetisirung einen anderen Werth k hat, als bei absteigender, wo er grösser, k', ist.

Hieraus resultirt unter Zugrundelegung des Energieausdruckes (I), dass bei Ausführung des oben definirten vollständigen Kreisprocesses pro Volumeneinheit ein Energiebetrag

$$D = 2 J_1^2 \int_0^1 \theta \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k'}\right) d\theta \tag{IV}$$

dissipirt wird, der als äquivalente Wärme zu Tage tritt.

Aus Formel (IV) ist ersichtlich, wiefern Joule[3]), der die ersten einschlägigen Untersuchungen geführt hat, zum Ausspruche berechtigt war, dass die durch das Ummagnetisiren des Eisens entwickelte Wärme dem *Quadrate* des erzielten *magnetischen Moments* proportional sei.

§ 4. Die Betrachtungen, die uns im § 2 zum Arbeitswerthe W als dem Betrage der *mechanischen* Arbeit führten, die zur magnetischen Polarisirung der Substanz erforderlich ist, hatten zur stillschweigenden, aber wesentlichen Voraussetzung

1) Warburg, Wied. Ann. **13.** p. 154. 1881, **20.** p. 815. 1883.
2) Ewing, Phil. Transact. **176.** p. 549. 1885.
3) Joule, Phil. Mag. **23.** p. 355. 1843.

lie, dass bei diesem Vorgange die Temperatur des Systems ich nicht ändert; benutzt war diese Voraussetzung insofern vorden, als die Magnetisirungszahl k als *lediglich* vom magneischen Moment J, nicht auch von der Temperatur abhängig ngesehen wurde.

W stellt also die potentielle Energie des Systems „für lle in constant bleibender Temperatur sich vollziehenden Voränge" dar, ist also das, was Helmholtz[1]) als die *freie* Energie des Systems bezeichnet. Unter Berücksichtigung der Abhängigkeit des k von der Temperatur kann man leicht vom Ausdrucke W zu dem der Totalenergie des U-Systems geangen. Es ist

$$W = U - TS, \tag{1}$$

vo T die absolute Temperatur, S den zugehörigen Werth der Entropie bezeichnet.

Ueber den Zusammenhang dieser Grössen untereinander gibt Helmholtz die folgenden allgemein gültigen Relationen an.

Lässt sich eine die Configuration des Systems eindeutig bestimmende Variable x — also eine Coordinate im allgemeinen Sinne — finden, derart, dass die das System nach derselben angreifende mechanische Kraft P darstellbar ist als

$$P = \frac{\partial W}{\partial x}, \tag{1a}$$

bezeichnet man mit dQ die dem System bei einer Aenderung eines Zustandes zugeführte Wärmemenge, setzt also

$$dQ = X dx + Y dT \tag{2}$$

— die gleichzeitig eintretende Aenderung der Entropie ist dann bekanntlich $dS = (dQ / T)$ — dann sind alle diese Grössen aus der freien Energie W ableitbar mit Hülfe der allgemein gültigen Gleichungen:

$$\left\{\begin{aligned} X &= -T\frac{\partial^2 W}{\partial x\, dT} \\ Y &= -T\frac{\partial^2 W}{\partial T^2} \\ S &= -\frac{\partial W}{\partial T} \\ U &= W - T\frac{\partial W}{\partial T} \end{aligned}\right. \tag{3}$$

1) Vgl. Helmholtz, Ges. Abhandl. 2. p. 968.

Für den vorliegenden Fall ist die Fundamentalbedingung (1a) erfüllt, wenn wir auf Grundlage eines Stefan'schen[1]) Gedankenganges als die die Lage des Systems im Magnetfelde definirende Grösse x die magnetische Intensität an der bezüglichen Feldstelle H_1 selbst wählen. Denn da einerseits

$$W = -\int \left\{ \int_0^{H_1} J \cos(H, J)\, d H \right\} d v$$

ist, anderseits gemäss (4) des § 1 die das System angreifende mechanische Kraft

$$P = -\int \{ J_1 \cos(J_1 H_1)\, d H_1 \}\, d v$$

ist, so ist in der That Bedingung (1a) erfüllt,

$$P = \frac{\partial W}{\partial H_1}.$$

Hiernach ergeben die Gleichungen (3) folgende Resultate: X, welches jene Wärmemenge bezeichnet, die dem Systeme von aussen her zugeführt werden muss, um bei seinen Bewegungen im Magnetfelde von Orten niederer zu solchen höherer Magnetkraft seine Temperatur constant zu erhalten, beträgt pro Volumeinheit

$$X = T \frac{\partial [J_1 \cos(J, H)]}{d T}.$$

Y, welches den Betrag der Vermehrung der specifischen Wärme der Substanz infolge ihrer magnetischen Polarisation angibt,

$$Y = -T \frac{\partial^2 W}{\partial T^2},$$

beide Formeln identisch mit den von Stefan[2]) aufgestellten.

Die Entropie des magnetisch polarisirten Systems ist $S = -\partial W / \partial T$, und somit ergibt die letzte der Gleichungen (3) für die Totalenergie desselben den Ausdruck

$$U = W - T \frac{\partial W}{d T}$$

$$(V) \qquad = -\int_0^{H_1} J \cos(J, H)\, d H + \int_0^{H_1} T \frac{\partial [J_1 \cos(J, H)]}{\partial T}\, d H,$$

bezogen auf die Volumeneinheit.

1) Vgl. Stefan, Ueber thermomagnetische Motoren, Wien. Berichte. 97. Abth. II. a. p. 74. 1888.

2) Vgl. Stefan, l. c. p. 75.

Die physikalische Bedeutung der Totalenergie U und ihre
ziehung zum Arbeitswerthe W legt die folgende Ueberlegung
it Leichtigkeit klar. Bezeichnet T die Temperatur der
agnetischen Substanz, T_1 jene, bei welcher sie ihre Magnetisir-
rkeit verliert, so ist

$$Q = \int_T^{T_1} Y \, d\,T = -\int_T^{T_1} T \frac{\partial^2 W}{\partial T^2} d\,T$$

ne Wärmemenge, die der Volumeneinheit der Substanz zu-
führt werden muss, um die magnetische Polarisation der-
lben zu vernichten.

Die Ausführung einer einfachen partiellen Integration er-
bt weiterhin

$$Q = -\left[T \frac{\partial W}{\partial T}\right]_T^{T_1} + \int_T^{T_1} \frac{\partial W}{\partial T} d\,T$$

$$= W_{T_1} - T_1 \frac{\partial W_T}{\partial T_1} - W_T + T \frac{\partial W_T}{\partial T} = U_{T_1} - U.$$

Es ist also die Totalenergie U bis auf eine Constante
urch jene Wärmemenge gegeben, die zur Aufhebung der
agnetischen Polarisation erforderlich ist.

Letztere zu bewerkstelligen, haben wir demnach zwei
'ege: Erstens den, die Substanz durch *mechanische* Arbeit
is dem Magnetfelde bis in unendliche Distanz von demselben
ı schaffen; dazu ist, wenn die Temperatur hierbei constant
halten wird, die mechanische Arbeit vom Betrage W er-
rderlich. Zweitens den, die Substanz auf jene Temperatur
ı bringen, in der sie ihre Magnetisirbarkeit gänzlich ein-
üsst; dazu ist eine *Wärmemenge* nothwendig, deren Betrag
ı mechanischen Aequivalente U ist.

Der *thermomagnetische Motor*, wie er von Edison und
tefan construirt worden, basirt auf dem Grundgedanken, die
ıbstanz durch Aufwendung der Wärme U aus dem Magnet-
lde ohne Arbeitsaufwand herauszuschaffen und abgekühlt in
asselbe zurückkehren zu lassen, wobei sie die mechanische
rbeit W leistet.

Nach dem eben Gezeigten ist klar, dass hierbei der
nergiebetrag

$$S_T - S_{T_1} = T_1 \left(\frac{\partial W}{\partial T}\right)_1 - T \frac{\partial W}{\partial T}$$

als Wärme verbleibt, also *nicht in mechanische* Arbeit *verwandelbar* ist. Dieser Betrag ist somit für den *Nutzeffect* des thermomagnetischen Motors entscheidend, und es ist klar, dass derselbe wesentlich von dem *specifischen* Verhalten der in Anwendung gebrachten Substanz abhängen wird.

Um ein Beispiel herauszugreifen, so ist für weiches *Eisen* jene absolute Temperatur, bei der es seine Magnetisirbarkeit verliert, eine sehr hohe, $T_1 = 1058^0$. Ueberdies ist die *Abnahme* der Magnetisirbarkeit des Eisens gegen diese Temperatur hin eine rapide, sie drängt sich nach Hopkinson[1]) zum grössten Theile in ein Temperaturintervall von etwa 15^0 zusammen, wodurch $(\partial W / \partial T)_1$ einen sehr hohen Betrag besitzt.

Somit wäre für Eisen $T_1 (\partial W / \partial T)_1$ ausserordentlich gross und dementsprechend der Nutzeffect eines Eisen verwendenden thermomagnetischen Motors nur sehr klein zu erwarten.

1) Proc. roy. soc. of London. 1890.

X. *Der Brechungsindex electrischer Strahlen in Wasser; von H. O. G. Ellinger.*

Von besonderem Interesse ist die Feststellung des Brechungsindex electrischer Strahlen in Wasser und Alkohol, weil aus der Maxwell'schen Theorie folgt, dass der Brechungsindex einer Substanz gleich der Quadratwurzel ihrer Dielectricitätsconstante ist, und da der Werth der letzteren für die genannten Flüssigkeiten besonders gross ist. Cohn und Arons[1]) bestimmten ihn für destillirtes Wasser 76 mit einem Fehler von höchstens 5 Proc. und für 98 Proc. Alkohol 26,5; Terechin[2]) bez. 83,8 und 27, Cohn[3]) 82 für Wasser und Rosa[4]) bez. 75,7 und 25,7.

Um dies genauer zu untersuchen habe ich einige Versuche angestellt und dazu die Hertz'schen parabolischen Spiegel, genaue Copien der Originale, benutzt. Die primären Funken brachte ein Inductor hervor, der von 3 Bunsen'schen Elementen getrieben wurde. Der Flüssigkeit wurde eine prismatische Gestalt gegeben, indem dieselbe in einem schmalen prismatischen hölzernen Gefäss von 1,25 m Höhe und Länge eingeschlossen war. Dieses Prisma wurde zwischen den beiden Hohlspiegeln angebracht, sodass die Axen der letzteren mit den bezüglichen zwei Prismaflächen gleich grosse Winkel bildeten; der Mittelpunkt des Gefässes war ungefähr im Niveau mit der Mitte der Spiegel, also 1 m über dem Boden. Werden nun die Spiegel in entgegengesetzten Richtungen gleichviel gedreht, so wird das Prisma seine Hauptstellung einnehmen, wenn man den Funken in dem secundären Leiter entstehen sieht. In der Hoffnung, dass ich in einer späteren Mittheilung die Ergebnisse einer grösseren Versuchsreihe werde darstellen können, erwähne ich vor der Hand nur, dass bei einem Ver-

1) Cohn und Arons, Wied. Ann. **33.** p. 13. 1888.
2) Terechin, Wied. Ann. **36.** p. 792. 1889.
3) Cohn, Wied. Ann. **38.** p. 42. 1889.
4) Rosa, Phil. Mag. (5 ser.) **31.** p. 188. 1891.

... Prisma, dessen Winkel 3° 45′ war,
. . erschien, als die Spiegel so standen,
... Winkel von nahe an 30 Grad mit-
.ine kleine Drehung des einen Spiegels
. der anderen Seite macht die Funken ver-
.. Versuche ergibt sich, dass der Brechungs-
.... sehr nahe an q kommt, ganz überein-
... was man erwarten musste.
. . . unken von der Fortpflanzung der electrischen
... as Wasserprisma herrührten, geht zur Evidenz
. . . dass sie ungestört blieben, wenn man durch
.ver das Prisma gelegte Metallplatten diejenigen
. . .e um dasselbe herumgingen, aufhielt, während sie
. . ...en, wenn eine Metallplatte vor die eine Seitenfläche
. . ...s gehalten wurde.
.. rwähnte Prisma hielt ca. 50 l.

W.ährend ich mit der oben erwähnten Arbeit beschäftigt
. . . . hat Cohn[1]) einige Versuche über dieselbe Frage ver-
..ffentlicht, die jedoch auf ganz verschiedene Weise angestellt
. ...en. Cohn findet, dass der Brechungsindex für Wasser
. . .. ist, bemerkt aber in einer Schlussanmerkung, dass
...selbe einige Procent grösser ist, sodass zwischen den auf
..e. verschiedenen Wegen gefundenen Werthen kein nennens-
werther Unterschied besteht.

Copenhagen, im März 1892.

XI. *Bemerkungen zu der Mittheilung des Hrn. Milthaler „Ueber die Verwendung des Manganin zu Widerstandsrollen; von Stephan Lindeck.*

Auf p. 297 dieses Bandes theilt Hr. Milthaler Erfahrungen mit, die er bei mehrfachem Erwärmen von Widerstandsrollen aus Manganin gemacht hat, und kommt dabei zu dem nachstehenden Resultat: „Das wichtigste, was aus diesen Beobachtungen folgt, ist die Thatsache, dass es möglich ist, durch regelmässige, zweckmässig ausgeführte Erhitzungen den Widerstand eines Manganindrahtes allmählich immer weniger empfindlich gegen dauernde Aenderungen des Widerstandes infolge von Temperaturänderungen zu machen, sodass er schliesslich fast constant bleibt.“ Hr. Milthaler gibt dann die Regel, die Widerstandsrollen bei der Herstellung etwa 30 mal einige Stunden lang einer Temperatur von ungefähr 110° auszusetzen.

Indem ich mit Hrn. Milthaler vollkommen darin übereinstimme, dass man durch Erwärmen auf eine 100° überschreitende Temperatur einen Widerstand in kurzer Zeit „künstlich altern“ kann, möchte ich doch hervorheben, dass dieses Verfahren seit 1889 von der Physikalisch-technischen Reichsanstalt angewandt wird und wiederholt in Veröffentlichungen erwähnt worden ist.[1])

Bei den nach Angabe der Reichsanstalt hergestellten Normaldrahtwiderständen wird seit einem Jahr fast ausschliesslich Nickelmangankupfer (Manganin) verwendet. Der Draht wird auf Metallrollen aufgewickelt, die zur Erzielung einer

1) Feussner und Lindeck, Zeitschr. f. Instrumentenkunde **9.** p. 233. 1889; Feussler, dieselbe Zeitschr. **10.** p. 6. 1890; Lindeck, Tageblatt der Naturforscherversammlung zu Heidelberg, p. 726. 1889; L'Electricien, p. 357. 1892.

such mit Wasser in einem Prisma, ·
eine schöne Funkenreihe erschien, a
dass ihre Axen einen Winkel vo
einander bildeten. Eine kleine D
nach der einen oder der anderen S
schwinden. Aus dem Versuche ergi
index des Wassers sehr nahe a
stimmend mit dem, was man erw

Dass die Funken von der I
Strahlen durch das Wasserprism
daraus hervor, dass sie unges
über und unter das Prisma g
Strahlen, die um dasselbe her
verschwanden, wenn eine Meta
des Prismas gehalten wurde.

Das erwähnte Prisma hi

Während ich mit der
war, hat Cohn[1]) einige
öffentlicht, die jedoch auf
wurden. Cohn findet,
ca. 8,6 ist, bemerkt al
derselbe einige Procent
zwei verschiedenen We
werther Unterschied be

Copenhagen, im

ndlungen
der
Gesellschaft zu Berlin.

Nr. 5.

Juni 1892.

SCHWALBE.

ler Entropie.[1])

ing über die Entropie fort-
en wegen nicht überflüssig,
s in den hier vorkommenden
gieänderungen nicht qualitativ
r quantitativ gemessen werden,
er Erhaltung der Energie stets
quivalent geschehen kann. Nur
gieänderungen werden in den Aus-
in denselben Einheiten angeben,

rper, der unter Einwirkung äusserer
ngewichte A in ein Gleichgewicht B
sen Uebergang keine besondere Voraus-
sodass er z. B. mit oder ohne wahr-
raft erfolgen kann. In A und B können
ltenen Energieäquivalente nur in innerer
r Arbeit bestehen; werden also die erstere
r die beiden angenommenen Grenzzustände
U_B, W_B bezeichnet, so ist die Energie-
U in dem betrachteten Vorgange

$$Q = U_B - U_A + W_B - W_A,$$

r jeden einzelnen Vorgang jedenfalls ganz be-

können nicht in strengem Sinne unstetig sein,
er statt der vorstehenden die Gleichung

$$\int dQ = \int dU + \int dW$$

die Integrale zwischen den gegebenen Grenzen
l.

ng des in einer früheren Sitzung begonnenen Vortrages.
ıgen Sitzung vom 6. Mai 1892.

Das Differential dU ist nun unter allen Umständen vollständig, was für die physikalischen Vorgänge CLAUSIUS bewiesen hat und für die chemischen daraus folgt, dass sie vom Wege unabhängigen Wärmemengen äquivalent sind.[1])

Die Arbeit dW kann man in zwei Theile zerlegen: In die positive oder negative Arbeit dA, die M bei einer Volumenänderung leistet, und zweitens in die Arbeit $d\Gamma$, die etwa durch Verschiebung seines Schwerpunktes entsteht. Von der letzteren sehe ich vorläufig ab.

Die Arbeit dA ist immer dadurch zu messen, dass M bei seiner Volumenänderung einen Druck überwindet, der einem bestimmten Gesetze folgt. Ist also p der normale Druck auf der Oberflächeneinheit von M, v dessen Volumen, so wird $dA = p\,dv$, indem p, das nöthigenfalls einen Mittelwerth bezeichnet, als eine Function von v anzunehmen ist. Demnach ist, bei Ausschluss von $d\Gamma$, $dQ = dU + p\,dv$.

Die Arbeit $d\Gamma$ kann man sich nun offenbar von einem anderen veränderlichen Körper M_1 hervorgebracht denken, und es gelten für sie ganz analoge Schlüsse wie für dA, sodass sie eine Gleichung $dQ_1 = dU_1 + p_1\,dv_1$ ergibt. Da sie dieselbe allgemeine Form wie die vorhergehende für dQ hat, braucht sie hier nicht besonders betrachtet zu werden.

Der Ausdruck für dQ, der umkehrbare und nicht umkehrbare Vorgänge umfasst, stimmt demnach seiner allgemeinen Form nach genau mit demjenigen für die umkehrbaren überein, wie es auch nicht anders möglich ist. Denn der Uebergang von (A) nach (B) könnte erstens durch lebendige Kraft fortschreitender Bewegung und zweitens durch moleculare Vorgänge nicht umkehrbar werden. Die erstere geht aber als solche nicht in die Gleichung für dQ ein, sondern setzt sich in U oder W um. Die Arbeit W ist nun ihrer Natur nach umkehrbar, weil sie von demjenigen Theile des inneren Druckes der veränderlichen Körper herrührt, der gleich dem äusseren ist, wogegen die Differenz beider die lebendige Kraft bedingt, und für das vollständige Differential dU verliert die Umkehrbarkeit des Weges ihre Bedeutung.

Die äussere Arbeit ist also in den nichtumkehrbaren Kreisprocessen analog wie in den umkehrbaren geometrisch darzustellen und demnach in elementare CARNOT'sche Processe

1) Vgl. TH. GROSS, Exner's Rep. p. 473. 1890.

ı zerlegen. Hieraus folgt für beliebige Kreisprocesse die ·eltung der Gleichung $\int dQ / \vartheta = 0$, worin ϑ die mittlere Temperatur von M während der Aufnahme von dQ ist. Dieses ird meiner Meinung nach auch durch folgende Erwägungen esonders deutlich.

Da dQ integrirbar ist, so kann man annehmen, dass dU ır sich allein erfolgt, und vorher oder nachher die durch $p\,dv$ egebene äussere Arbeit. Letztere ist aber durch ihren Ausruck vollständig bestimmt, wenn, wie vorausgesetzt wird, p als 'unction von v gegeben ist, und von der specifischen Natur des :örpers M unabhängig. Daher kann angenommen werden, dass .e statt von M von irgend einem anderen Körper, z. B. von ınem vollkommenen Gase, geleistet wird, wenn sie nur dem ıtegrirbar angenommenen Ausdrucke $p\,dv$ genügt. Die Quantität ieses Gases bestimmt sich dadurch, dass es für gegebene Werthe ɔn p und v eine gewisse absolute Temperatur ϑ haben muss. 'ür dU kann dann ein solcher Weg angenommen werden, ass sich ϑ dafür nach demselben Gesetze ändert wie in dem .usdrucke für die äussere Arbeit, auf die ohne weiteres der ɘrallgemeinerte Carnot'sche Satz anzuwenden ist.

In einem folgenden Vortrage werde ich die allgemeine Geltung ɘr Entropiegleichung noch auf einem anderen Wege nachweisen.

Ich betrachte nun die einzelnen Gruppen nicht umkehrbarer orgänge. Clausius nennt als solche[1]: 1. Volumenänderungen, obei die Kraft, die den Körper ausdehnt, nicht einen ihr .eichen Widerstand findet, 2. Wärmeerzeugung durch Reibung ɑd Luftwiderstand, 3. Wärmeerzeugung durch den galvani- :hen Strom bei Ueberwindung eines Leitungswiderstandes, . die unmittelbaren Wärmeübergänge, die durch Leitung oder trahlung stattfinden.

In Bezug auf 1. ist zu erinnern, dass dieser Vorgang ırch lebendige Kraft fortschreitender Bewegung nicht umkehrɪr sein würde, diese aber, wenn er von Gleichgewichtszuständen ɘgrenzt wird, in die Entropiegleichung nicht eingeht. Besitzen rner die Massenelemente von M auf dem Hinwege wahrnehmɪre lebendige Kraft, die schliesslich bei constantem Volumen . Wärme übergeht, so könnte ihnen auf dem Rückwege Wärme ıch demselben Gesetze entzogen werden, wonach sich die bendige Kraft änderte, und das Arbeitsäquivalent beider

1) a. a. O. p. 222 ff.

Vorgänge wäre, absolut genommen, in jedem Theile gleich. Der Vorgang wäre also umkehrbar, soweit seine Umkehrbarkeit hier in den analytischen Formeln zum Ausdruck gelangt.

Die Vorgänge 2. bis 4. sind, wenn von etwa damit verbundener äusserer Arbeit abgesehen wird, die wie bei 1. zu beurtheilen ist, rein moleculare Energieänderungen von M und seiner Hülle, deren Aequivalente in dem Kreisprocesse schliesslich Null werden, und die, wie (vorhergehende Seite) gezeigt, die Form der äusseren Arbeit nicht beeinflussen.

Zu 4. bemerke ich noch: Ist ϑ_1 die Temperatur der Wärmequelle K_1, ϑ die von M, $\vartheta_1 > \vartheta$, und es geht (I) Wärme von K_1 zu M über, so wird die nicht mögliche Umkehrung dieses Vorganges darin gesucht, dass (II) Wärme unmittelbar von M zu K_1 und von ϑ zu ϑ_1 fliesst.

Sollen aber (I) und (II) Umkehrungen voneinander sein, so müssen ihre Wärmeäquivalente entgegengesetzt gleich sein. Das Vorzeichen von dQ muss nun erstens durch die Richtung des Wärmeüberganges zwischen K_1 und M und zweitens dadurch bestimmt werden, ob der Uebergang von höherer zu niedrigerer Temperatur erfolgt oder umgekehrt. Werden daher die Wärmeübergänge von K_1 zu M und von ϑ_1 zu ϑ als positiv angenommen, so würde in (II) $-dQ$ in negativer Richung übergehen, was dQ ergäbe. In der That sind also (I) und (II) nicht in dem hier geltenden Sinne Umkehrungen voneinander. Dasselbe würde auch bei anderer Bestimmung der Vorzeichen folgen; denn jedenfalls müssen entgegengesetzte Aenderungen entgegengesetzte Zeichen haben. Um daher für dQ die Umkehrung $-dQ$ zu erhalten, dürfen in (I) und (II) die Uebergänge zwischen den Temperaturen und den Körpern nicht beide entgegengesetzt sein, sondern die wahre Umkehrung von (I) ist der Uebergang von dQ von M zu einer Wärmequelle K_2 mit der Temperatur ϑ_2, $\vartheta_2 < \vartheta$, der möglich ist. Dieses wird übersehen, wenn man den Wärmeübergang zwischen verschiedenen Temperaturen abstract betrachtet, ohne seine Richtung zwischen den Körpern zu berücksichtigen. Als nicht umkehrbarbar wird auch der Fall angesehen[1]), dass ein vollkommenes Gas vom Volumen v_1 bei der adiabatischen Ausdehnung auf das Volumen v_2 keinen Widerstand zu überwinden hat und isotherm in seinen Anfangszustand zurückgeführt wird.

1) Clausius, Abhandl. 1864. 5. p. 164.

Für die Ausdehnung ist dann $\int dQ/\vartheta = 0$ und für die Zusammendrückung soll der Werth der uncompensirten Verwandlungen

$$-\int_{v_2}^{v_1} \frac{p\,dv}{\vartheta} = R \log \frac{v_2}{v_1}$$

sein. Bei der Zusammendrückung wird aber Arbeit in Wärme verwandelt und diese von dem veränderlichen Körper auf eine Wärmequelle übergeführt, während die Temperatur stets denselben constanten Werth behält, was die entgegengesetzt gleichen Verwandlungswerthe dQ/ϑ, $-dQ/\vartheta$ gibt, sodass für den vorliegenden Vorgang $\int dQ/\vartheta = 0$ wird.

Auf Grund aller vorstehender Erörterungen stelle ich folgenden Satz auf.

Wenn ein Körper unter Einwirkung äusserer Kräfte aus einem in einen zweiten Gleichgewichtszustand übergeht, so ist die Entropie dieses Vorganges stets durch seine beiden Grenzzustände vollkommen bestimmt; sie ist also unabhängig vom Wege des Ueberganges und zwischen gegebenen Grenzen constant.

In einem isolirten Systeme ist identisch $dU = 0$ und daher auch $dU/\vartheta = 0$, die letztere Gleichung verliert aber hier infolge der Geltung der ersteren ihre Bedeutung.[1])

Hr. **W. Wien** berichtet dann auf Grund von gemeinsam mit Hrn. **L. Holborn** angestellten Versuchen

über die Messung hoher Temperaturen.

Sitzung vom 17. Juni 1892.

Vorsitzender: Hr. A. Kundt.

Hr. **H. W. Vogel**

Ueber die neue Methode der vervielfältigenden Photographie in Naturfarben.

Zwei Wege hat man eingeschlagen, um zur Lösung des höchsten Problems der Photographie: Photographie in natürlichen Farben zu gelangen.

1) Nach Hrn. Bertrand (a. a. O. p. 270) entsteht in einem festen, von einer adiathermanen Hülle umgebenen Körper, worin kein Temperaturgleichgewicht vorhanden, eine Zunahme der Entropie. Dabei sind jedoch nur die Aenderungen der Wärme nicht die der anderen Energieformen berücksichtigt.

1. Directe Aufnahme mittelst photographischer Schichten, die für alle Farben empfindlich sind und die Wirkung jeder Farbe in der Originalfarbe wiedergeben. Dahin gehören die Versuche von SEEBECK (GOETHE's Farbenlehre 1810), BECQUEREL, NIÉPCE DE ST. VICTOR, POITEVIN, ZENKER und LIPPMANN, dem es zuerst gelang, fixirbare Photographien in sogenannten natürlichen Farben herzustellen.

Diese Methode hat den Uebelstand, dass die wiedergegebene Farbe aus physikalischen Gründen, die ich Photographische Mittheil. XXVIII, p. 205, auseinandergesetzt habe, nicht genau der Naturfarbe gleicht, dass sie ferner nur die Aufnahme glühend heller Körper (Spectrum, durch electrisches oder Licht beleuchtete bunte Scheiben etc.) gestattet, dass ferner das Gelingen des Bildes von einer Fülle von Bedingungen, der Dicke der Schicht, Temperatur beim Trocknen der peinlich genauen Zusammenstimmung des in der Schicht auf das feinste vertheilten Bromsilbers und des Farbensensibilisators etc. etc. abhängig ist (s. H. KRONE, Photogr. Mittheil. XXVIV, p. 68), sodass das Gelingen als ein Glücksfall betrachtet werden muss, und dass endlich für jedes neue Bild eine neue Aufnahme nöthig ist.

2. Aufnahmen mit Benutzung des Farbendruckprincips und der damit möglichen Vervielfältigung.

Dieser zweite Weg wurde bereits von RANSONNET in Oesterreich, COLLEN in England 1865 vorgeschlagen; sie verlangten die Herstellung dreier Aufnahmen nach demselben farbigen Gegenstande durch rothes, gelbes und blaues Glas. So sollten drei Negative entstehen, in denen einerseits nur die rothen, andererseits nur die blauen resp. gelben Strahlen der Natur gewirkt hätten. Hierbei gingen Betreffende von der unrichtigen BREWSTER'schen Theorie von den einfachen Farben aus. Die nach ihrem Vorschlag gewonnenen Negative sollten auf photolithographischen Stein copirt und die erhaltenen Steine in Gelb, Blau und Roth auf dasselbe Papier abgedruckt werden. CROS und DUCOS DU HAURON nahmen 1869 das RANSONNET'sche Princip auf und glaubten es zu verbessern, indem sie an Stelle der BREWSTER'schen Grundfarben die HELMHOLTZ'schen: Roth, Grün und Violett setzten, hierbei übersahen sie, dass diese Theorie nur für farbige Strahlen, nicht für Farbstoffe gültig sind und dass ihre farbigen Gläser (Strahlenfilter) die gemeinten farbigen Strahlen keineswegs rein durchliessen, son-

dern z. B. ihr violettes Glas eine Mischung von rothen und blauen Strahlen, dass endlich der Abdruck der gedachten Platten mit farbigen Pigmenten geschah, für welche die für Farbenstrahlen aufgestellten Gesetze nicht gültig sind.

Das Princip blieb aber schon deshalb nicht ausführbar, weil man 1869 roth- und gelbempfindliche photographische Platten noch nicht kannte.

Erst 1873 glückte mir die Darstellung solcher, und nunmehr nahmen Cros, Ducos du Hauron in Frankreich, später Albert in München den Gedanken wieder auf, indem sie sich der nach meinem Princip „farbenempfindlich" gemachten Platten bedienten. Albert benutzte statt der Lithographie den sogenannten Lichtdruck (besser Lichtleimdruck), bei welchem das photographische Negativ auf eine mit lichtempfindlichem chromirtem Leim bedeckte Glasplatte copirt wird. Diese zeigt dann ein Bild, welches wie jede lithographische Platte schwarz oder in Farbe abdruckbar ist, indem merkwürdiger Weise nur die vom Licht afficirten Stellen Farbe annehmen.

Bei der Wahl der Abdruckfarbe ergaben sich aber Eigenthümlichkeiten. Man denke sich ein rothes, gelbes und blaues Quadrat auf weissem Grunde und nehme diese auf rothempfindlicher Platte auf, indem man zur Abschliessung der auch auf solche Platte wirksamen blauen Strahlen ein rothes Strahlenfilter, welches auch schwach Gelb durchlässt, einschaltet. Es wird dann das blaue Quadrat gar nicht wirken, das gelbe nur schwach, das rothe sehr intensiv. Dieses wird also am undurchsichtigsten sein. Copirt man das gewonnene Negativ mit Hülfe des Lichtes auf eine Lichtdruckschicht (vgl. oben), so wird das blaue Feld, weil es am durchsichtigsten ist, das Licht am besten durchlassen, das rothe undurchsichtige am wenigsten. Infolgedessen wird unter dem blauen Quadrat die Lichtdruckplatte am stärksten afficirt werden. Würde man nun dieselbe mit rother Farbe einwalzen, so würde das Bild des blauen Quadrats die rothe Farbe am stärksten annehmen, das Bild des rothen Quadrats, welches sich am stärksten Roth färben sollte, würde dagegen weiss bleiben. Cros und Ducos du Hauron kamen deshalb frühzeitig zu der Erkenntniss, dass zum Abdruck bewusster Platte nicht rothe Farbe, sondern die Complementärfarbe zu Roth genommen werden müsse. Dies gilt auch für die übrigen Farben. So gelangten sie zu dem Schlusse, die hinter rothem Glase aufgenommene für Roth empfindliche

Negativplatte müsse in der Complementärfarbe (Grün), die hinter gelbem Glase aufgenommene für Gelb empfindliche Platte in der Complementärfarbe (Blau) abgedruckt werden etc. etc. In der That erhielt man dadurch eine Annäherung an die Naturfarbe, keineswegs aber die wirkliche Naturfarbe selbst.

Die Abweichungen waren unter Umständen der Art, dass die Bilder künstlerisch völlig werthlos wurden. Die Gründe habe ich bereits in WIEDEMANN's Annalen 28. p. 133 erörtert.

Es ist sehr leicht, subjectiv die Complementärfarbe für ein gegebenes farbiges Glas oder Pigment etc. herzustellen (Experiment mit MEYER's Ringen oder RACONA SCINA's farbigen Gläsern); die objective Nachahmung durch Pigmente ist aber eine äusserst schwierige, reinweg von dem Urtheil des Malers abhängige. Es ist ähnlich wie mit der farbigen Darstellung eines Spectrums. So nehmen wir zur Darstellung des Orange stets Mennige. Prüft man dieselbe aber spectroskopisch, so findet man, dass sie nicht nur orange, sondern auch dunkelrothe, gelbe, grüne und sogar blaue Strahlen zurückwirft. So gab auch die malerische Wiedergabe der Complementärfarben zu den farbigen Scheiben DUCOS und ALBERTS's ein Durcheinander von Farbenstrahlen, das weit von der Natur abweicht.

Diese Abweichungen beseitigte ich 1885 durch Aufstellung eines einfachen Gesetzes. [1]) Jedes gewöhnliche (schwarze) photographische Bild wird bekanntlich mit Hülfe des Lichts nach einer Negativplatte, auf welcher Schwarz nicht gewirkt hat, auf im Lichte schwarz werdendes Papier copirt. Analog braucht man für die Herstellung der Copie in Gelb bei dem Naturfarbenlichtdruckverfahren eine Negativplatte, auf welche Gelb nicht gewirkt, für die Herstellung in Roth eine Negativplatte, auf welche Roth nicht gewirkt hat. Kurz es stehen die Druckfarben und die auf das betreffende Negativ wirksamen Naturfarben in einem Gegensatz zu einander. Diese „gegensätzliche" Pigmentfarbe (s. v. v.) zu finden gelang mir in einfacher Weise. Zur Herstellung der oben erwähnten drei oder mehr farbenempfindlichen Platten (für die Aufnahme hinter rothem, gelbem oder blauem Glase) sind nämlich Färbungen betreffender Platten durch gewisse lichtempfindliche Farbstoffe nöthig, welche betreffendes rothes, gelbes, grünes oder blaues Licht

1) Vgl. Wied. Ann. 28. p. 133.

ibsorbiren. Will ich eine Platte rothempfindlich machen, so muss ich ihr nach meinem 1873 aufgestellten Princip einen Stoff zusetzen, welcher rothes Licht absorbirt, z. B. las Picratgrün oder Chlorophyll, also grüne Farbstoffe; will ich sie orangegelbempfindlich machen, so muss ich einen Stoff zusetzen, der orangegelb absorbirt, z. B. das blaue Cyanin. Nun ist jede Farbe offenbar genau complementär zu den Strahlen, welche sie absorbirt. Nach diesem 1885 a. a. O. und in den Berichten dieser Gesellschaft publicirten Princip war die Unsicherheit in der Auswahl der Complementärdruckfarbe für das oben gedachte Verfahren vollständig beseitigt.

Das für Orange durch Cyanin roth-gelb sensibilisirte Negativ musste somit auf Lichtdruckplatte copirt und diese mit Cyanin eingefärbt und abgedruckt werden. War dasselbe unecht, so konnte es mit einer anderen echten blauen Farbe von gleichen Absorptionsstreifen vertauscht werden.

Hiermit war eine neue Grundlage gegeben, um die Willkür n der Wahl der „complementären“ Druckfarben zu beseitigen und der Naturwahrheit näher zu kommen. [1])

Allgemein gedacht, ging das Verfahren praktisch darauf hinaus, das Spectrum in verschiedene Abtheilungen drei, fünf oder mehr zu zerlegen, für jede Abtheilung einen Sensibilisator zu suchen, die erhaltenen Negative auf Lichtdruckplatten zu copiren und mit dem „Sensibilisator“ oder einer ihm spectroskopisch ähnlichen Farbe abzudrucken.

Die farbigen Gläser blieben dabei insofern unentbehrlich, als jede roth oder gelb empfindlich gemachte Platte wegen der Eigenabsorption des Bromsilbers noch blau oder blaugrün empfindlich bleibt und diese fremden Strahlen abgefangen werden müssen.

Hr. Ulrich, Chromolithograph, war der erste, der die Richtigkeit dieses Princips praktisch erwies, 1890 bereits derartig gefertigte Lichtdrucke in der Amateurausstellung in Berlin, 1891 auf der deutschen Ausstellung in London ausstellte und dort den ersten Preis erhielt. Er hielt aber noch die Anwendung einer vierten dunklen Contourenplatte für nöthig, die meine Theorie verwarf.

---

1) Einen anderen Hauptfehler des Verfahrens von Ducos du Hauron und Albert: Anwendung nur einer einzigen Platte, die nicht einmal rothempfindlich war, für Aufnahme aller drei Strahlengattungen, rügte ich bereits in meinem Buche: Die Photographie farbiger Gegenstände. Berlin, bei Oppenheim, p. 136. 1885.

Um dieselbe Zeit trat Dr. E. Vogel jun. in die Sache ein und erzielte durch Anwendung neuer Plattenfärbungen, die er selbst präparirte, sowie durch Anwendung neuer correspondirender farbiger Strahlenfilter (spectroskopisch untersuchte Farben in festen Verhältnissen in Collodium gelöst an Stelle der in der Färbung wechselnden farbigen Glasscheiben vgl. oben) Resultate, die alle bisherigen übertrafen und die Contourenplatte überflüssig machten.

Nun lässt sich dieses Princip nicht schon jetzt in aller Freiheit durchführen. Für gewisse Stellen des Spectrums, z. B. Blaugrün, haben wir noch keinen genügenden Absorbenten, ebenso für das äusserste Roth. Wir beschränken uns deshalb auf Farbstoffe, welche breite Theile des Spectrums absorbiren, z. B. von im Roth bis Lin. D incl., von dort bis Lin. F, von dort bis incl. Violett und drucken mit denselben oder spectroskopisch ähnlichen Farben. Dadurch ist das Verfahren vorläufig auf drei Platten beschränkt. Mit dem rapiden Fortschreiten der Farbenindustrie werden uns aber neue Farben zur Sensibilisation, resp. zum Druck geliefert werden, wodurch wir der Wahrheit immer näher kommen.

Nun erhalten wir nicht allein die angewendeten Drucktöne, sondern auch Mischungen derselben, indem wir nur mit Lasurfarben drucken. Die Uebereinanderlage des von uns spectroskopisch gewählten Lasurgelbs mit dem ebenfalls spectroskopisch gewählten Lasurblaus ergibt aber ein Grün, die Uebereinanderlage des Gelb und Roth mit etwas Blau gibt Braun, und die auffallende Richtigkeit der so erzielten Mischtöne hat nicht nur uns überrascht, sondern auch hervorragende Künstler und Kunstkenner, die uns willig ihre Meisterwerke zur Probe überliessen, z. B. Menzel, Knaus, Graeb, Aiwasowsky, Breitbach, ferner den Director des Kunstgewerbemuseums, Prof. Dr. J. Lessing, welcher uns die Aufgabe stellte, farbenreiche antike Teppiche des Museums zu reproduciren.

Auch für wissenschaftliche Abbildungen aus der Pflanzen- und Thierwelt etc. etc. wird das Verfahren von Wichtigkeit werden. Was bisher nur mühsam der Chromolithograph in monatelanger Arbeit leistete, unter Aufwand von 20 und mehr Steinen, das leistet der neue Process in acht Tagen mit nur drei Platten.

Selbstverständlich ist das Verfahren, welches bereits in

die Praxis der Reproductionsphotographie übergegangen ist, nicht nur für Lichtdruck (Lichtleimdruck), sondern auch für Photolithographie und für Photozinkographie (Buchdruck) verwendbar und dürfte es durch letztere eine neue Aera einleiten für die Buch- und Zeitungsdruck-Illustration in Naturfarben, Landkartendruck etc. Bald dürften jene Oelgemälde, die bisher bei Ausstellungen in Schwarz reproducirt dem Publikum angeboten wurden, in Naturfarbendruck ausliegen. Möge es auch den wissenschaftlichen Publicationen Nutzen bringen.

Hr. **A. König** besprach und demonstrirte darauf

ein neues Spectralphotometer,

welches sich in den wesentlichen Bestandtheilen an das früher von ihm beschriebene (Verh. dieser Gesellsch. vom 22. Mai 1885 und 19. März 1886) anschliesst. Die Abänderung besteht darin, dass an Stelle des Zwillingsprismas ein dem besonderen Zweck entsprechend modificirter LUMMER-BRODHUN'scher Photometerwürfel benutzt ist. Der eine Theil des Photometerwürfels ist ersetzt durch einen Cylinder, dem eine Ebene angeschliffen ist und der andere durch ein Prisma mit trapezförmigen Querschnitt. Das Princip des LUMMER-BRODHUN'schen Würfels bleibt aber dadurch völlig unverändert.

Eine eingehende Beschreibung des Apparates wird erfolgen, sobald derselbe definitiv ausgeführt ist und grössere Beobachtungsreihen gewonnen sind.

Hr. **H. E. J. G. du Bois** demonstrirt darauf mehrere neuere Constructionen:

1. BABINET-HECHT'scher Compensator. Dieses Instrument, welches von der Firma SCHMIDT & HAENSCH construirt wurde, kann entweder in BABINET'scher Anordnung (Franzen) oder in der wohl zuerst von HECHT beschriebenen Weise (gleichmässige Compensation im ganzen Gesichtsfelde) benutzt werden. Ausser dem mikrometrisch verschiebbaren langen Quarzkeil sind zwei verschiedene kurze Keile und eine planparallele Quarzplatte beigegeben, durch deren passende Combination je die eine oder andere Anordnung leicht bewerkstelligt werden kann. Bei gleichmässiger Compensation gelang es die Azimuthe mittels Halbschattenvorrichtung im monochromatischen Lichte zu bestimmen. Diese Messung, der schwache Punkt bei den ge-

wöhnlichen Compensatoren, wird dadurch erheblich genauer, wenn auch die Fehler noch sehr viel grösser bleiben, als bei Benutzung der Halbschattenmethode im genau gradlinig polarisirten Lichte. Es gelang daher noch nicht das vorliegende Instrument zur Untersuchung von Erscheinungen heranzuziehen, bei denen nur nach Minuten zählende Azimuthdifferenzen vorkommen.

2. Magnetometer. Dieser, von der Firma Keiser & Schmidt ausgeführte, Apparat ist eine Vereinfachung der neueren Construction von Hrn. F. Kohlrausch. Es besitzt Kupfer- und Luftdämpfung, drehbaren Spiegel und kann an die Wand gehängt und dabei vertical justirt werden; letztere Anordnung wurde getroffen, weil in vielen Räumen die Wände weit stabiler sind als Pfeiler, bez. letztere in oberen Stockwerken fehlen.

3. Bogenlampe (50 Volt, 40 Amp., etwa 10,000 Kerzen in horizontaler Richtung), welche von der Firma Siemens & Halske speciell für Laboratoriumszwecke gebaut wird.

4. Intensivnatronbrenner zur Erzeugung monochromatischen Lichts von möglichst grosser Helligkeit.

5. Polarisator und Analysator mit Lippich'scher Halbschattenvorrichtung für möglichst allgemeine Verwendbarkeit (Flüssigkeitsoberflächen, senkrechte Incidenz u. dergl.).

6. Magnetische Waage zur einfachen und raschen Bestimmung der Magnetisirungs- bez. Hysteresiscurven des technisch benöthigten magnetischen Materials.

7. Grosser Versuchsmagnet zur Erzeugung intensiver magnetischer Felder zu einschlägigen Untersuchungen.

8. Modificirtes astatisches Galvanometer, welches in Gemeinschaft mit Hrn. **H. Rubens** ausgearbeitet und von Letzterem vorgeführt wurde.

Die zuletzt erwähnten Apparate (3—8) sind kürzlich anderweitig eingehender beschrieben worden bez. wird eine Beschreibung in nächster Zeit erscheinen.

Hr. **A. Raps** demonstrirt zum Schluss ein etwas modificirtes Exemplar des früher von ihm construirten grossen Spectrometers.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

1892. ANNALEN № 8.

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND XLVI.

I. *Ueber die Brechung der Strahlen von grosser Wellenlänge in Steinsalz, Sylvin und Fluorit; von H. Rubens und B. W. Snow.*

(Hierzu Taf. II Fig. 1—4.)

Im 45. Bande dieser Annalen hat der eine von uns[1]) eine Methode beschrieben, deren Anwendung in einfacher Weise zur Kenntniss der Dispersion ultrarother Strahlen führt. Mit Hülfe dieses Verfahrens konnte die Abhängigkeit des Brechungsexponenten von der Wellenlänge für 16 Stoffe, nämlich neun verschiedene Glassorten, Wasser, Schwefelkohlenstoff, Xylol, Benzol, Quarz, Steinsalz und Flusspath festgestellt werden. Da sich in der oben citirten Arbeit eine ausführliche Beschreibung der Versuchsmethode findet, genügt es, hier in aller Kürze auf die Grundzüge des Verfahrens hinzuweisen. Durch Reflexion der Strahlen eines Linnemann'schen Zirkonbrenners an der Vorder- und Rückfläche einer dünnen, von planparallelen Glaswänden begrenzten Luftplatte wurden zwei interferenzfähige Strahlenbündel geschaffen, welche, auf dem Spalt eines Spectrometers vereinigt, im Spectrum eine Reihe von verticalen Interferenzstreifen zeigten. Die Wellenlänge (λ) eines solchen schwarzen Streifens ist stets ein ganzzahliger Bruchtheil des Productes aus der doppelten Dicke d der Luftplatte multiplicirt mit dem Cosinus des Einfallswinkels (i) der Strahlen. Innerhalb des sichtbaren Gebietes kann mit Hülfe der Fraunhofer'schen Linien die Wellenlänge der Interferenzstreifen leicht festgestellt und hieraus ihre Ordnungszahl m sowie das Product $K = 2\,d\,.\cos i$ berechnet werden. Die Kenntniss dieser beiden Constanten ist aber ausreichend, um

1) H. Rubens, Ueber Dispersion ultrarother Strahlen, Wied. Ann. **45.** p. 238. 1892.

auch die Wellenlänge der ultrarothen Streifen angeben zu können. Die Lage dieser letzteren erhält man, indem man mit Hülfe des Linearbolometers eine Aufnahme des Energiespectrums vornimmt und die beobachteten Galvanometerausschläge als Function der Winkelstellung des Bolometerarms aufzeichnet. Die Interferenzstreifen geben sich dann als Minima, resp. Maxima in der Curve zu erkennen. Man erhält auf diese Weise für eine Reihe von Wellenlängen die entsprechenden Brechungsexponenten (n), d. h. eine Anzahl von Punkten in der $n - \lambda$-Ebene, deren Verbindung durch eine Curve die Disperionscurve der betreffenden Substanz liefert.

Bei der grossen Mehrzahl der bisher untersuchten Körper war die Grenze des Untersuchungsgebietes im Ultrarothen durch die mit wachsender Wellenlänge rasch zunehmende Absorption gegeben. Nur bei zweien, nämlich dem Steinsalz und Flusspath, musste die Untersuchung vor Eintritt des Absorptionsgebietes und zwar bei den Wellenlängen $\lambda = 5{,}7^{\mu}$, resp. $3{,}3^{\mu}$ aus anderen Gründen aufgegeben werden. Die Empfindlichkeit des messenden Apparates erwies sich als unzureichend gegenüber der ausserordentlich geringen Energie, welche das Spectrum der angewandten Wärmequelle (Zirkonbrenner) bei diesen Wellenlängen noch aufweist.

Zur Fortsetzung der Untersuchungen konnten demnach zwei Wege beschritten werden. Einmal galt es, die Energie der Lichtquelle zu erhöhen. Alle Versuche, die wir zu diesem Zwecke unternahmen, sind jedoch ohne Erfolg gewesen. Insbesondere musste die Anwendung des electrischen Bogenlichtes nach kurzer Zeit wieder aufgegeben werden. Selbst ausserordentlich gut regulirende electrische Bogenlampen gaben bei dem sehr gleichmässigen Strome der Berliner Centralen keine hinreichend constante Strahlung, um sie zu dem vorliegenden Zwecke an Stelle des Zirkonlichtes verwenden zu können. Auch das fortwährende Reguliren der Lampe und Einstellen des Focus durch die Hand eines Gehülfen erwies sich als unzureichend. Ferner ergab die Benutzung eines stärkeren Zirkonbrenners von nahezu den doppelten Dimensionen des früher zur Anwendung gebrachten nur geringe Steigerung der Energie, während eine Reihe neuer Missstände eintrat (Abschmelzen der Platinfassung, starker Gasverbrauch etc.). Wir

beschlossen daher, bei den weiteren Versuchen die Lichtquelle in ihrer ursprünglichen Form beizubehalten und uns die bessere Ausnutzung derselben und Vermehrung der Empfindlichkeit des messenden Apparates zur Aufgabe zu machen

Zunächst geschah dies durch Verwendung zweier planparalleler Platten von beträchtlich grösseren Dimensionen als die früher benutzten. Mit ausserordentlich dankenswerther Liberalität wurden uns durch Hrn. Dr. Czapski von der optischen Werkstätte von Carl Zeis in Jena zwei planparallele Platten von $(4\text{ cm})^2$ Fläche und 1 cm Dicke geliefert, von denen die eine aus Crownglas, die andere aus Fluorit bestand. Die Platten waren mit Metallfassungen versehen und in der gleichen Weise wie die früheren durch ein System von Schrauben gegeneinander verschiebbar. Beide Platten waren mit Ausnahme ihrer Ränder sehr gut eben geschnitten. Ein in den Strahlengang eingeschaltetes rechteckiges Diaphragma bewirkte, dass nur diejenigen Strahlen, welche von dem centralen Theile der Platten reflectirt wurden, in den Spalt des Spectrometers gelangten. Die Interferenzstreifen im Spectrum waren daher von ausserordentlicher Schärfe, wie dies aus der Tiefe der Minima in den Curven der Fig. 1, 2 und 3 hervorgeht, welche die Abbildungen der beobachteten Energiespectra enthalten. Es bedarf ferner kaum der Erwähnung, dass bei den nachfolgenden Versuchen sämmtliche in den Strahlengang eingeschaltete Linsen aus Steinsalz oder Flusspath bestanden.

Die Empfindlichkeit des Bolometers wurde hauptsächlich durch Anwendung eines Galvanometers von höchster Sensibilität gesteigert, welches der eine von uns construirt hat und dessen eingehende Beschreibung in einer demnächst erscheinenden Arbeit erfolgen soll. Bei 150 Ohm Widerstand und einer halben Schwingungsdauer von ca. 10 Secunden zeigte es eine Stromgeschwindigkeit von $1{,}8 \cdot 10^{-11}$ Amp. pro Millimeter Ausschlag, und zwar erwies sich bei diesem Astasirungsgrade die Lage des Nullpunktes als vollkommen constant. Die sämmtlichen hier beschriebenen Versuche wurden mit dem in der früheren Arbeit mit Nr. 2 bezeichneten Bolometer ausgeführt. Dasselbe bestand aus zwei gleichen Platinstreifen von 12 mm Länge und $^1/_{12}$ mm Breite und je 80 Ohm Widerstand, von denen der eine belichtet wurde. Mit Hülfe des neuen

Galvanometers konnte bei einer Temperaturempfindlichkeit von 0,000003° pro Millimeter Ausschlag gearbeitet werden. Die Strahlung einer Hefner'schen Normalkerze ergab unter diesen Bedingungen in 1 m Abstand 400 mm Ausschlag.

Mit Ausnahme der hier hervorgehobenen Veränderungen waren die sämmtlichen Apparate identisch mit den früher beschriebenen. Auch ihre Aufstellung, sowie die Art und Reihenfolge der Operationen war unverändert beibehalten worden. Wir können daher ohne weiteres zu den Resultaten unserer Beobachtung übergehen.

Zur Untersuchung gelangten die wegen ihrer Durchlässigkeit für Wärmestrahlen bekannten Stoffe Steinsalz, Sylvin und Fluorit.

1. Steinsalz.

Von diesem Mineral besassen wir ein Prisma von ca. $3^1/_2$ cm Grundkante und $4^1/_2$ cm Höhe. Vor dem Gebrauch war dasselbe frisch polirt und sein brechender Winkel neu bestimmt worden. Die Bolometerbeobachtungen ergaben das in Fig. 1 abgebildete Energiespectrum. Die Lage der Maxima und Minima wurde, ähnlich wie in der früheren Arbeit, mit Hülfe der Enveloppen corrigirt und zwar sind diesmal die Berührungspunkte dieser Linien mit der Energiecurve ohne weiteres als die charakteristischen Punkte bezeichnet. Wie die Theorie zeigt, liefert dieses Verfahren eine bessere Annäherung, als die in der früheren Arbeit benutzte Constructionsmethode. Allerdings fällt diese Neuerung nicht wesentlich ins Gewicht, da beide Methoden meist zu Resultaten führen, welche bis in die vierte Decimale hinter dem Komma identisch sind.

Da wir die vorliegende Untersuchung vorwiegend zu dem Zwecke unternommen hatten, die Messungen möglichst weit nach der ultrarothen Seite des Spectrums hin auszudehnen, waren wir genöthigt, mit verhältnissmässig grosser Dicke der die Interferenz erzeugenden Luftplatte und dementsprechend geringen Streifenabständen zu arbeiten. Es zeigte sich jedoch bald, dass die, wenn auch geringe Breite des Bolometerwiderstandes, sowie die durch mangelhafte Achromasie der Linsen bedingte Unreinheit des Spectrums unseren Beobachtungen hinsichtlich der Breite der zu messenden Interferenzstreifen eine untere Grenze auferlegten. Dieselbe war bei der

geringen Dispersion der untersuchten Stoffe ungefähr erreicht, wenn sich etwa 7—8 Interferenzstreifen im sichtbaren Spectrum befanden; es entspricht dies einem Betrage der Grösse $K = 2\,d\,.\cos i$ von ca. $8{,}5^\mu$. Hiernach befindet sich das Minimum erster Ordnung, der äusserste noch bestimmbare Punkt im Ultrarothen, bei einer Wellenlänge $\lambda = 8{,}5^\mu$; es folgt das Maximum, dann das Minimum zweiter Ordnung, welche den Wellenlängen $\lambda = 5{,}7^\mu$, resp. $4{,}3^\mu$ entsprechen. Obwohl nun die Dispersionscurve in diesen Gebieten nur schwach gekrümmt ist, erschien es uns im Interesse der Genauigkeit unserer Messungen wünschenswerth, jener geringen Zahl von Punkten einige weitere hinzuzufügen. Zur Erreichung dieses Zweckes beschlossen wir, nicht nur die corrigirte Lage der Maxima und Minima nebst deren zugehöriger Wellenlänge zur Construction der Dispersionscurve heranzuziehen, sondern auch die Durchschnittspunkte der Energiecurve $G = f(\alpha)$ (vgl. Fig. 1) mit der Curve der mittleren Energie $R = f(\alpha)$ zu verwerthen, da die den Abscissen dieser Punkte entsprechenden Wellenlängen der Berechnung leicht zugänglich sind. Die Curve $R = f(\alpha)$, welche die Energievertheilung im Spectrum wiedergibt, wenn keine Interferenz vorhanden ist — ein Fall, welcher sich z. B. durch hinreichende Vergrösserung des Abstandes der beiden die Luftschicht begrenzenden Platten erreichen lässt —, kann mit ausreichender Genauigkeit construirt werden, wenn man an jeder Stelle ihre Ordinaten dem arithmetischen Mittel derjenigen der beiden Enveloppen P und Q gleich macht. Wird die Curve $G = f(\alpha)$ von der Linie $R = f(\alpha)$ in irgend einem Punkte geschnitten, so besagt dies, dass für die Abscisse des Schnittpunktes die Amplitude infolge der Interferenz genau die gleiche Grösse erhält, welche sie annehmen müsste, wenn eine Superposition der Energie beider Strahlen ohne Interferenz erfolgte.

Die Schwingungsbewegung der beiden Strahlen, deren Amplitude und Schwingungsdauer wir gleich A, resp. T setzen, sei gegeben durch die Gleichungen:

$$Y_1 = A\,.\sin 2\,\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$Y_2 = A\,.\sin 2\,\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x + K + \frac{\lambda}{2}}{\lambda}\right).$$

Sie vereinigen sich zu einem Strahl:

$$Y = 2A\cos\frac{\pi\left(K+\frac{\lambda}{2}\right)}{\lambda}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x+\frac{K}{2}+\frac{\lambda}{4}}{\lambda}\right)$$

$$= 2A\,.\sin\frac{\pi K}{\lambda}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x+\frac{K}{2}+\frac{\lambda}{4}}{\lambda}\right).$$

Für die Abscisse des Schnittpunktes der beiden Curven R und G muss aber nach dem obengesagten die Amplitude des Strahles Y nämlich $2A\sin\pi K/\lambda$ gleich $\pm A\,.\sqrt{2}$ werden. Wir erhalten somit für λ die Bestimmungsgleichung

$$\sin\frac{\pi K}{\lambda} = \pm\tfrac{1}{2}\sqrt{2},$$

$$\frac{\pi K}{\lambda} = \frac{\pi}{4},\quad \frac{3\pi}{4},\quad \frac{5\pi}{4}\;\ldots\;\frac{(2n+1)\pi}{4}\;\ldots,$$

worin n jede beliebige ganze Zahl sein kann. Es ist daher jede einem Schnittpunkte entsprechende Wellenlänge

$$\lambda = \frac{4K}{2n+1}.$$

Die Bedeutung der Zahl n ergibt sich ohne weiteres aus den Ordnungszahlen der benachbarten Maxima und Minima. Liegt nämlich der betrachtete Schnittpunkt derart, dass das benachbarte Minimum (m^{ter} Ordnung) nach Seite der längeren, das benachbarte Maximum nach Seite der kürzeren Wellen gelegen ist, so hat man $n = 2m$ zu setzen.

Durch Verwerthung dieser Punkte zur Berechnung der Dispersion war es uns möglich, die Beobachtungen bei einer mit den Versuchsbedingungen verträglichen Streifenbreite anzustellen und gleichzeitig eine genügende Zahl von Bestimmungen zu erhalten, um den Verlauf der Dispersionscurve auch im äussersten Ultraroth mit annähernd derselben Genauigkeit angeben zu können, als in den ersten jenseits des Roth gelegenen Spectralgebieten.

Wir wollen ferner nicht unterlassen, auf eine Eigenschaft der Energiecurve hinzuweisen, welche in der Zeichnung (Fig. 1) hervortritt. An der Stelle des letzten Minimums a_1 sinken die beobachteten Bolometerausschläge nicht nur bis auf 0, sondern nehmen sogar negative Werthe an. Der Grund

dieser Erscheinung, welchen wir in geringerem Maasse auch bei den Energiecurven des Flusspathes beobachtet haben, liegt wohl in dem Umstande, dass der zweite, nicht belichtete Bolometerwiderstand, welcher sich in unserem Apparate innerhalb einer Dose aus Hartgummi befindet, trotz dieser Hülle mehr Strahlungsenergie empfängt, als der erste Bolometerzweig, welcher der directen Strahlung ausgesetzt ist. Diese Erklärungsweise gewinnt noch an Wahrscheinlichkeit, wenn man bedenkt, dass sich der Widerstand 2 in einem Spectralgebiet befindet, in welchem die mittlere Energie etwa 50 mal grösser ist als in der Nähe des Minimums a_1 und dass Ebonit für Wärmestrahlen von grösserer Wellenlänge nicht undurchlässig ist.

Die folgende Tabelle enthält die Zusammenstellung der beobachteten Brechungsindices und Wellenlängen. Ihre erste Spalte, welche die Ueberschrift „Benennung" trägt, gibt die Art des betreffenden characteristischen Punktes als Fraunhofer'sche Linie, Minimum (a), Maximum (b) oder Schnittpunkt der Curven G und R (c) zu erkennen, die zweite enthält die am Theilkreise gemessenen Ablenkungen (α), die dritte den Brechungsindex n, wie er sich aus dem brechenden Winkel C und der Ablenkung α nach der Formel

$$n = \frac{\sin \frac{C + \alpha}{2}}{\sin \frac{C}{2}}$$

berechnet, die vierte endlich die Wellenlänge, welche aus der Ordnungszahl und der Constante $K = 2\,d \,.\cos i$ folgt. Eine dieser Tabelle entsprechende Dispersionscurve findet sich in Fig. IVa.

Tabelle I.

Brechende Winkel des Steinsalzprismas $C = 60^\circ\,2'$

$K = 8{,}307^\mu$; a_1 ist 11. Ordnung.

Benennung	α	n	λ	Benennung	α	n	λ
H_γ	42° 37′	1,5607	0,434$^\mu$	b_1	40° 22½′	1,5358	0,790$^\mu$
F	41° 56′	1,5531	0,485„	a_2	16½′	1,5347	0,831„
D	7′	1,5441	0,589„	b_2	11½′	1,5337	0,876„
C	40° 47′	1,5404	0,656„	a_3	7′	1,5329	0,923„
a_1	29′	1,5370	0,755„	b_3	2½′	1,5321	0,978„

Benennung	α	n	λ	Benennung	α	n	λ
a_4	39° 58′	1,5313	1,035$^{\mu}$	a_9	39° 22½′	1,5247	2,771$^{\mu}$
b_4	54½′	1,5305	1,107„	c_1	18′	1,5239	3,022„
a_5	51′	1,5299	1,186„	b_9	13½′	1,5230	3,320„
b_5	47½′	1,5293	1,277„	c_2	7′	1,5217	3,690„
a_6	44′	1,5286	1,384„	a_{10}	2′	1,5208	4,150„
b_6	41′	1,5280	1,511„	c_3	38° 56′	1,5197	4,745„
a_7	38′	1,5275	1,660„	b_{10}	49′	1,5184	5,540„
b_7	35′	1,5270	1,845„	c_4	37½′	1,5168	6,647„
a_8	32′	1,5264	2,076„	a_{11}	24′	1,5138	8,307„
b_8	28′	1,5257	2,372„				

Bekanntlich hat Hr. Langley[1]) nach einer Versuchsmethode, welche von der hier angewandten durchaus verschieden ist, die Dispersion im Steinsalz bis zu einer Wellenlänge von 5,3$^{\mu}$ verfolgen können. Er fand, dass die Dispersionscurve von ca. 2$^{\mu}$ ab nahezu geradlinigen Verlauf zeigte und entschloss sich dazu, da es ihm trotz Anwendung ausserordentlicher Mittel nicht gelang, an der Hand seiner Methode weiter in das Gebiet der langen Wellen messend vorzudringen, diese gerade Linie nach dem ultrarothen Ende über das durchmessene Gebiet hinaus zu verlängern. Gegen eine derartige Extrapolation lassen sich theoretische Bedenken verschiedener Art anführen. Wir wollen unter diesen nur den einen Einwand hervorheben, dass sämmtliche Brechungsexponenten von einer bestimmten Wellenlänge an negative Werthe annehmen müssten, ein Fall, der physikalisch undenkbar ist. Immerhin aber lag die Möglichkeit vor, dass wenigstens innerhalb desjenigen Gebietes, in welches die Energiemessungen Langley's fallen, eine geradlinige Fortsetzung der Dispersionscurve den Sachverhalt in erster Annäherung richtig wiedergäbe. Ein Blick auf die Curve Fig. 4a lehrt uns jedoch, dass dieses in Wirklichkeit keineswegs der Fall ist. Allerdings zeigt auch die von uns entworfene Dispersionscurve bis gegen 5$^{\mu}$ nahezu geradlinigen Verlauf; aber bei $\lambda = 5^{\mu}$ bereits beginnt die Curve ihre Neigung gegen die horizontale Axe der λ allmählich zu verringern und bei $\lambda = 8^{\mu}$ ist die Wirkung dieser Krümmung bereits so beträchtlich, dass eine von 5$^{\mu}$ ab vorgenommene geradlinige Extrapolation an dieser Stelle einen Fehler

1) Langley, Ann. de Chim. et de Phys. (6) **9.** p. 433. 1886.

in der Wellenlängenbestimmung von nicht weniger als 1μ nach sich ziehen würde.

In der nachfolgenden Tabelle sind die Ergebnisse unserer Versuche mit den Resultaten Langley's zusammengestellt, dessen Beobachtungen, wie man erkennt, mit den unserigen gut übereinstimmen, während seine durch Extrapolation erhaltenen Werthe mit beträchtlichen Fehlern behaftet sind, welche mit wachsender Wellenlänge rasch zunehmen. Auch sind die in der früheren Arbeit erhaltenen Zahlen der Vollständigkeit halber hinzugefügt. Um den Vergleich mit den Zahlen Langley's zu erleichtern, sind die Wellenlängen so gewählt, dass sie nach ganzen Vielfachen von $\lambda_D = 0{,}589\mu$ fortschreiten.

Tabelle II.

Wellenlänge	*n* (Langley)		*n* (Rubens)	*n* (Rubens u. Snow)	*n* (Langley) − *n* (Rub. u. Sn.)
1 λ_D = 0,589μ	1,5442	beobachtet	1,5441	1,5441	0,0001
2 λ_D = 1,178 „	1,5301	beobachtet	1,5300	1,5301	0
3 λ_D = 1,767 „	1,5272	beobachtet	1,5269	1,5272	0
4 λ_D = 2,356 „	1,5254	beobachtet	1,5253	1,5256	− 0,0002
5 λ_D = 2,945 „	1,5243	beobachtet	1,5241	1,5240	+ 0,0003
6 λ_D = 3,534 „	1,5227	beobachtet	1,5227	1,5226	1
7 λ_D = 4,123 „	1,5215	beobachtet	1,5214	1,5212	3
8 λ_D = 4,712 „	1,5201	beobachtet	1,5202	1,5200	1
9 λ_D = 5,301 „	1,5186	beobachtet	1,5189	1,5188	− 0,0002
10 λ_D = 5,890 „	1,5172	extrapolirt	—	1,5177	5
11 λ_D = 6,480 „	1,5158	extrapolirt	—	1,5166	8
12 λ_D = 7,070 „	1,5144	extrapolirt	—	1,5157	13
13 λ_D = 7,66 „	1,5129	extrapolirt	—	1,5148	19
14 λ_D = 8,25 „	1,5115	extrapolirt	—	1,5138	23

Es ist daher auf die Angabe der Wellenlängen in den Arbeiten dieses Forschers [1]) nur dann Werth zu legen, wenn es sich um das Spectralgebiet von $\lambda = 0$ bis $\lambda = 5\mu$ handelt. Jenseits dieses Bereichs, zum mindesten bis $\lambda = 8{,}3\mu$ sind die

1) Langley, Sill. Journ. (3) **31.** p. 1—12. 1886, ferner (3) **32.** p. 83—106. 1886 und (3) **38.** p. 421—440; Phil. Mag. **26.** p. 505. 1888. Das Gleiche gilt von den Arbeiten von Angström, Öfversigt af Kongl. Vet.-Akad. Förhandl. **9.** p. 549. 1889 und **7.** p. 331. 1890 und W. H. Julius, Arch. Néerl p. 310—384. 1888.

Angaben zu klein, doch ist es nicht ausgeschlossen, dass sich mit wachsender Wellenlänge der Sinn des Fehlers umkehrt. Immerhin aber bleiben die in jenen Untersuchungen enthaltenen Resultate von erheblichem Interesse, da man ohne Schwierigkeit durch die Brechungsindices eine Correction der Wellenlängen wird vornehmen können, sobald es gelungen sein wird, die Dispersion des Steinsalzes bis zu genügend kleinen Brechungsexqonenten zu verfolgen.

Sylvin.

Dem Verhalten des Steinsalzes ist dasjenige des ihm chemisch nahe verwandten Sylvins sehr ähnlich. Aus diesem Material stand uns ein Prisma zur Verfügung von 14 mm Höhe und 20 mm Grundkante, dessen Flächen genügend eben geschliffen waren, um eine Bestimmung des brechenden Winkels auf 0,5 Minuten zu ermöglichen.

In Fig. 2 sind die beobachteten Galvanometerausschläge als Function der Winkelstellung des Bolometerarmes aufgetragen. Mit Hülfe dieser Curve ist in der oben besprochenen Weise die Dispersionstabelle zusammengestellt. Ihr entspricht die Dispersionscurve Fig. 4b.

Tabelle III.

Brechende Winkel des Sylvinprismas $C = 59^0\,54'$

$K = 8{,}022^{\mu}$; a_1 ist 10. Ordnung.

Benennung	α	n	λ	Benennung	α	n	λ
H_γ	$37^0\,30'$	1,5048	$0{,}434^{\mu}$	b_5	$35^0\;5'$	1,4766	$1{,}458^{\mu}$
F	$36^0\,55'$	1,4981	0,486 „	a_6	$2\frac{1}{2}'$	1,4761	1,603 „
D	$13\frac{1}{2}'$	1,4900	0,589 „	b_6	$34^0\,59\frac{1}{2}'$	1,4755	1,781 „
C	$35^0\,57'$	1,4868	0,656 „	a_7	$56\frac{1}{2}'$	1,4749	2,005 „
a_1	37′	1,4829	0,802 „	b_7	53′	1,4742	2,291 „
b_1	32′	1,4819	0,845 „	a_8	48′	1,4732	2,673 „
a_2	27′	1,4809	0,893 „	b_8	43′	1,4722	3,209 „
b_2	$23\frac{1}{2}'$	1,4802	0,944 „	c_1	$40\frac{1}{2}'$	1,4717	3,561 „
a_3	20′	1,4795	1,003 „	a_9	38′	1,4712	4,011 „
b_3	$16\frac{1}{2}'$	1,4789	1,070 „	c_2	$35\frac{1}{2}'$	1,4708	4,577 „
a_4	13′	1,4782	1,145 „	b_9	32′	1,4701	5,345 „
b_4	10′	1,4776	1,234 „	c_3	28′	1,4693	6,412 „
a_5	$7\frac{1}{2}'$	1,4771	1,337 „	a_{10}	22′	1,4681	8,022 „

Man sieht, dass die Dispersion im Sylvin, welche im sichtbaren Spectralgebiet hinter derjenigen des Steinsalzes nur wenig zurücksteht, mit wachsenden Wellenlängen in ähnlicher

Weise, aber weit rascher abnimmt, als in jenem Mineral, sodass dieselbe bei einer Wellenlänge von $\lambda = 8^{\mu}$ kaum noch mehr beträgt, als den 3. Theil der entsprechenden Dispersion im Steinsalz. Diese ausserordentlich rasche Abnahme der Dispersion lässt Sylvin trotz seiner besseren Beständigkeit gegen feuchte Luft und vorzüglichen Durchlässigkeit für Wärmestrahlen für eine Reihe von Versuchen, in welchen es als Prisma Verwendung finden soll, weniger geeignet erscheinen, als das in vieler Beziehung unbequemere Steinsalz. Andererseits ist es zur Herstellung von Concentrationslinsen sehr geeignet.

Fluorit.

Das untersuchte Flusspathprisma ist das nämliche, welches in der früheren Arbeit zur Anwendung gelangte. Der brechende Winkel desselben wurde neu bestimmt und in befriedigender Uebereinstimmung mit den früheren Beobachtungen erhalten.

Während längerer Zeit waren wir vergeblich bemüht, das mit Hülfe des Fluoritprismas entworfene Energiespectrum über eine Wellenlänge von $3{,}5^{\mu}$ hinaus zu verfolgen. Schon die Resultate der früheren Beobachtungen lassen uns den Grund dieser Erscheinung in der allmählich wieder zunehmenden Dispersion des Fluorits erkennen, welche eine starke Abnahme der Energie in diesen Gebieten zur Folge hat. Wir sahen uns schliesslich, um weiter vordringen zu können, genöthigt, an derjenigen Stelle, an welcher die Energie der Strahlung unter das beobachtbare Maass herabsank, den Spalt des Spectrometers zu erweitern. Erst die wiederholte Anwendung dieses Kunstgriffs machte es uns möglich, unsere Messungen im Ultrarothen bis zu einer Wellenlänge von über 8^{μ} fortzusetzen. In der Zeichnung der Fig. 3, welche die Energievertheilung in dem mit Hülfe des Fluoritprismas entworfenen Spectrum wiedergibt, wurde bei den Ablenkungen des Bolometerarmes $\alpha = 30^{0}\,10'$ resp. $\alpha = 28^{0}\,50'$ der Spalt von 0,1 auf 0,4 resp. 1,0 mm erweitert, sodass hierdurch die Grösse der Ausschläge auf das 4fache, bez. 10fache gesteigert wurde. Die Erfahrung lehrt uns, dass durch die Vergrösserung der Spaltbreite die Schärfe der beobachteten Interferenzstreifen in diesen Gebieten nicht merklich abnahm, ein Umstand, welcher durch

die zunehmende Dispersion und dementsprechend sehr beträchtliche Breite der Streifen verursacht wird. Da der Spalt nicht bilateral, sondern einseitig zu öffnen war, musste bei Erweiterung desselben eine seiner neuen Breite entsprechende Correctur für die Ablenkungen des Bolometerarmes eingeführt werden.

Die in Fig. 3 dargestellte Energievertheilung zeigt einen durchaus anderen Charakter als die Bilder der Energiespectra, welche mit Hülfe von Steinsalz- oder Sylvinprismen entworfen sind und durch die Fig. 1 und 2 wiedergegeben werden. Während nämlich bei diesen die Breite der Interferenzstreifen nach dem ultrarothen Ende nur langsam zunimmt, sodass sie schliesslich kaum mehr als den doppelten Betrag ihres ursprünglichen Werthes erreicht, finden wir in dem durch das Fluoritprisma entworfenen Energiespectrum ein Anwachsen der Streifenbreite von 5 Winkelminuten auf mehr als $2^1/_2$ Grade. Der eigenartigen Beschaffenheit des Energiespectrums entsprechend, ist auch der Gang der Dispersion im Fluorit ein völlig anderer, als in den zuvor betrachteten Stoffen. In der folgenden Tabelle, welche die diesbezüglichen Zahlen enthält, sind von der Wellenlänge $\lambda = 4^{\mu}$ ab die Brechungsindices nur auf drei Stellen angegeben. Infolge der ausserordentlichen Breite der Interferenzstreifen ist es nicht möglich, die Lage der charakteristischen Punkte in diesen Spectralgebieten mit der Genauigkeit zu bestimmen, welche den übrigen Angaben zukommt.

Tabelle IV.

Brechender Winkel des Flusspathprismas $59^0\,59\frac{1}{2}'$

$K = 8{,}070^{\mu}$; a_1 ist 10. Ordnung.

Benennung	α	n	λ	Benennung	α	n	λ
H_γ	$32^0\ 5'$	1,4398	$0{,}434^{\mu}$	b_5	$30^0\,59'$	1,4267	$1{,}466^{\mu}$
F	$31^0\,52'$	1,4372	0,485 „	a_6	$55\frac{1}{2}'$	1,4260	1,613 „
D	$36'$	1,4340	0,589 „	b_6	$51'$	1,4250	1,792 „
C	$29'$	1,4325	0,656 „	a_7	$46'$	1,4240	2,019 „
a_1	$19'$	1,4307	0,807 „	b_7	$38'$	1,4224	2,303 „
b_1	$17'$	1,4303	0,850 „	a_8	$29'$	1,4205	2,689 „
a_2	$14\frac{1}{2}'$	1,4299	0,896 „	b_8	$13'$	1,4174	3,225 „
b_2	$12'$	1,4294	0,950 „	a_9	$29^0\,46'$	1,4117	4,035 „
a_3	$10'$	1,4290	1,009 „	c_1	$29'$	1,408	4,62 „
b_3	$8'$	1,4286	1,076 „	b_9	$4'$	1,403	5,38 „
a_4	$6'$	1,4281	1,152 „	c_2	$28^0\,30'$	1,396	6,46 „
b_4	$4'$	1,4277	1,240 „	a_{10}	$27^0\ 5'$	1,378	8,07 „
a_5	$2'$	1,4272	1,345 „				

Deutlicher noch als die Tabelle lässt die Dispersionscurve Fig. 4c den eigenthümlichen Verlauf der Dispersion erkennen. Dieselbe nimmt bis $\lambda = 2^{\mu}$ ab um dann allmählich wieder zu wachsen und erreicht bei $\lambda = 8^{\mu}$ wiederum einen Werth, welcher nicht wesentlich hinter dem Betrag der Dispersion im Roth zurücksteht.

Mit Steinsalz und Sylvin verglichen ist die Dispersion des Flusspathes im sichtbaren Gebiet sehr gering, im Ultrarothen aber ausserordentlich gross, sodass sich dieses Material in hervorragendem Maasse zur Erzeugung prismatischer Wärmespectra eignet, ein Vorzug, welcher durch die relativ leichte Bearbeitung und Beständigkeit desselben noch verstärkt wird.

Berlin, Physikalisches Institut, Juni 1892.

II. *Reflexion und Transmission des Lichtes durch gewisse äolotrope Gebilde;*
von H. E. J. G. du Bois.

(Habilitationsschrift.)

(**Inhalt.** I. **Theil:** Einleitung, Apparate, Methode; II. **Theil:** Blanke Silberdrahtgitter, Platinschichtgitter, Geritzte Metallspiegel, Glasgitter, Schlussbetrachtung; III. **Theil:** Absorbirende reguläre Krystalle, Discussion, gezwängte Metallspiegel; IV. **Zusammenstellung.**)

I. Theil.

Einleitung.

§ 1. *Allgemeines.* Im Folgenden soll über optische Untersuchungen berichtet werden, die sich bereits über längere Zeit erstrecken und einen vorläufigen Abschluss erheischen. Wenn die verschiedenen Versuche zusammengestellt werden, so geschieht das mehr der allen gemeinsamen (im ersten Theil zu besprechenden) Apparate und Methoden halber, als wegen irgend eines natürlichen inneren Zusammenhanges.

Unter einem äolotropen Gebilde soll hier allgemein ein im grossen und ganzen ebenes Gebilde verstanden werden, in dem sich eine optisch bevorzugte Richtung angeben lässt. Diese kann sowohl durch das grobe makroskopische (zweiter Theil) als durch das mikroskopisch-moleculare Gefüge (dritter Theil) gegeben sein. Im einen wie im anderen Falle wird $\perp$ durchgehendes oder reflectirtes Licht verschieden beeinflusst werden, je nachdem seine Polarisationsebene $\parallel$ oder $\perp$ zur Vorzugsrichtung steht.[1] Und zwar wird sich dieser Einfluss im allgemeinen sowohl auf die Amplitude wie auch auf die Phase der beiden Polarisationscomponenten in ungleicher Weise geltend machen.

§ 2. *Bezeichnungen.* Die X-Axe sei in die Vorzugsrichtung gelegt. Die durch Transmission oder Reflexion verursachte Schwächung der Lichtintensität sei für die X-Polarisationscomponente das n^2-fache derjenigen für die Y-Componente. Letztere erleide überdies eine Phasenverzögerung Ξ gegen

1) Der Kürze halber sind im Folgenden die Symbole $\parallel$ oder $\perp$ für parallel, bez. senkrecht durchweg benutzt.

erstere (in Bruchtheilen einer Periode ausgedrückt); es kann das „Schwächungsverhältniss“ $\mathfrak{n}^2 \lesseqgtr 1$ und Ξ positiv oder negativ sein. Das $\perp$ auffallende Licht sei unter dem Incidenzazimuth v (zur X-Axe) geradlinig polarisirt. Es ist der Polarisationszustand des $\perp$ durchgehenden, bez. $\perp$ reflectirten Lichtes zu berechnen.

Durch Eliminirung der Zeit aus den periodischen X- und Y-Componenten findet man dafür die Ellipse

$$\mathfrak{n}^2 x^2 \operatorname{tg}^2 v - 2\,\mathfrak{n}\,\mathfrak{q}\,x\,y \operatorname{tg} v + y^2 - C = 0\,, \tag{1}$$

worin C ein constantes Glied bedeutet, und $\mathfrak{q} = \cos 2\pi\,\Xi$ gesetzt ist. Die grosse Axe jener Ellipse ist um den Winkel v' zur X-Axe geneigt, wo

$$v' = \tfrac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2\,\mathfrak{n}\,\mathfrak{q} \operatorname{tg} v}{1 - \mathfrak{n}^2 \operatorname{tg}^2 v}\,. \tag{2}$$

Für die Winkeldifferenz $\varepsilon = v' - v$ findet man den etwas complicirten Ausdruck

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\sqrt{(\mathfrak{n}^4 \operatorname{tg}^4 v + (4\,\mathfrak{n}^2 \mathfrak{q}^2 - 2\,\mathfrak{n}^2) \operatorname{tg}^2 v + 1)} + \mathfrak{n}^2 \operatorname{tg}^2 v - 2\,\mathfrak{n}\,\mathfrak{q} \operatorname{tg}^2 v - 1}{\left\{ \sqrt{(\mathfrak{n}^4 \operatorname{tg}^4 v + (4\,\mathfrak{n}^2 \mathfrak{q}^2 - 2\,\mathfrak{n}^2) \operatorname{tg}^2 v + 1)} + \mathfrak{n}^2 \operatorname{tg}^2 v + 2\,\mathfrak{n}\,\mathfrak{q} - 1 \right\} \operatorname{tg} v}\,, \tag{3}$$

der für die Specialfälle $\mathfrak{n} = 1$, $\mathfrak{q} = 1$, $v = 45^0$ oder Combinationen derselben einfachere Gleichungen ergibt.

§ 3. *Näherungsrechnung.* Wir wenden uns zu dem im Folgenden stets vorliegenden Falle geringer Wirkungen und setzen demgemäss $\mathfrak{n} = 1 + \mathfrak{m}$, $\mathfrak{q} = 1 - \mathfrak{p}$, wo $\mathfrak{m}$ ein kleiner $\pm$ Bruch, $\mathfrak{p}$ von derselben Ordnung jedoch immer positiv ist. Alsdann erhält man durch eine hier nicht wiederzugebende Näherungsrechnung

$$\varepsilon = \frac{\mathfrak{m}}{2} \sin 2\,v - \frac{\mathfrak{p}}{4} \sin 4\,v. \tag{4}$$

Der Winkel ε stellt sich sonach als Summe zweier Glieder dar. Das erste rührt nur von der ungleichen Schwächung beider Componenten, dem „Amplitudeneffect“, her; bei einer Aenderung des Incidenzazimuths um 360^0 macht es zwei volle Perioden durch und schwindet daher für $v = 0^0, 90^0, 180^0, 270^0$. Das zweite, nur vom „Phaseneffect“ bedingte, Glied dagegen geht alsdann durch vier volle Perioden, indem es dementsprechend für $v = 0^0, 45^0, 90^0, 135^0, 180^0, 225^0, 270^0, 315^0$ Null wird. Hieraus ist ersichtlich, wie man durch Messung des Winkels ε

bei geeigneten Incidenzazimuthen die beiden Glieder trennen könnte, um die zwei Constanten $\mathfrak{m}$ und $\mathfrak{p}$ zu bestimmen. Daraus erhält man dann

$$\mathfrak{n}^2 = 1 + 2\,\mathfrak{m}\,; \quad \Xi = \pm \frac{1}{2\pi} \operatorname{arc\,sin\,vers} \mathfrak{p}.$$

Apparate.

§ 4. *Die Lichtquelle* war theils ein Zirkonbrenner mit oder ohne vorgestelltem rothen Glase, theils ein Intensivnatronbrenner.[1]) Auch wurden viele Beobachtungen im spectral zerlegten Lichte angestellt; die hierzu dienende Vorrichtung, welche die für die meisten Versuche erforderliche hohe Lichtstärke zu erreichen gestattete, möge etwas näher beschrieben werden, obwohl sie auf principielle Neuheit keinen Anspruch erhebt. Das weisse Licht stammte von einer Bogenlampe, deren Leuchtvermögen in horizontaler Richtung nach roher Schätzung nicht weit von 10 000 Kerzen entfernt schien, wenn sie mit einem constanten Strome von 40—45 Amp. aus dem städtischen Leitungsnetze gespeist wurde. Dabei brannten die Kohlen ruhig und der Lichtbogen blieb in wesentlich unveränderter Lage.[2]) Da jedoch nur das vom positiven Krater ausgesandte Licht benutzt wurde, so musste dessen Höhe genau constant gehalten werden. Die Lampe wurde daher auf eine Hebevorrichtung gestellt, die aus beliebiger Entfernung vom Beobachter selbst regulirt werden konnte.

Sie befand sich in einer Laterne; ihre Strahlen durchsetzten eine 6 cm dicke Wasserschicht und die nöthigen Linsen, welche sie sodann zu einem kleinen reellen Bilde vereinigten, in dem sich der Krater als horizontale Ellipse projicirte. In diese wurde der ebenfalls horizontale Spalt des mit einem geradsichtigen Prisma von 4,5 cm Oeffnung versehenen Spectralapparates gebracht. Das Spectrum wurde mit Lithium, Natrium, Thallium und Wasserstoff ausgewerthet. Der obere Theil des Spectralapparates war um den Spalt in einer Verticalebene

---

1) Vgl. du Bois, Zeitschr. f. Instr.-Kunde 12. p. 165. 1892.

2) Diese „Laboratoriumslampe" ist eine vergrösserte und etwas modificirte Hefner'sche „Contactlampe"; letztere wurde von der Firma Siemens & Halske unter Berücksichtigung einiger Angaben meinerseits umconstruirt, um sie für den Gebrauch im Laboratorium möglichst zweckmässig zu gestalten.

drehbar, sodass man, ohne jenen aus dem Kraterbilde zu bewegen, den ausgeblendeten Spectralbezirk in die optische Axe der folgenden Apparate bringen konnte.

§ 5. *Der Polarisator* war zwar zunächst für diese Untersuchungen construirt, dabei war aber seine möglichst allgemeine Verwendbarkeit im Auge behalten. Fig. 1 ist ein Horizontalschnitt in halber Grösse durch die optische Axe AA'; in Q befindet sich die Lichtquelle, bez. der ausgeblendete Spectralbezirk, von dem ein reelles Bild durch die verschiebbare Beleuchtungslinse L auf das Analysatorobjectiv entworfen wird; der Kasten K dient zum Einsetzen von farbigen Gläsern oder Lösungen. Der Theil $TT'D$ ist um die Axe AA' drehbar;

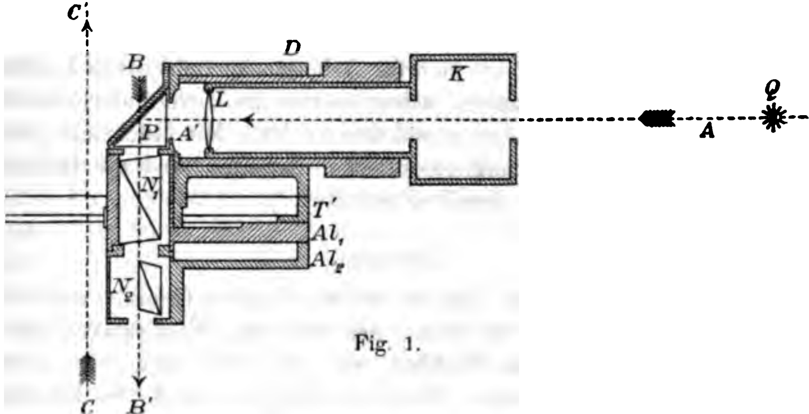


Fig. 1.

P ist ein total reflectirendes Prisma; das Lichtbündel kann somit in jeder beliebigen Richtung in der Verticalebene durch BB' austreten, was namentlich für Untersuchungen an Flüssigkeitsoberflächen bequem sein dürfte.

N_1 und N_2 sind die beiden Nicols einer Lippich'schen Halbschattenvorrichtung in möglichst engen Metallfassungen; diejenige von N_2 ist mit Regulirschrauben zum Justiren der Trennungskante versehen und kann bequem entfernt werden, falls nur *ein* Nicol benutzt werden soll. Beide zusammen sind um die Axe BB' drehbar und das Polarisationsazimuth wird mittels der Alhidade Al_1 am Theilkreise TT' abgelesen. Ueberdies ist N_2 gegen N_1 drehbar und der Winkel der Hauptschnitte, welcher die Empfindlichkeit bestimmt, an der zweiten Alhidade Al_2 abzulesen. Für Beobachtungen im $\perp$ reflectirten Lichte

stellt man in etwa 35 cm Entfernung in der Richtung BB' den Spiegel auf und kann nun das Lichtbündel längs CC' in den alsdann hinter C' befindlichen Analysator werfen. Dabei kann der Winkel (BB', CC') auf 2^0 gebracht werden, einem Incidenzwinkel von nur 1^0 entsprechend, welcher der $\perp$ Reflexion in allen vorkommenden Fällen genügend nahe liegt (§ 7).

§ 6. *Der Analysator* trägt vor seinem fünffach vergrössernden Fernrohre ein drittes Nicol, dessen Azimuth an einem Theilkreise oder mittels eines am Fernrohre passend ustirbaren Spiegels an einer entfernten verticalen Scala abgelesen werden konnte. [1]) Bei Benutzung des Theilkreises ist für eine geeignete Beleuchtung und Lupenablesung der Nonien ohne Blendung des beobachtenden Auges Sorge getragen. Polarisator wie Analysator sind auf schweren Zinkdreifüssen befestigt, die sich für Arbeiten im reflectirten Lichte miteinander verschrauben lassen, sodass die Unveränderlichkeit der gegenseitigen Lage gewährleistet ist. Mit Rücksicht auf die Benutzung bei magnetooptischen Arbeiten sind die beiden Apparate durchweg eisenfrei gehalten. [2])

Methode.

§ 7. *Aufstellung.* Die zu untersuchenden Gebilde wurden an einem Aufsatz befestigt, der um eine Verticalaxe über einen Horizontalkreis drehbar war und auf einem, $\perp$ zum Lichtbündel beweglichen Horizontalschlitten stand. So konnte das Licht abwechselnd das Versuchsobject und das zur Bestimmung des Incidenzazimuths v erforderliche Vergleichsobject treffen. Letzteres war im Falle der Transmission einfach die Luft, dagegen bei der Reflexion ein ebener, homogener und makelloser, platinirter Glasspiegel (vgl. § 17); auf diesen wurde das spiegelnde Präparat durch Anvisiren entfernter Gegenstände genau parallel aufgekittet. Manchmal hatten die Versuchsobjecte selbst einen glatten spiegelnden Rand, der zum Vergleich diente, so z. B. einige der untersuchten Metallgitter (§ 18).

---

1) Vgl. du Bois, Wied. Ann. 38. p. 494. 1889.

2) Sie wurden nach meinen Werkzeichnungen von Hrn. Mechaniker Otto Wolff hierselbst bestens ausgeführt.

Die am Gebilde erkennbare Vorzugsrichtung wurde stets vertical gestellt; dementsprechend sind die Incidenzazimuthe v von der Verticalebene ab gerechnet; und zwar positiv (negativ) im Sinne (entgegengesetzt) der Zeigerbewegung einer Uhr, welche das Zifferblatt dem Versuchsobject, die Rückseite dem Analysator zugewandt hätte. Mit einer Ausnahme (§§ 9, 10) wurde immer bei $\perp$ Transmission, bez. Reflexion gearbeitet, da auf diese Weise optische Complicationen umgangen werden, die mit den besonders zu studirenden Eigenschaften der Gebilde nichts zu thun haben. Uebrigens wurde wiederholt constatirt, dass bis zu Incidenzen von 5° eine merkliche Abweichung von den bei genau $\perp$ Einfall erhaltenen Resultaten nicht auftrat.

§ 8. *Bestimmung der Drehung.* Falls das den Analysator treffende Licht elliptisch polarisirt ist, so bestimmt die Halbschattenmethode das Azimuth der grossen Axe der Bahnellipse; es hat daher seine Berechtigung, dessen Neigung gegen das Incidenzazimuth als die durch das Versuchsobject verursachte „Drehung“ zu bezeichnen. Die Empfindlichkeit nimmt rasch ab, sowie das Licht eine Spur von Ellipticität zu zeigen anfängt, und sehr bald wird eine irgendwie genaue Bestimmung des Azimuthes unmöglich; bei dem gewöhnlich benutzten Winkel der Hauptschnitte am Polarisator (30′ bis 1°) tritt dies schon ein, wenn das Axenverhältniss der Ellipse nur Bruchtheile eines Procent erreicht.

Bei den meisten Versuchen stellte sich nun die Ellipticität als äusserst gering heraus und konnte daher die Drehung ohne weiteres gemessen werden. Wo das nicht der Fall war, habe ich mich vergeblich bemüht, mittels Viertelundulationsplatten oder Compensator die immerhin noch geringen Gangunterschiede aufzuheben. Eine für den vorliegenden Zweck genügend genaue Azimuthbestimmung war dann nicht zu erreichen und musste daher unterbleiben. Die Drehungen ε zählten meistens nur nach Minuten. Da sie an der Scala ohne weiteres im Bogenmaass abgelesen wurden und später ebenso in die Gleichung 4 (§ 3) einzugehen hatten, sind sie auch in jenem Maasse angeführt und zwar in Milliradian (mr).[1]. Die

1) Nach der bequemen englischen Benennung; 1 Milliradian = 3,4378 Minuten.

im Folgenden auftretenden kleinen Grössen sind in Mikrocentimeter (μcm $= 10^{-6}$ cm) ausgedrückt.

II. Theil.

Zuerst seien hier die Versuche mit solchen Gebilden beschrieben, an denen eine bevorzugte Richtung schon durch den groben äusseren Bau ohne Weiteres gegeben ist.

Blanke Silberdrahtgitter.

§ 9. *Vorversuche.* Diese Gitter bestanden aus blanken. in einer Ebene aufgespannten, Silberdrähten, deren Zwischenräume der Drahtdicke gleich waren. [1]) Zur Verwendung kamen drei Gitter mit folgenden Drahtdicken.

$$\begin{aligned} \text{I.}\ d &= 4700\,\mu\text{cm} \\ \text{II.}\ d &= 4700\,\mu\text{cm} \\ \text{III.}\ d &= 18000\,\mu\text{cm}. \end{aligned}$$

Zur Prüfung der Gleichung 4 (§ 3) wurde das Gitter I zuerst mit vertical stehenden Drähten untersucht; aus später zu erörternden Gründen stand es dabei gegen die Wellenfront geneigt und zwar um einen Winkel β von ungefähr 50°. Man erhält nun im allgemeinen eine erhebliche Drehung des durchgehenden Lichtes; die mit Natronlicht erhaltenen Werthe von ε sind in der vierten Spalte der Tab. 1 angeführt.

Sie verlaufen der Function $\sin 2v$ nahe proportional, wie die nur wenig von einander abweichenden Quotienten $\varepsilon / \sin 2v$, in der dritten Spalte zeigen. Mittels deren Mittelwerthes wurden die Drehungen in der fünften Spalte berechnet; die Differenzen gegen die beobachteten sind nur gering und, wie ich glaube, aus Orientirungs- und Beobachtungsfehlern zu erklären. Trotzdem eine gewisse Periodicität in der sechsten Spalte unverkennbar ist, scheint mir diese doch nicht oder nur zum geringsten Theile von einem Gliede in $\sin 4v$ der Gleichung 4 herzurühren. Dementsprechend war aus der Abwesenheit merklicher Ellipticität im analysirten Lichte auf einen jeden-

1) Sie waren früher auf Veranlassung von Hrn. Prof. A. König vom hiesigen Institutsmechaniker Hrn. Nöhden zum Zwecke physiologischer Sehschärfebestimmungen angefertigt.

falls nur verschwindend geringen „Phaseneffect" zu schliessen. Aus den Mittelwerthe $\varepsilon / \sin 2v = +28{,}6$ erhält man

$$\frac{\mathfrak{m}}{2} = \frac{\varepsilon \, . \, 10^{-3}}{\sin 2v} = +0{,}0286$$

und daraus das Schwächungsverhältniss

$$\mathfrak{n}^2 = 1 + 2\,\mathfrak{m} = 1{,}114.$$

Durch ein blankes Silberdrahtgitter wird somit ⊥ zur Drahtrichtung polarisirtes Licht in grösserer Intensität durchgelassen, als ‖ dazu polarisirtes.

Tabelle 1.

Natronlicht. Transmission (β = ca. 50°). v variabel.
Silberdrahtgitter I. Drähte vertical.

v	sin 2 v	$\frac{\varepsilon}{\sin 2v}$	ε (mr) beob.	ε (mr) ber.	Differenz (mr)
− 8°	− 0,276	+ 30,2	− 8,3	− 7,9	− 0,4
+ 7°	+ 0,242	+ 27,5	+ 6,7	+ 6,9	− 0,2
+ 12°	+ 0,407	+ 28,8	+ 11,7	+ 11,6	+ 0,1
+ 17°	+ 0,559	+ 30,0	+ 16,8	+ 16,0	+ 0,8
+ 22°	+ 0,695	+ 28,9	+ 20,1	+ 19,9	+ 0,2
+ 27°	+ 0,809	+ 29,0	+ 23,5	+ 23,2	+ 0,3
+ 32°	+ 0,899	+ 29,0	+ 26,1	+ 25,7	+ 0,4
+ 37°	+ 0,961	+ 28,2	+ 27,1	+ 27,5	− 0,4
+ 42°	+ 0,995	+ 28,0	+ 27,9	+ 28,5	− 0,6
+ 47°	+ 0,998	+ 28,1	+ 28,1	+ 28,5	− 0,4
+ 52°	+ 0,970	+ 27,8	+ 27,0	+ 27,8	− 0,8
+ 72°	+ 0,588	+ 27,1	+ 15,9	+ 16,8	− 0,9
+ 82°	+ 0,276	+ 26,7	+ 7,4	+ 7,9	− 0,5
+ 102°	− 0,407	+ 26,8	− 10,9	− 11,6	+ 0,7
+ 112°	− 0,695	+ 28,0	− 19,4	− 19,9	+ 0,5
+ 132°	− 0,995	+ 28,8	− 28,6	− 28,5	− 0,1
+ 142°	− 0,970	+ 29,5	− 28,6	− 27,8	− 0,8
+ 162°	− 0,588	+ 30,1	− 17,7	− 16,8	− 0,9
+ 172°	− 0,276	+ 30,9	− 8,5	− 7,9	− 0.6
+ 192°	+ 0,407	+ 28,7	+ 11,7	+ 11,6	+ 0,1
		+ 28,6			

§ 10. *Oeffnungsbreite und Wellenlänge.* Im vorigen war das Gitter geneigt zur Wellenfront aufgestellt worden, um die Oeffnungen scheinbar zu schmälern und dadurch die Wirkung behufs grösserer Genauigkeit zu steigern. Im Folgenden soll der Einfluss dieser Neigung, sowie der Wellenlänge des durchgehenden Lichtes näher untersucht werden. Aus der Fig. 2 ist ersichtlich, dass, falls ein Lichtbündel unter dem Winkel β

gegen die Gitternormale durchgeht, die scheinbare Oeffnungsbreite

$$b = a \cos \beta - d$$

beträgt, wo a das Gitterintervall von Drahtaxe zu Drahtaxe, d den Drahtdurchmesser bezeichnen. Da bei den benutzten Gittern immer $a = 2d$ war, wurde

$$b = d(2 \cos \beta - 1).$$

Dieser Ausdruck schwindet für $\beta = 60^0$ und in der That kann man unter dieser Neigung durch das Gitter überhaupt nicht mehr hindurchsehen; indessen konnte der Lichtschwäche und

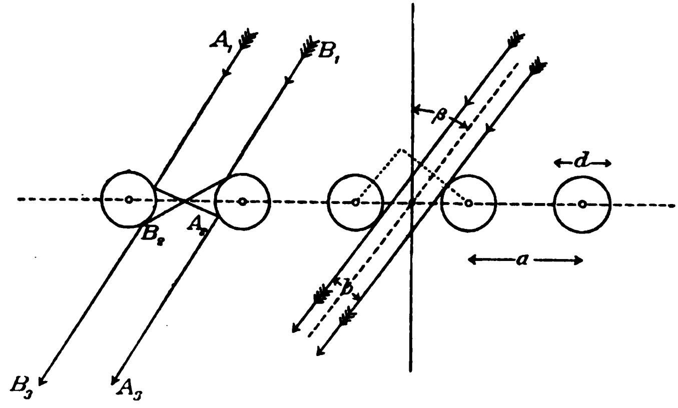


Fig. 2.

anderer Umstände halber selbst nicht über $\beta = 50^0$ hinaus genügend genau beobachtet werden.

Bei dem constanten Azimuth $v = 45^0$ wurden nun für jeden Werth von β vier Beobachtungssätze zu je fünf Ablesungen gemacht, indem das Gitter nach links oder rechts geneigt und abwechselnd eine oder die andere Seite dem Beobachter zugewandt war. Von diesem Beobachtungsmaterial gebe ich in Tab. 2 die endgültig reducirten Mittelwerthe.

Aus einer Betrachtung der, für eine bestimmte Wellenlänge nahezu constanten, Producte $2\mathfrak{m} b$ ist zu schliessen, dass der Coefficient $2\mathfrak{m}$ innerhalb der Beobachtungsfehler umgekehrt proportional der scheinbaren Oeffnungsbreite b ist. Je grösser die Wellenlänge, um so mehr tritt jedoch noch ein gewisser Gang hervor in dem Sinne, dass $2\mathfrak{m}$ etwas rascher

zunimmt, als $1/b$. Diese Gesetzmässigkeit wird später eingehender erörtert werden (§ 23). Die Producte $2\,\mathfrak{m}\,b$ wachsen rasch mit zunehmender Wellenlänge; wegen des geringen Bereiches (43 — 67 μcm) dieser letzteren wäre einer präciseren Bestimmung jener Function keine Bedeutung beizumessen, solange namentlich das Verhalten der ultrarothen Strahlung nicht bekannt ist.

Tabelle 2.

Transmission. $v = +45^0$. β, λ variabel.

Silberdrahtgitter I. Drähte vertical.

Linie		Violett		Blau		Grün		Gelb		Roth	
		G		F		Tl		D		Li. α	
λ (μcm)		43,1		48,6		53,5		58,9		67,1	
β	b (μcm)	2 m	2 m b	2 m	2 m b	2 m	2 m b	2 m	2 m b	2 m	2 m b
0°	4700	0,014	66	0,019	89	0,022	104	0,027	127	0,032	150
30°	3440	0,021	72	0,026	89	0,031	106	0,038	130	0,046	158
40°	2500	0,026	65	0,036	90	0,041	103	0,054	135	0,065	162
45°	1950	0,035	68	0,044	86	0,057	111	0,072	140	0,087	170
50°	1340	0,053	71	0,067	90	0,078	105	0,110	148	0,132	177

§ 11. *Controlversuche* an verschiedenen Stellen desselben Gitters I, sowie am Gitter II, welches dieselbe Drahtdicke hatte, ergaben wesentlich dieselben Resultate; dabei war es gleichgültig, welche Seite der symmetrischen Gebilde dem Beobachter zugewandt war. Bei dem gröbern Gitter III wurde für Natronlicht, beim Neigungswinkel $\beta = 50^0$, $2\,\mathfrak{m} = 0{,}025$ gefunden; da die scheinbare Oeffnungsbreite in diesem Falle $b = 18\,000\,(2\cos 50^0 - 1) = 5200$ μcm beträgt, wird das Product $2\,\mathfrak{m}\,b = 130$. Dieser Werth stimmt gut überein mit den Producten für Natronlicht am Gitter I (Tab. 2). Darraus kann gefolgert werden, dass der Coefficient $2\,\mathfrak{m}$ innerhalb der Versuchsgrenzen nur von der scheinbaren Oeffnung abhängt, nicht von der Krümmung der beiden sie begrenzenden Silberdrähte.

Die bisherigen Beobachtungen bezogen sich sämmtlich auf das ungebeugte „Centralbild". Wegen des grossen Gitterintervalls lagen die beiderseitigen Beugungsbilder sehr nahe daran, sodass sich dem Beobachter im Gesichtsfelde ein Gesammtbild wie in Fig. 3 darbot. Die einzelnen Theilbilder

konnten mittels Ocularblenden isolirt werden, und es wurden so Azimuthbestimmungen bis in das dritte Beugungsbild hinein ausgeführt. Sogar Letzteres lag noch so nahe am Centralbilde, dass wegen des entsprechend geringen Beugungswinkels die Stokes'sche oder jede andere Theorie eine merkliche Differenz der Polarisationsazimuthe nicht ergeben, sondern diese in beiden Fällen dem Incidenzazimuthe gleich setzen würde. Ebensowenig aber, wie nach dem vorigen das Azimuth im Centralbilde dem des einfallenden Lichtes gleich ist, sind es die Azimuthe der Beugungsbilder und des Centralbildes untereinander. Auffallende Gesetzmässigkeiten, wie beim Centralbilde, waren indes im gebeugten Lichte nicht erkennbar. Ich verzichte daher vorläufig auf die Wiedergabe der complicirten Resultate der bei verschiedenen Farben und Neigungswinkeln angestellten Versuche; diese werden übrigens im hiesigen

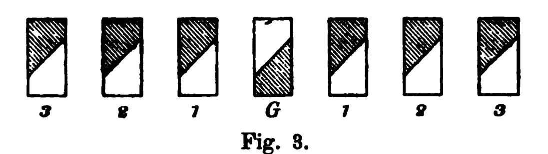


Fig. 3.

Institute weitergeführt, ebenso wie die Untersuchung von Gittern aus Draht von noch geringerem Durchmesser und aus anderen Metallen als Silber. Solche standen mir nicht zur Verfügung, da deren Anfertigung zwar längst begonnen wurde, aber nicht bei Zeit beendet werden konnte.

§ 12. *Discussion.* Es kann der Einwand erhoben werden, dass die Erscheinung nur herrührt von den Elementarstrahlen, die wie $A_1 A_2 A_3$ und $B_1 B_2 B_3$ (Fig. 2) nach doppelter (bez. mehrfacher) Reflexion parallel weiter fortgepflanzt werden. Diese werden durch die Reflexion vorwiegend $\parallel$ der Einfallsebene, d. h. eben $\perp$ zur Drahtrichtung polarisirt. Gegen diese einfache Erklärung lässt sich aber Manches anführen.

Einmal kann das an den stark gekrümmten Cylinderflächen wiederholt reflectirte Licht nur als diffuser Schimmer im Fernrohr erscheinen, und wird dann auch als solcher beobachtet. Die scharfe Bilderschaar der anvisirten Polarisatorblende (Fig. 3) rührt dagegen ausschliesslich von Elementarstrahlen her, welche direct durch die freien Oeffnungen hindurch-

gegangen, bez. gebeugt sind.[1]) Zweitens wird zumal an Silber das reflectirte Licht stark elliptisch, was hier nicht beobachtet wurde. Endlich ist die erhebliche Dispersion auf diese Weise nicht zu erklären.

§ 13. *Aeltere Beobachtungen* analoger, jedoch rein qualitativer, Art sind von Fizeau angestellt worden und in einer Abhandlung beschrieben, auf die Hr. W. König neuerdings die Aufmerksamkeit wieder lenkte.[2]) Fizeau fand (a. a. O. p. 397), dass die üblichen engen Spalten mit Backen aus polirtem Stahl, Silber, Kupfer, Elfenbein, Glas etc. das Licht partiell $\perp$ zur Spaltrichtung polarisiren. Diese Wirkung versagte nach Berussung beider Backen, nicht bei Schwärzung einer einzigen, woraufhin der französische Experimentator die Erklärung durch multiple Reflexion mit Recht verwirft. Bei den Gittern war es bisher praktisch unthunlich, jeden einzelnen, bez. jeden zweiten Draht zu schwärzen, wodurch nach meiner Ansicht die Wirkung aufgehoben, bez. halbirt worden wäre.

Die Hrn. Gouy und W. Wien[3]) sammelten ferner ein reiches Beobachtungsmaterial über die merkwürdigen Beugungserscheinungen an mehr oder weniger zugeschärften Metallschneiden. Ersterer untersuchte auch diejenigen an verschieden gearteten Metalldrähten. Das „innerlich" (im geometrischen Schatten) gebeugte Licht wird dabei stark $\parallel$ der beugenden Kante, das „äusserlich" gebeugte $\perp$ zu ihr polarisirt. Hr. Gouy stellt wiederholt einen Einfluss bei geringem bez. schwindenden Beugungswinkel in Abrede, wie ein solcher, allerdings von geringerer Grössenordnung, im Vorigen festgestellt und messend verfolgt wurde.

Trotzdem dürfte der Zusammenhang beider Erscheinungen untereinander und mit der Metallreflexion ein sehr enger sein;

---

1) Aus ähnlichem Grunde sind an den Drahtgittern Beobachtungen im reflectirten Lichte ausgeschlossen.

2) Fizeau, Ann. de chim. et de phys. (3) **63.** p. 385. 1861; W. König, Verhandl. d. phys. Ges. zu Berlin **8.** p. 36. 1889.

3) Gouy, Compt. rend. **96.** p. 697. 1883; **98.** p. 1573. 1884; Ann. de Chim. et de Phys. (6) **8.** p. 145. 1886. W. Wien, Wied. Ann. **28.** p. 117. 1886.

konnten mittels Ocularblenden isolirt werd' all von strei-
so Azimuthbestimmungen bis in das dritt anderen Fall
ausgeführt. Sogar Letzteres lag noc' achbarten Metalls
bilde, dass wegen des entsprechend , bez. in der Ueber-
die Stokes'sche oder jede and umgebenden Medium
Differenz der Polarisationsazir
diese in beiden Fällen dem er.
würde. Ebensowenig aber, uss an das Vorhergehende
im Centralbilde dem des as Licht durch eine grössere
die Azimuthe der Beug ler, nicht nothwendig äquidistan-
einander. Auffallend nen, eben undurchsichtigen Metall-
bilde, waren indes it. Fizeau fand in dieser Hinsicht bei
verzichte daher chichten von 20 bis 30 μcm Dicke, dass
Resultate der 100 μcm Breite das Licht $\perp$ zur Spalt-
angestellten siren (a. a. O. p. 399); dass dagegen äusserst
deren Breite die Grössenordnung 10 μcm besitzt.
ist gegen die Wellenlänge des Lichts, letzteres
Richtung polarisiren (a. a. O. p. 402). Hr. W.
hat an den Rändern von auf Glas niedergeschlagenen
Silberschichten eine reine Erscheinung nicht erhalten können.
In der That ist es sehr schwierig, auf diese Weise einen Spalt
mit völlig scharfen Rändern zu erhalten; was ich in dieser
Beziehung von Russ-, Gold- und Silberschichtpräparaten der
verschiedensten Herkunft unter das Mikroskop brachte, erwies
sich der gezackten Ränder wegen völlig unbrauchbar.

Nach längerem Probiren erhielt ich die besten Ränder an lose auf Glas abgesetzten, noch etwas kohlehaltigen Platinschichten, in die ich mittelst federnder Nadeln auf der Theilmaschine Striche einriss. Das Glas bleibt dabei unversehrt; die in der Platinschicht von etwa 15 μcm Dicke entstehenden Spalte erhielt ich bis herunter zu einer Breite von 600 μcm ($10\,\lambda_D$), wobei die Scharten der Ränder nur noch von der Ordnung einer Wellenlänge waren. Indessen ist auch dann a priori nicht abzusehen, inwiefern die Resultate dadurch beeinflusst werden. Die so erhaltenen Präparate konnten dann nachträglich zum zweiten male in den Ofen gebracht und das Platin bei höherer Gluth völlig reducirt und festhaftend eingebrannt werden, ohne dass sie sich sonst änderten. Leider gelang es bei keinem dieser Gitter die tragende Glas-

platte völlig frei von Doppelbrechung zu erhalten; letztere verursacht aber bei der befolgten Beobachtungsmethode sehr störende Fehler[1]).

§ 15. *Versuchsergebnisse.* Jener beiden, nicht zu beseitigenden, Fehlerquellen, der Doppelbrechung und der gezackten Ränder halber, enthalte ich mich von der Wiedergabe näherer quantitativer Messungsresultate; glaube aber folgender Ergebnisse sicher zu sein.

Wenn die Spaltbreite von 2500 bis 600 μcm abnimmt, wächst der Werth von $\mathfrak{n}^2$ *für* ⊥ *durchgehendes Licht von 1,002 bis 1,01 in dem Sinne, dass das Licht vorwiegend* ⊥ *zur Spaltrichtung polarisirt wird.* Diese Zahlen gelten annähernd für weisses Licht, da die Dispersion eine geringe ist. Soweit es sich wegen der doppelbrechenden Glasplatten beurtheilen liess, trat ein specifischer „Phaseneffect" durch die Spalten an sich nicht auf.

Der Werth von $\mathfrak{n}^2$ hängt nur von der Spaltbreite ab; auf die Anzahl oder die Aequidistanz der einzelnen Spalte kommt es nicht an. Dieser Schluss wurde aus der Thatsache gezogen, dass genau äquidistante, regelmässig beugende Spaltschaaren dasselbe Resultat ergaben, wie solche mit ungleichmässigen Intervallen, vorausgesetzt, dass sie mit derselben Nadel geritzt waren, folglich dieselbe Spaltbreite hatten.

Es ist bei diesen Versuchen gleichgültig, ob die Platinschicht dem Beobachter ab- oder zugewandt sei, die specifische Spaltwirkung daher vor oder nach dem Grenzübergang Luft — Glas bezw. Glas — Luft stattfinde. Die angeführten Resultate gelten für das Centralbild im ⊥ durchgehenden Licht.

Das in Luft am Metall ⊥ reflectirte Centralbild zeigt ebenfalls geringe Polarisation ⊥ zur Spaltrichtung ($1{,}002 > \mathfrak{n}^2 > 1$). Falls man das Verhältniss von Wellenlänge zu Randschartengrösse weniger ungünstig gestalten könnte, sei es durch Vergrössern der Ersteren, sei es durch Verringern der

---

1) Wie aus Gleichungen 4 hervorgeht, wird Doppelbrechung nicht nur die Genauigkeit der Azimuthbestimmungen beeinträchtigen, sondern auch im allgemeinen ihren Werth beeinflussen. So fand ich, dass selbst ausgesuchte Glasplatten Drehungen bis zu einer Minute ergeben; diese Fehlerquelle kann besonders störend wirken bei den Deckgläschen an Polaristrobometern.

Letzteren, so dürften solche Beobachtungen an einer Schaar schmälster Spiegel interpretirbare Resultate liefern, da man von der Doppelbrechung der Glasplatte und der Dicke der Metallschicht unabhängig bleibt.

Geritzte Metallspiegel.

§ 16. *Literatur.* An das bereits Mitgetheilte schliessen sich Beobachtungen einmal an Metallspiegeln, die in gänzlich unregelmässiger Weise geritzt oder zerkratzt sind, wie das durch Behandlung mit feinem Smirgel- bezw. Fliesspapier geschehen kann. Sodann auch solche an den feinsten, regelmässig äquidistanten Metallgittern. Einerseits fand Fizeau an Spiegeln mit solchen unregelmässigen Ritzen („non percées à jour") das direct ⊥ reflectirte Licht ⊥ zur Ritzrichtung polarisirt[1]); dies erfuhr eine Bestätigung durch Hrn. Drude.[2]) Andererseits hat Hr. I. Fröhlich angegeben, dass durch directe Reflexion (bei schiefer Incidenz) an einem Rutherfurd-Chapman'schen Spiegelmetallgitter das Licht einen anderen Polarisationszustand erhalte, als das von der glatten Randfläche reflectirte. Er stellte hierüber einige Messungen an und deutete auf die Randstörungen der Lichtbewegung als die vermuthliche Ursache jener Erscheinung.[3]) Ich kann diese Erfahrung nur bestätigen.

§ 17. *Unregelmässige Ritzung.* Es hält schwer eine spiegelnde Fläche zu finden, welche eine polarisirende Wirkung auf ⊥ reflectirtes Licht überhaupt nicht ausübt. Wie schon (§ 7) angegeben, wurde als Vergleichsspiegel eine homogene Platinschicht angewandt, an welcher unter dem Mikroskop nicht die geringste Spur von Ritzen zu erkennen war. Ich fand nun, dass zwei andere ausgesuchte Platinglasspiegel, ein frisch erhaltener chemischer Silberspiegel, eine schwarze Glasplatte, ein einziger mikroskopisch makelloser Stahlspiegel mit „tiefschwarzer" Politur, dem ⊥ reflectirten Lichte dasselbe

1) Fizeau, l. c. p. 392; seine Beobachtungen über die Polarisation der diffusen Reflexe kommen hier nicht in Betracht.

2) Drude, Wied. Ann. **39.** p. 493. 1890.

3) I. Fröhlich, Wied. Ann. **13.** p. 133. 1881; laut gefl. brieflicher Mittheilung hat der Hr. Verf. diese Versuche nicht weiter verfolgt.

Azimuth liessen wie der Vergleichsspiegel. An allen anderen untersuchten Spiegeln mit mehr oder weniger deutlich erkennbaren „Strich“ traten Wirkungen der vorher beschriebenen characteristischen Art auf, ohne dass das Licht merklich elliptisch wurde. [1]) In Tab. 3 sind z. B. Messungen an einem Stahlspiegel angeführt, an dem der „Strich“ allerdings deutlich erkennbar war. Wie ersichtlich wird die Gleichung (4) auch hier erfüllt und findet man

$$2\,\mathfrak{m} = \frac{4\,\varepsilon . 10^{-3}}{\sin\, 2\, v} = +\, 0{,}04$$

Also ein 4procent. Unterschied zu Gunsten der Intensität des ⊥ *zur Strichrichtung polarisirten Lichtes.*

Tabelle 3.

Rothes Licht. ⊥ Reflexion.

Geschliffener Stahlspiegel. Strich vertical.

v	$\sin 2v$	ε (mr)	$\frac{\varepsilon}{\sin 2v}$
39°	+ 0,978	+ 10,0	+ 10,2
54°	+ 0,951	+ 9,8	+ 10,3
69°	+ 0,669	+ 7,0	+ 10,4
114°	− 0,743	− 7,8	+ 10,5
129°	− 0,978	− 10,2	+ 10,4
			+ 10,4

§ 18. *Regelmässige Metallgitter* standen mir drei zur Verfügung mit folgenden Intervallen (von Strichmitte zu Strichmitte)

Rutherfurd-Chapman	auf Silberschicht (plan);	Intervall	145 μcm
„	„ Spiegelmetall „	„	145 „
Rowland-Schneider	„ „ (concav);	„	175 „

Diese Intervalle werden schon mit der Wellenlänge vergleichbar. Unter 45° zur Strichrichtung polarisirtes Licht

---

1) Das war u. A. auch der Fall an solchen Spiegeln aus Fe, Co und Ni, die mir früher zur Untersuchung des Kerr'schen Phänomens, sowie zu einem darauf gegründeten magnetischen Messverfahren gedient hatten (du Bois, Wied. Ann. **39.** p. 25. 1890; Phil. Mag. (5) **29.** p. 253, 293. 1890). Da hierbei die magnetische Drehung immer als Differenz der Azimuthe bei entgegengesetzter Magnetisirung erhalten wird, eliminirt man die im Texte erwähnte Drehung, deren Betrag unter Umständen mit dem der magnetooptischen vergleichbar wird.

wurde nach ⊥ Reflexion an diesen Gittern so stark elliptisch, dass eine genauere Azimuthbestimmung unausführbar war; der Sinn der Drehung blieb unbestimmt; jedenfalls war sie nur gering. Bei so feinen Gittern überwiegt daher der „Phaseneffect" den „Amplitudeneffect": dabei ist das Profil der Furche sowie der zweifellos zu beiden Seiten aufgeworfenen wulstigen Gräte sehr complicirt und ganz unbekannt. Eine theoretische Verwerthung etwa damit zu erhaltender Messungsresulte wäre daher wohl aussichtslos; noch mehr gilt dies für die im Vorigen (§ 17) besprochenen unregelmässig geritzten Spiegel. Ueberhaupt besitzt der vorliegende Abschnitt nur ein rein negativ-practisches Interesse, sofern die Ergebnisse als Fehlerquellen bei manchen Beobachtungen (Metallreflexion [1]), Beugung) Berücksichtigung verdienen. Dadurch, dass in allen Fällen die Gleichung (4) (§ 3) als gültig nachgewiesen ist, dürfte einige Aussicht sein, jene Fehler zu corrigiren.

Glasgitter.

§ 19. *Beobachtungen.* Von Gittern, welche mit Diamant auf Glasplatten eingeritzt waren, konnten neun der verschiedensten Herkunft untersucht werden, deren Intervalle zwischen 5000 und 250 μcm lagen. An einem Gitter letzteren Intervalles wurde eine erhebliche polarisirende Wirkung auf das ⊥ durchgehende Licht gefunden, wie aus Tab. 4 hervorgeht.

Tabelle 4.
Rothes Licht. ⊥ Transmission.
Nobert'sches Glasgitter. Strich vertical.

v	$\sin 2v$	ε (mr)	$\frac{\varepsilon}{\sin 2v}$
86°	+ 0,139	− 2,2	− 15,8
96°	− 0,208	+ 3,2	− 15,4
111°	− 0,669	+ 10,0	− 15,0
136°	− 0,999	+ 15,8	− 15,8
			− 15,5

Es wird hier

$$2\mathfrak{m} = \frac{4\,\varepsilon \,.\, 10^{-3}}{\sin 2v} = -\,0{,}062$$

und

$$\mathfrak{n}^2 = 1 + 2\mathfrak{m} = 0{,}938.$$

1) Vgl. Drude, l. c.

Mithin wird die der Strichrichtung || Polarisationscomponente mit um 6 Proc. grösserer Intensität durchgelassen. Bei den acht übrigen Glasgittern mit grösseren Intervallen war die Wirkung geringer, jedoch immer im selben Sinne; eine bestimmte Abhängigkeit vom Intervall liess sich nicht erkennen. Offenbar spielt Breite und Profil der vom Diamant gerissenen Furche eine Hauptrolle: wulstige Gräte sind beim spröden Glase kaum zu erwarten. Es ist gleichgültig, ob die Strichseite dem Beobachter ab- oder zugewandt ist. Die Wirkung wächst um ein Geringes mit abnehmender Wellenlänge.

Ein Glasgitter wurde an der glatten Seite mit Spirituslack von gleichem Brechungsindex geschwärzt; das auf die Strichseite unter dem Azimuth 45° einfallende Licht wurde nach ⊥ Reflexion stark elliptisch.

Schlussbetrachtung.

§ 20. *Die Superposition* mehrerer solcher Wirkungen, welche nach der Gleichung $\varepsilon = (\mathfrak{m} / 2) \sin 2v$ stattfinden, ist ohne Weiteres statthaft, so lange man es mit kleinen Grössen zu thun hat. Da jene Function die Periode π besitzt, wird die Resultirende dieselbe Periodicität aufweisen; ihre Amplitude ist analytisch oder geometrisch leicht zu ermitteln, ebenso wie ihre „Epoche“, welche die scheinbare Vorzugsrichtung der Gesammtwirkung bestimmt. Indem das Licht mehrere Gitter hintereinander durchsetzte, konnten diese Schlüsse zum Theil verificirt werden.

Ein einfacher Specialfall ist der, dass man mehrere qualitativ gleichwirkende Gitter „parallel“ aufstellt; man erhält dann die Summe der Theilwirkungen als Gesammtwirkung, und kann auf diese Weise „Gittersätze“ aufbauen, welche stark polarisirend wirken.

Stellt man dagegen zwei genau entgegengesetzt wirkende Gebilde ($\mathfrak{m}_1 = -\mathfrak{m}_2$), z. B. ein Silberdrahtgitter und ein Glasgitter „parallel“ auf, oder aber „kreuzt“ man zwei gleichwirkende, so wird die resultirende Erscheinung Null.

Es erklärt sich daraus auch, weshalb die Gesammtwirkung eines beliebig zerkratzten Metallspiegels im Allgemeinen endlich und dem Gesetze $\varepsilon = (\mathfrak{m} / 2) \sin 2v$ entsprechend gefunden

wird (§ 17). Denn die Theilwirkungen jedes einzelnen Ritzes oder jeder Schaar paralleler Ritze superponiren sich in der oben angedeuteten Weise. Nur wenn die Ritze ganz fehlen oder völlig gleichmässig nach allen Richtungen vertheilt sind, was sich durch entsprechendes Schleifen nahezu erreichen lässt. wird jegliche Wirkung verschwinden.

§ 21. *Polarisation durch Beugungsgitter* ist ein Capitel der Optik, mit dem die im Vorhergehenden beschriebenen Erscheinungen zwar Berührungspunkte haben, von dem sie aber andererseits wohl zu unterscheiden sind, wie dies schon Fizeau (a. a. O. p. 386) gelegentlich andeutet. Seit Sir G. G. Stokes 1849 seine dynamische Diffractionstheorie veröffentlichte, ist auf jenem Gebiete bis in die neueste Zeit eine grosse Anzahl Untersuchungen von Brewster, Holtzmann. Eisenlohr, L. Lorenz, Ditscheiner, Quincke, I. Fröhlich, Réthy, Kirchhoff, W. König, K. Exner u. A. angestellt worden, ohne dass alle herrschenden Widersprüche bisher gänzlich gehoben wären.[1])

Wenn man jene ausgedehnte Literatur, deren Discussion hier zu weit führen würde, verfolgt, findet man fortwährende Hinweise auf allerhand abnorme Erscheinungen. So z. B. gefärbte Centralbilder, Unsymmetrie der beiderseitigen Schaaren von Beugungsbildern, Nichtübereinstimmung des Polarisationsazimuths und der Intensität des gebeugten Lichtes mit den Theorien, welche alle auf der Annahme unendlich kurzer Wellenlänge fussen. Zum Glück für das Hauptanwendungsgebiet der Gitter ist nur in Betreff der *Lage* der Hauptmaxima noch nie eine Abweichung von der Theorie constatirt worden, während sonst jedes Gitter seine besonderen individuellen Eigenschaften aufweist. Durch jene Arbeiten ziehen sich eben Fehlerquellen hindurch, die auf Randstörungen der Lichtbewegung zurückzuführen sind, wie das namentlich von Hrn. I. Fröhlich wiederholt betont wurde[2]). Die Lage der Haupt-

---

1) Vgl. indess die werthvolle Revision des gesammten Beobachtungsmateriales von K. Exner (Wien. Ber. (2) **99.** p. 758. 1890, und (2) **101.** p. 135. 1892), wonach das Stokes'sche Cosinusgesetz sich zu bestätigen scheint.

2) I. Fröhlich, Wied. Ann. **6.** p. 430. 1879. **13.** p. 138. 1881.

maxima des gebeugten Lichts wird durch diese Störung aber nicht beeinflusst[1]).

§ 22. *Die Fehlerquellen,* welche dort als solche auftreten, kommen bei Versuchen im ⊥ durchgehenden oder reflectirten ungebeugten Lichte unter vereinfachten Umständen zur Geltung. Vielleicht dürften die so erhaltenen Resultate daher eher zu einem Einblick in die Natur jener Randstörungen führen. Obwohl das vorliegend gebrachte Material kaum über das Orientirungsstadium hinausreicht, glaube ich doch auf die Beobachtungen an Drahtgittern als die interpretirbarsten das Hauptgewicht legen zu sollen; wie § 15 bemerkt, könnte man höchstens von der Reflexion an Platinschichtgittern noch brauchbare Resultate erwarten.

§ 23. *Störungen im Randgebiete.* Will man zunächst für die Drahtgitter eine Erklärung andeuten, so könnte man folgende Annahme machen. Dort, wo die Lichtbewegung die blanken Cylinderflächen streift, findet eine eigenthümliche, Störung statt; diese rührt von der Einwirkung des Metalls her und hängt mit seinen sonstigen Eigenschaften als reflectirender Körper zusammen (§ 13). Die Störung ist bis jetzt nicht näher specificirbar, aber man kann die weitere Annahme machen, dass durch ein beschränktes, wenn auch nicht scharf begrenzbares Randgebiet ⊥ zur cylindererzeugenden polarisirtes Licht cet. par. mit einer Intensität vorbeigelassen wird, welche in einem bestimmten Verhältniss $1 + 2\mathfrak{m}'$ steht zur geringeren Intensität des ∥ jener Richtung polarisirten.

Der beobachtete mittlere Coefficient $2\mathfrak{m}$ muss dann der im ganzen durchgelassenen Lichtmenge, d. h. also der scheinbaren Oeffnungsbreite b, umgekehrt proportional sein, weil sich die specifische Randwirkung darüber vertheilt. Das wurde in der That experimentell gefunden (Tab. 2, § 10).

§ 24. *Die Wirkung der* Hertz'*schen Gitterpolarisatoren* für electromagnetische Strahlen[2]) besitzt eine Analogie mit derjenigen der hier benutzten Miniaturgitterchen. Wo bei

1) Cf. Kirchoff, Zur Theorie der Lichtstrahlen. Wied. Ann. **18.** p. 687. 1883.

2) Hertz, Wied. Ann. **36.** p. 775. 1889; vgl. hierzu: W. König, Verhandl. d. physik. Ges. zu Berlin. **8.** p. 36. 1889; Rubens und Ritter, Wied. Ann. **40.** p. 55. 1890; Trouton, Phil. Mag. (5) **32.** p. 80. 1891.

diesen der Werth von n^2 bis zu 1,13 gefunden wurde, ist er bei jenen Null; dementsprechend tritt an Stelle des durch Gleichung 4 (§ 3) ausgedrückten Verhaltens ein dem Malus'-schen ähnliches Gesetz, wie es von den Hrn. Rubens und Ritter a. a. O. gefunden wurde. Da aber bei dem heutigen Stande der electromagnetischen Lichttheorie die electrischen Schwingungen als zur Polarisationsebene $\perp$ angenommen werden müssen, versagt die Analogie in einer Hauptsache, dem Sinne der Polarisation. Wäre doch dieser bei den Miniaturgittern | der Drahtrichtung zu erwarten, entgegen dem Befunde.

Es ist dabei wohl zu beachten, dass bei den grossen Gittern von Hrn. Hertz das Intervall von Draht zu Draht etwa $^1/_{50}\ \lambda$ beträgt, dagegen bei den meinigen noch von der Ordnung 20 bis 100 λ ist; ein Unterschied, dessen Einfluss zur Zeit unübersehbar ist.

Es ist einerseits nicht gesagt, dass ein Riesengitter, aus Metallsäulen von 20 m Durchmesser in ebenso grossen Zwischenräumen aufgebaut, einen ungeheuern Wellenzug electromagnetischer Strahlen von $^1/_2$ m Wellenlänge noch in dem Sinne polarisiren würde, wie es ein gewöhnliches Hert'sches Gitter thut. Vielmehr wäre es nicht ausgeschlossen, dass dann auch die Wirkung der streifenden Incidenz an den Cylinderflächen überwiegen und den Sinn der Polarisation umkehren würde.[1]

Andererseits liegt ein principieller Unterschied darin, dass das Randwirkungsgebiet der Metalloberfläche mit der Lichtwelle vergleichbar, gegen die Wellenlänge electromagnetischer Stahlung aber immer verschwindend bleiben wird. Indessen scheint es mir keineswegs ausgeschlossen, dass man durch Benutzung noch feinerer Drahtgitter unter Anwendung ultrarother Strahlung von möglichst grosser Wellenlänge zu räumlichen Verhältnissen gelangen kann, welche denen der Hertz'-schen Untersuchungen weit näher kommen. In Gemeinschaft mit Hrn. Rubens habe ich in diesem Sinne bolometrische Versuche anzustellen begonnen; wir sind dabei zu vorläufigen Resultaten gelangt, welche uns in Aussicht stellen, die oben erörterten Gegensätze in einfacher Weise aufklären zu können. Wir hoffen alsbald in der Lage zu sein über die Ergebnisse näher zu berichten.

1) Vgl. hierzu Klemenčič, Wied. Ann. 45. p. 62. 1892.

III. Theil.

Wenden wir uns zu denjenigen Versuchsobjecten, bei denen eine Vorzugsrichtung nur durch die innere Structur gegegeben sein kann.[1])

Absorbirende reguläre Krystalle.

§ 25. *Anomale Doppelbrechung* hat man bei mehreren durchsichtigen Substanzen, welche thatsächlich (oder scheinbar) regulär krystallisiren, nachgewiesen. Die allgemeine Erklärung ihres Auftretens gehört bekanntlich noch zu den ungelösten Streitfragen; die Discussion zwischen den beiden Anschauungsweisen, der Mallard'schen (Pseudosymmetrie) einerseits, der gegnerischen („innere Spannungen") andererseits, kann kaum als abgeschlossen betrachtet werden. An absorbirenden Substanzen sind derartige Beobachtungen meines Wissens nicht gemacht worden. Doch ist das reflectirte Licht in diesem Falle ein brauchbarer Ersatz für das nicht mehr durchgehende, indem sich darin das Verhalten des Körpers ebenso abspiegelt, wie es sonst den hindurchgegangenen Strahlen sein Gepräge aufdrückt.

Wie man zur Prüfung einer durchsichtigen Substanz sich zunächst eine Platte schneiden und ⊥ hindurch beobachten wird, so ist an die absorbirende ein Planspiegel zu schleifen und das von diesem ⊥ reflectirte Licht zu analysiren; in manchen Fällen werden schon die natürlichen Krystallflächen genügen. Bei solchem Verfahren muss man an ein- oder zweiaxigen Krystallen im allgemeinen einen Einfluss auf Azimuth und Ellipticität erhalten[2]), wird aber bei regulären Körpern nichts derartiges erwarten.

§ 26. *Das Verhalten des Pyrits* (FeS_2, regulär, pentagonalhemiedrisch) zeigt trotzdem einen solchen Einfluss. Als ich an einer geschliffenen polirten Hexaëderfläche (100) nach einem

1) Die im Folgenden noch zu besprechenden Versuche wurden der physikal. Ges. zu Berlin am 12. Juni 1891, der 2. Abth. der Naturf. Vers. zu Halle am 24. Sept. 1891 im Auszuge mitgetheilt.

2) Vgl. z. B. Schenck, Wied. Ann. **15.** p. 177. 1882; Drude, Wied. Ann. **32.** p. 584. 1887 und **34.** p. 489. 1888.

etwaigen Kerr'schen Effect suchte, fand ich diesen zwar nicht[1]), dafür aber schon ohne Magnetisirung eine erhebliche Drehung mit starker Dispersion. Bei Anwendung weissen Lichtes erschienen die beiden Hälften des Gesichtsfeldes bei passendem Analysatorazimuth in charakteristisch blaugrüner und orangerother Färbung, die in ihrer Lebhaftigkeit an das Gesichtsfeld eines Soleil'schen Saccharimeters erinnerte.

Zuerst war ich daher geneigt, an eine natürliche Circularpolarisation durch Reflexion[2]) zu denken, fand jedoch, dass die Drehung bei zwei zu einander ⊥ Azimuthen schwand und auch sonst denselben äusseren Gang darbot, wie alle im vorhergehenden beschriebenen Erscheinungen. Daher sind, trotzdem die Ursache hier jedenfalls eine gänzlich verschiedene ist, die bezüglichen Beobachtungen in vorliegende Arbeit einverleibt, hauptsächlich um dadurch Wiederholungen zu vermeiden.

Tabelle 5.

Rothes Licht. ⊥ Reflexion.

Pyrit. Künstl. Hexaëderfläche. Riefungsrichtung vertical.

v	$\sin 2v$	$\frac{\varepsilon}{\sin 2v}$	ε (mr) beob.	ε (mr) ber.	Differenz (mr)
+ 25°	+ 0,766	− 3,5	− 2,7	− 3,1	+ 0.4
45°	+ 1,000	− 3,9	− 3,9	− 4,1	+ 0,2
75°	+ 0,500	− 3,8	− 1,9	− 2,1	+ 0 2
85°	+ 0,174	− 3,6	− 0,6	− 0,7	+ 0,1
100°	− 0,342	− 4,1	+ 1,4	+ 1,4	0
110°	− 0,643	− 4,3	+ 2,8	+ 2,6	+ 0,2
120°	− 0,866	− 4,3	+ 3,7	+ 3,6	+ 0,1
130°	− 0,985	− 4,1	+ 4,0	+ 4,0	0
140°	− 0,985	− 4,2	+ 4,1	+ 4,0	+ 0,1
150°	− 0,866	− 4,1	+ 3,6	+ 3,6	0
160°	− 0,643	− 3,9	+ 2,5	+ 2,6	− 0,1
170°	− 0,342	− 3,9	+ 1,3	+ 1,4	− 0,1
		− 4,1			

1) Vielmehr bleibt nach wie vor Magnetit das einzige in dieser Beziehung active Eisenmineral; vgl. du Bois, Wied. Ann. **39**. p. 36. 1890.

2) Eine derartige Erscheinung ist bisher nicht beobachtet worden. In Gemeinschaft mit Hrn. Blasius habe ich daraufhin den Zinnober untersucht, jedoch mit negativem Erfolg. Dieser Körper besitzt das stärkste bekannte Drehungsvermögen für in der Axenrichtung durchgehendes Licht.

Die Ellipticität war wieder sehr gering, sodass sich auch hier, wie aus Tab. 5 hervorgeht, dàsselbe einfachere Gesetz bewährt; man findet:

$$\mathfrak{n}^2 = 1 + \frac{4\,\varepsilon\,.\,10^{-3}}{\sin 2\,v} = 0{,}984.$$

Somit wird das ‖ zur Vorzugsrichtung polarisirte rothe Licht mit um 1,6 Proc. grösserer Intensität reflectirt. Es bleibt noch anzugeben übrig, wie dabei die Vorzugsrichtung festgelegt war.

Bekanntlich sind die natürlichen Flächen aller Pyritwürfel mehr oder weniger deutlich „gerieft" und zwar in der durch Fig. 4 veranschaulichten Weise. Die Riefung zweier ‖ Gegenflächen haben dieselbe Richtung, die man daher für sämmtliche zwischenliegenden, diesen ‖ künstlichen Hexaëderflächen als Vorzugsrichtung zu wählen hat.

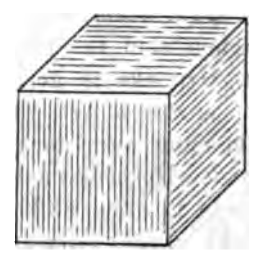


Fig. 4.

§ 27. *Die Hexaëderflächen,* welche natürliche Würfel begrenzen, sind eben wegen jener Riefung selten plan genug, um im Analysatorfernrohre ein geometrisch genügendes Bild zu liefern, trotzdem ihr metallischer Habitus nichts zu wünschen übrig lässt. Dennoch konnte an zwei ausgesuchten natürlichen Würfelflächen die in Rede stehende Farbenerscheinung, wenn auch undeutlich, so doch mit Sicherheit constatirt werden. Ausserdem wurden 11 künstliche Hexaëderflächen untersucht, welche sämmtlich die Erscheinung in qualitativ gleicher Weise zeigten. Dagegen wiesen sie quantitativ erhebliche Verschiedenheiten auf, indem die Werthe von $\mathfrak{n}^2$ für rothes Licht zwischen 0,96 und 0,99 schwankten. Von jenen 11 künstlichen Flächen gehörten sechs einem und demselben grossen Würfel von etwa 2 cm Kantenlänge an und ich erhielt daran folgende Werthe für $\mathfrak{n}^2$ (rothes Licht):

Fläche 1, $\mathfrak{n}^2 = 0{,}972$	dazu die	Gegenfläche 2, $\mathfrak{n}^2 = 0{,}987$
„ 3, $\mathfrak{n}^2 = 0{,}961$		„ 4, $\mathfrak{n}^2 = 0{,}990$
„ 5, $\mathfrak{n}^2 = 0{,}977$		„ 6, $\mathfrak{n}^2 = 0{,}966$.

Daraus geht die quantitative Regellosigkeit der Erscheinung hervor, indem auch die paarweisen Gegenflächen ganz verschiedene Werthe ergeben.

Wie bereits angeführt, ist bei Benutzung weissen Lichtes die Farbentönung besonders charakteristisch, wenn sie auch an verschiedenen Individuen verschieden lebhaft hervortritt. Dementsprechend zeigte sich die in Zahlen ausgedrückte Dispersion veränderlich. Stets wurde die Drehung von Roth nach Blau zu geringer; manchmal änderte sie dabei auch ihr Vorzeichen; es ist daher vielleicht nur Zufall, dass für rothes Licht die Erscheinung immer im selben Sinne auftrat.

Es wurden ferner zwei Hexaëderflächen des mit Pyrit nahe verwandten Cobaltins ($CoS_2 + CoAs_2$, regulär, pentagonalhemiedrisch) untersucht. Das $\perp$ zur Riefungsrichtung polarisirte (weisse) Licht wurde etwas stärker reflectirt; die Dispersion war gering.

§ 28. *Andere Krystallflächen.* Natürliche Pentagondodekaëderflächen sind bei manchen Pyritindividuen $\perp$, bei anderen || zur Grundkante gerieft. Es wurden drei der ersteren, zwei der letzteren Art, von der Form $\pi(210)$, untersucht. Die Erscheinung war, auch im Farbenspiel, wesentlich dieselbe wie an den Hexaëderflächen, nur schwächer ausgeprägt; und zwar wurde in allen Fällen das || zur Grundkante polarisirte rothe Licht etwas intensiver reflectirt, unabhängig von der Art der Riefung. Dabei waren von den natürlichen Flächen nur die Unebenheiten wegpolirt; ein paralleles Weiterschleifen um mehrere Millimeter änderte die Wirkung allmählich in quantitativer Beziehung.

Sodann fand ich den stärksten überhaupt beobachteten Einfluss an einer künstlichen Dodekaëderfläche (110); an dieser wurde das $\perp$ zu den hexaëdrischen Kanten polarisirte (rothe) Licht um 10 Proc. stärker reflectirt. Hier war die Dispersion eine ganz andere, ebenso wie an zwei Octaëderflächen (111), die auf rothes Licht eine schwache, aber deutliche Einwirkung zeigten.

Discussion.

§ 29. *Einwände* könnten in dem Sinne erhoben werden, als ob die beschriebenen Erscheinungen mit der Krystallstructur als solcher nicht zusammenhängen, sondern die polarisirende Eigenschaft erst durch den Schliff der Oberfläche beigebracht wird. Denn ähnlich wie man bei sklerometrischen Ritzversuchen

an einer Krystallfläche in verschiedenen Richtungen verschiedene Härte finden kann, wäre es denkbar, dass beim Schleifen sich Ritze vorwiegend in einer Hauptrichtung bilden würden. Dadurch wäre aber die polarisirende Eigenschaft erklärbar (§ 17), wenn auch die Anomalie nicht aufgehoben, wofern es sich um reguläre Krystalle handelt. Gegen diesen Einwurf lässt sich aber manches geltend machen.

Einmal die Beobachtung an natürlichen Würfelflächen (§ 27). Sodann wurden mehrere Flächen unter einem stark vergrössernden Mikroskop mit innerer Beleuchtung[1]) betrachtet: Obwohl es an kleinen Ritzen nicht fehlte, war eine vorherrschende Richtung, die zur Erzeugung der Erscheinung auch nur entfernt genügt hätte, daran nicht erkennbar.[2])

Als eine Pyritwürfelfläche mit feinstem Smirgel fast bis zum „matten Glanze" gleichmässig behandelt wurde, blieb die Erscheinung ungeändert, sodass der Grad der Politur unerheblich erscheint. Sobald aber durch wenige gleichgerichtete Schliffzüge ein ausgesprochen einseitiger „Strich" hervorgerufen war, änderte sie sich. Und zwar in dem Sinne, dass die Drehung grösser oder kleiner wurde, je nachdem der Strich $\perp$ oder $\parallel$ zur Riefungsrichtung verlief, wie das aus der Superposition der beiden Ursachen zu erwarten war.

§ 30. *Anomaler Pleochroismus.* Wenn daher die beschriebene Erscheinung auch nicht als eine secundäre erklärt werden kann, so scheint doch die ganz unregelmässige Art ihres Auftretens darauf zu deuten, dass sie accidenteller Natur sei. Nach der Zurückführung der beobachteten drehenden Wirkung auf einen „Amplitudeneffect" kann man wegen der vorhandenen Dispersion füglich von einem anomalen Pleochroismus durch Reflexion reden, um einen krystallographisch zulässigen Ausdruck einzuführen. Ich habe zwar in dem vom Pyrit reflectirten Lichte mit dem Dichroskop keine Farbenunterschiede wahrnehmen können, schreibe das aber der Unempfindlichkeit des

---

1) Dessen Benutznng verdanke ich der kaiserl. Normalaichungscommission; Hrn. Pensky bin ich dabei für seine gütige Unterstützung zu Danke verpflichtet.

2) Der Firma Dr. Steeg & Reuter, welche die Schliffe besorgte, war denn auch mit Bezug auf die Schleifrichtung möglichste Unparteilichkeit empfohlen worden.

Instrumentes zu, da eine, wenn auch geringe, Differenz jedenfalls existiren muss.

Nach allen Analogien wird es nun auch sehr wahrscheinlich, dass man in genügend dünnen Pyritblättchen einen Pleochroismus im durchgehenden Lichte finden würde, falls man solche durchsichtig überhaupt herstellen könnte. Jene Eigenschaft wiederum ist ohne gleichzeitige anomale Doppelbrechung nicht wohl denkbar. v. Lasaulx hat an regulären Krystallen durch Druck temporären Pleochroismus hervorgerufen, ebenso wie es Hrn. Kundt gelang, solchen an gedehntem Kautschuk nachzuweisen.

§ 31. *Schluss.* Indessen scheint mir im vorliegenden Falle die Erklärung durch „innere Spannungen", wenn auch nicht ganz zu verwerfen, so doch wenig wahrscheinlich, hauptsächlich mit Rücksicht auf die weiter unten (§ 34) mitgetheilten Beobachtungen am gezwängten Stahl. Ob andererseits die Annahme einer Pseudosymmetrie des Pyrits nach Mallard die Anomalie zu erklären im Stande wäre, muss ich dahingestellt lassen. Eine weitere Verfolgung der Erscheinung im Zusammenhange mit der Riefung, sowie die Untersuchung anderer Körper in dieser Hinsicht habe ich nicht unternommen, da sie ausschliesslich krystallographisch-mineralogisches Interesse bieten würde.

Noch ist auf die bekannte Thatsache hinzuweisen, dass Pyrit und Cobaltin sich thermoelectrisch in charakteristischer Weise verhalten. Ueber diese Eigenschaft, namentlich in Beziehung zur Riefung, liegt ein ausgedehntes Beobachtungsmaterial seitens G. Rose, Schrauf, Dana, Fletscher, J. Curie, Ch. Soret, Bäckström u. A. vor. Aus diesen wie aus anderen Untersuchungen scheint hervorzugehen, dass sämmtliche Eigenschaften des Pyrits in hohem Grade vom Individuum abhängen. Infolge von Heterogenität, isomorphen Beimischungen und anderen Unregelmässigkeiten ist eine allgemeine Uebereinstimmung nirgends zu erhoffen. Die mitgetheilten Versuche liefern dafür einen neuen Beweis.

Gezwängte Metallspiegel.

§ 32. *Kathodenzerstäubung* auf Glas liefert bekanntlich konische Metallschichten, welche, wie Hr. Kundt fand, sowohl

Doppelbrechung wie Pleochroismus zeigen.[1]) Auch im ⊥ reflectirten Lichte bieten sie Erscheinungen derselben Art wie die in dieser Arbeit erörterten. Ich habe nur wenige Versuche an einer solchen Metallschicht angestellt, deren starkes Zerkratztsein aber Fehler bedingte (§ 17); bessere Präparate standen mir nicht mehr zur Verfügung.

Hr. Kundt hat es schon damals als unwahrscheinlich hingestellt, dass Zwang die Ursache dieser Eigenschaften sei. Es gelang ihm in keiner Weise sie dünnen, freihängenden oder getragenen, Metallschichten durch Ziehen, Pressen oder locale Temperaturerhöhung mitzutheilen. Letzteres Mittel ist vielleicht insofern nicht einwurfsfrei als wegen der besseren Wärmeleitung der Metalle das Temperaturgefälle und damit die localen Deformationsunterschiede nicht entfernt den Werth erreichen werden, den sie z. B. in Glas haben können. Wenn die Erklärung durch Zwang verworfen wird, bleibt nach Hrn. Kundt nur diejenige durch orientirte Lagerung der zerstäubten Elementartheilchen oder gar der einzelnen Molecüle übrig.

Noch ist zu bemerken, dass Hr. Drude aus Versuchen an einem Spiegel, welcher an electrolytisches Kupfer ⊥ zur Kathodenfläche geschliffen war, die Existenz einer optischen Vorzugsrichtung ableitete; und zwar sollte diese ⊥ zur früheren Electrode gerichtet sein.[1])

§ 33. *Versuchsanordnung.* Nach alledem ist es von Interesse, womöglich sicher festzustellen, ob und inwiefern ein Zwang den Polarisationszustand des von einem massiven Metallspiegel ⊥ reflectirten Lichtes beeinflussen könne. Die experimentelle Schwierigkeit bestand in der Ausübung eines genügenden Zwangs in des Spiegels Ebene, ohne deren Form im geringsten zu verzerren, weil dann von einem guten geometrischen Bilde nicht mehr die Rede sein konnte.

Als Art des Zwangs wurde der einfache Zug gewählt und als Spiegel ein millimeterstarkes Plättchen von der durch Fig. 5 (p. 570) dargestellten Gestalt aus angelassenem feinen englischen Gussstahl. Der mittlere schraffirte Theil war plan und polirt, ohne dabei irgendwie Relief gegenüber den breiteren Ansätzen

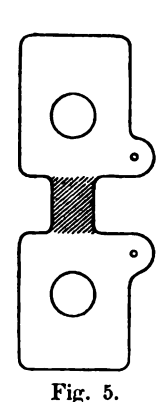
---

1) Kundt, Wied. Ann. **27.** p. 59. 1886; Dessau, Wied. Ann. **29.** p. 353. 1886; Wiener, Wied. Ann. **31.** p. 629. 1887.

2) Drude, Wied. Ann. **39.** p. 519. 1890.

zu haben, mittels derer der Spiegel[1]) in einem besonders construirten Hebelapparate befestigt war. Bei der hohen Zugfestigkeit des Gussstahls hätte des Plättchen ohne Zerreissen bis zu 1000 kg Belastung aushalten können; nach mehreren Aenderungen des Apparats gelang es einen Zug bis zu 100 kg auszuüben, ohne dass das Bild im Fernrohre merklich verzerrt wurde.

§ 34. *Ergebniss.* Bei dieser Spannung von 2000 kg pro qcm war eine Azimuthänderung im ⊥ reflectirten Lichte nicht zu erkennen, die Drehung jedenfalls geringer als 0,08 mr; daher der Werth von $2\,\mathfrak{m} < 0{,}00032$; ebensowenig wurde das Licht merklich elliptisch. Mithin kann die Intensität des ⊥ oder ∥ zur Zugrichtung polarisirten Lichtes um nicht mehr als $^1/_8\ ^0/_{00}$ verschieden werden. Da es schwer halten dürfte, bei höheren Spannungen am Stahl, geschweige an anderen Metallen, Beobachtungen anzustellen; da ferner kein Grund vorliegt zu vermuthen, dass Druck oder Scheerung mehr Einfluss haben würden, kann behauptet werden, dass die Wirkung eines Zwangs in der Ebene eines Metallspiegels auf das ⊥ reflectirte Licht unmerklich ist. Wenn es statthaft ist nach Analogien zu urtheilen, so erscheint es demnach auch mindestens unwahrscheinlich, dass das Metall dem durchgehenden Lichte gegenüber durch Zwang doppelbrechend und pleochroitisch werde. Die Schlüsse von Hrn. Kundt werden hierdurch bestätigt.


Fig. 5.

IV. Zusammenstellung.

§ 35. *Eine Uebersicht* sämmtlicher im II. und III. Theile erhaltenen Ergebnisse gibt Tab. 6. Falls ein Lichtbündel ⊥ auf die (Sp. 3) näher benannten ebenen Gebilde fällt, kann man es in zwei Componenten, ∥ und ⊥ zur (Sp. 4) angegebenen Vorzugsrichtung polarisirt, zerlegt denken.

---

1) Dieser Aufgabe unterzog sich die Firma Hartmann & Braun mit gutem Erfolge.

Tabelle 6.

Ungebeugtes rothes Licht. Uebersicht.

il	Nr.	Art des Gebildes.	Vorzugsrichtung	$\perp$ Transm.		$\perp$ Reflex.	
				n^2	Pol.	n^2	Pol.
	1	Blanke Silberdrahtgitter	Drahtrichtung	>1	$\perp$	–	–
	2	Spalte mit polirten Backen (Fizeau)	Spaltrichtung	–	$\perp$	–	–
	3	Spalte in Platinschichten $> 100\ \mu$cm	„	>1	$\perp$	>1	$\perp$
	4	Spalte in Metallschicht. Ordn. 10 μcm (nach Fizeau)	„	–	$\parallel$	–	–
	5	Unregelm. geritzte Metallspiegel .	vorwieg. „Strich"	–	–	>1	$\perp$
	6	Feine regelmässige Metallgitter . .	Ritzrichtung	–	–	Elliptisch	
	7	Glasgitter.	„	<1	$\parallel$	„	
	8	Cobaltin (100)	Riefungsrichtung	–	–	>1	$\perp$
	9	Pyrit (100)	„	–	–	<1	$\parallel$
	10	Pyrit π (210)	Grundkante	–	–	<1	$\parallel$
	11	Belasteter Stahlspiegel	Zugrichtung	–	–	1	0

Welche von diesen beiden polarisirten Componenten mit vorwiegender Intensität $\perp$ durchgelassen oder reflectirt wird, zeigen die Sp. 6 bezw. 8; dementsprechend ist das Schwächungsverhältniss n^2 (Sp. 5 und 7) als $\lesseqgtr 1$ angegeben. Wenn beide Componenten dann wiederum vectormässig addirt werden, äussert sich die resultirende Wirkung im Allgemeinen als eine Drehung, falls das auffallende Licht linear polarisirt war; bei den beschriebenen Versuchen war das immer der Fall. Statt dessen würde sich bei auffallendem natürlichem Lichte nachher eine entsprechende partielle Polarisation zeigen. Erwähnt sei noch, dass in keinem Falle die Wirkung von der Intensität des Lichts abhängig war.

Zum Schlusse möchte ich den Hrrn. Geh. Rath H. C. Vogel, Geh. Rath C. Klein, Prof. F. Kohlrausch, Dr. Steeg und Reuter für die gütige Ueberlassung von Gittern und Mineralen meinen besten Dank aussprechen.

Berlin, Physik. Inst. d. Univ. Pfingsten 1892.

III. *Der Grenzbrechungsexponent für unendlich lange Wellen; Transformation der Dispersionsgleichungen; von E. Ketteler.*

Mit dem Fortschreiten der electromagnetischen Lichttheorie hat sich das Bedürfniss herausgestellt, den Grenzbrechungsexponenten der verschiedenen optischen Medien für unendlich grosse Wellenlängen womöglich in der exactesten Weise zu bestimmen. Es soll im Folgenden der Nachweis geliefert werden, dass eine solche Aufgabe sowol vom bisherigen theoretischen als vom praktisch-empirischen Standpunkte geradezu unmöglich ist.

Anlass zu diesen Bemerkungen gab mir die schöne Arbeit des Hrn. Rubens[1]) über die Dispersion der ultrarothen Strahlen. Daselbst werden die Brechungsexponenten der verhältnissmässig langen Wellen des sogenannten Wärmespectrums für eine ansehnliche Reihe von Substanzen nach einer hübschen neuen Methode gemessen. Die benutzbar gewesene grösste Wellenlänge war bei Steinsalz 5,746 μ, während Hr. Langley nur bis zum Werthe 5,301 μ vorgedrungen war. Dagegen war als untere Grenze der Wellenlängen leider schon der Werth 0,434 μ der violetten Wasserstofflinie gewählt, und muss es aus gleich zu besprechenden Gründen bedauert werden, dass nicht auch die ultravioletten Sonnen- oder Zink- und Aluminiumlinien herangezogen sind. Aus den beigegebenen Zeichnungen der bezüglichen Dispersionscurven ersieht man, dass die Curve für Schwefelkohlenstoff und genähert auch für Xylol und Benzol vermöge ihrer stetigen starken Krümmung in der That einen bestimmten Grenzbrechungsexponenten erwarten lässt. Dahingegen verlaufen die Curven für Wasser, sowie für die untersuchten Gläser und Krsytalle gänzlich abweichend, sie bilden im ultrarothen Strahlungsgebiete entweder geneigte gerade Linien oder zeigen gar einen ausgesprochenen Inflexionspunkt.

2. Nun lässt sich, wie ich wiederholt ausgeführt habe.

---

1) Rubens, Wied. Ann. **45.** p. 238. 1892.

die Dispersionscurve aller sogenannten durchsichtigen Medien zwischen den bisher erreichten äussersten Grenzen empirisch darstellen durch die vierconstantige Formel:

$$\nu^2 = -k\lambda^2 + a^2 + \frac{M}{\lambda^2} + \frac{N}{\lambda^4},$$

in welcher sämmtliche Coefficienten positive Grössen sind. Dieselben sind aus vier Beobachtungspaaren zu berechnen, von denen eines dem calorischen Spectrum, das zweite der Grenze zwischen diesem und dem optischen Spectrum, das dritte der Grenze zwischen optischem und chemischem Spectrum und das vierte der ultravioletten Strahlung angehört. Beschränkt man sich auf engere Grenzen, so wird zwar eines der Glieder in Fortfall kommen, aber die übrigbleibenden Constanten erfahren dann kleine Verschiebungen.

Der vollständigen Curve $\nu = f(\lambda)$ entspricht die Form mit einem sehr veränderlich liegenden Inflexionspunkte.[1])

Während die Rubens'schen Beobachtungstabellen für Steinsalz und Quarz nichts wesentlich neues liefern, sondern die älteren Beobachtungen von Langley und Mouton bestätigen, hat er u. a. das bisher in seinem optischen und ultravioletten Theile bereits bekannte Flussspathspectrum nach der ultrarothen Seite hin verlängert. Nun war es mir früher[2]) für Quarz vortrefflich gelungen, die aus den Beobachtungen Sarasin's berechneten Constanten ohne alle Aenderung zur Extrapolation der Mouton'schen Zahlen zu benutzen. Ein Gleiches will mir indess bezüglich des Flussspath nicht ganz gelingen. Hier würde bei der Combinirung der Zahlen von Sarasin und Rubens die Constante k von dem früheren Werthe $k = 0{,}00048$ auf den erheblich kleineren $k = 0{,}0003$ herab-

---

1) Einfachere Krümmungsverhältnisse erhält man, wenn man ν^2 (oder auch ν) als Ordinaten, aber nach dem Vorgange Sellmeier's $1/\lambda^2$ als Abscissen behandelt. Der Gleichung:

$$y = -kx^{-1} + a + bx + cx^2$$

entsprechen dann die Differentialquotienten:

$$\frac{dy}{dx} = kx^{-2} + b + 2cx, \quad \frac{d^2y}{dx^2} = -kx^{-3} + 2c.$$

Pulfrich (Wied. Ann. **45.** p. 664. 1892) hat den ersteren als sogenannte Neigungstangente direct aus den Beobachtungen berechnet.

2) Ketteler, Wied. Ann. **30.** p. 312. 1887.

sinken. Entsprechendes dürfte für Schwefelkohlenstoff der Fall sein, für welchen ich früher aus den sich freilich nur innerhalb des optischen Spectrums haltenden fünfstelligen Indices von van der Willigen den Werth $k = 0{,}0055$ erhalten habe, während die vierstelligen Indices von Rubens sich zwischen den Grenzen $\lambda = 1{,}998$ und $\lambda = 0{,}434$ schon durch die zweigliedrige Cauchy'sche Formel:

$$\nu = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

berechnen liessen, was also den Werth $k = 0$ voraussetzt.

Wenngleich die obige empirische Formel sich in der bisherigen Praxis als von unbeschränkter Gültigkeit herausgestellt hat, so ist es doch unmöglich, die einzelnen Constanten derselben ohne Zuhülfenahme einer Theorie zu interpretiren. Das gilt also insbesondere auch von dem Grenzbrechungsindex für unendlich lange Wellen.

3. Zieht man zu dem Ende zunächst die v. Helmholtz'sche Theorie heran, so ist der nur schwer zu übersehende Grenzwerth derselben abzuleiten aus den beiden Gleichungen:

$$\nu^2 - \varkappa^2 = 1 - P\lambda^2 + \frac{Q\lambda^4(\lambda^2 - \lambda^2_m)}{(\lambda^2 - \lambda^2_m)^2 + g^2\lambda^2}, \quad 2\nu\varkappa = \frac{Q g \lambda^5}{(\lambda^2 - \lambda^2_m)^2 + g\lambda^2}$$

Schreibt man die erstere unter Vernachlässigung des Quadrates des Extinctionscoefficienten $\varkappa$ so:

$$\nu^2 = -(P - Q)\lambda^2 + [1 + Q(\lambda^2_m - g^2)] + Q\frac{\lambda^2[(2\lambda^2_m - g^2)(\lambda^2_m - g^2) - \lambda^4_m] - \lambda^4_m(\lambda^2_m - g^2)}{(\lambda^2 - \lambda^2_m)^2 + g^2\lambda^2},$$

so lassen sich offenbar die beiden ersten Glieder dieses Ausdrucks mit den entsprechenden der empirischen Reihe identificiren. Auch ist nicht zu bezweifeln, dass diese Ausdrücke vermöge ihrer vier Constanten P, Q, λ_m, g der Erfahrung völlig genügen werden, so lange man nicht nach dem Vorgange Wüllner's u. A. die Reibungsgrösse g^2 vernachlässigt. Die Constante:

$$a^2 = 1 + Q(\lambda^2_m - g^2)$$

ist indess nichts weniger als der gesuchte Grenzbrechungsexponent. Zur Berechnung desselben ist vielmehr, wie schon Hr. v. Helmholtz selbst ausgeführt hat, auch der Ausdruck

für $2\nu\varkappa$ heranzuziehen, sodass man zunächst für sehr grosse Wellenlängen erhält:

$$\nu_\infty^2 - \varkappa_\infty^2 = 1 - (P - Q)\lambda^2, \quad 2\nu_\infty \varkappa_\infty = Qg\lambda.$$

Daraus folgt dann schliesslich:

$$2\nu_\infty^2 = \sqrt{[1 - (P - Q)\lambda^2]^2 + Q^2 g^2 \lambda^2} + [1 - (P - Q)\lambda^2]$$

$$2\varkappa_\infty^2 = \sqrt{[1 - (P - Q)\lambda^2]^2 + Q^2 g^2 \lambda^2} - [1 - (P - Q)\lambda^2].$$

Sind nun zunächst, wie für Quarz, Gläser, Wasser etc. $P - Q$ und Qg endliche Grössen, so folgt je nach dem Vorzeichen des Wurzelausdruckes:

$$2\nu^2_\infty = -(P - Q)\lambda^2 = -\infty, \quad 2\varkappa_\infty^2 = 0$$

$$= 0 \qquad\qquad = +(P - Q)\lambda^2 = +\infty,$$

nur der Absorptionscoefficient $(2\pi / \lambda)\varkappa_\infty$ ist jedenfalls endlich.

Wäre dagegen, wie für Schwefelkohlenstoff angenommen werde, $P - Q = 0$, so erhält man:

$$2\nu_\infty^2 = 2\varkappa_\infty^2 = \pm Qg\lambda = \pm\infty, \quad 2\pi\varkappa_\infty / \lambda = 0.$$

Dass sich so unbestimmte Ausdrücke, die allenfalls für ein unendlich kleines $P - Q$ ein endliches ν_∞ liefern mögen, für eine experimentelle Verwerthung, sowie für weitere Schlüsse nicht sonderlich eignen, ist wohl unschwer einzusehen. Dabei ist es wesentlich, zu bemerken, dass in den bisher besprochenen Formeln nur ein einziges Absorptionsgebiet des Mediums vorausgesetzt ist, sodass also die Lichtstärke etwa vom Ultraviolett continuirlich zum Ultraroth und darüber hinaus abnimmt.

Nichts hindert indess, bei der Aufstellung der Bewegungsgleichungen die Möglichkeit mehrerer getrennter Absorptionsgebiete zuzulassen. *Die Unbestimmtheit bezüglich des Grenzwerthes ν_∞ wird dadurch aber nur noch vergrössert.*

4. Anders gestalten sich die Verhältnisse nach der von mir aufgestellten Theorie. Schreibt man zunächst die empirische Formel so:

$$\nu^2 = -\frac{M_1 \lambda^2}{\lambda_1^4} + \left(\nu^2_\infty - \frac{M_1}{\lambda_1^2}\right) + \frac{M_2}{\lambda^2}\left(1 + \frac{\lambda_2^2}{\lambda^2}\right)$$

und zieht diese Glieder zusammen in:

$$\nu^2 = \nu_\infty^2 - \frac{M_1}{\lambda_1^2 - \lambda^2} + \frac{M_2}{\lambda^2 - \lambda_2^2}$$

oder auch bei Hinzufügung weiterer sehr kleiner Grössen $\varkappa$, g:

$$\nu^2 - \varkappa^2 = \nu_\infty^2 + \frac{M_1(\lambda^2 - \lambda_1^2)}{(\lambda^2 - \lambda_1^2)^2 + g_1^2\lambda^2} + \frac{M_2(\lambda^2 - \lambda_2^2)}{(\lambda^2 - \lambda_2^2)^2 + g_2^2\lambda^2} \text{ [1]},$$

so kann dieses Resultat gedeutet werden als angehörig einem Sehfeld, welches von einem genügend kräftigen ultrarothen und einem ebensolchen ultravioletten Absorptionsstreifen eingefasst ist, und worin ν_∞ der Grenzwerth für $\lambda = \infty$ ist. Lässt man dann aber nach rechts und links noch weitere Absorptionen zu, sodass man haben würde:

$$a^2 = \nu_\infty^2 - \Sigma \frac{M_1}{\lambda_1^2},$$

so wird natürlich die Deutung der empirischen Constanten a wieder völlig unbestimmt. Und da dem nichts im Wege steht, so ist auch nach meiner Auffassung *die optische Ermittelung des wahren Grenzwerthes ν_∞ absolut unmöglich.*

Nach den bisherigen Erfahrungen erscheint das ultraviolette Absorptionsgebiet bei weitem als das stärkere.[2]) Die Absorptionen im Ultraroth scheinen die Dispersionscurve entweder nur durch unbedeutende Kräuselungen (nach Analogie etwa der zarten Absorptionsstreifen im Grün des Chlorophyllspectrums) oder auch durch eine etwas kräftigere, schon in grösserer Entfernung vom eigentlichen Maximum sich bemerkbar machende Biegung derselben (nach Analogie etwa des rothen Absorptionsstreifens des Chlorophyll) zu beeinflussen. Ersteres dürfte der Fall sein bei Schwefelkohlenstoff, Xylol und Benzol, letzteres bei Wasser und bei den untersuchten Gläsern und Krystallen.

Nun hat Hr. Rubens durch besondere directe Versuche neben der Refraction auch die Absorptionsverhältnisse der erwähnten Substanzen für den ultrarothen Spectralbezirk gemessen und dadurch in dankenswerther Weise einem wirklichen Bedürfnisse entsprochen. Dabei hat sich das wohl anfangs befremdliche Resultat ergeben, dass wenigstens innerhalb der Versuchsgrenzen die erstgenannten Stoffe, d. h. diejenigen,

1) Vgl. unten Gleichung 4 auf p. 478.

2) Bei diesem Anlass werde bemerkt, dass ich (Wied. Ann. 35. p. 688. 1888) das Verhalten des Schwefelkohlenstoffs bei höherer Temperatur auf eine Abnahme der Absorption zurückgeführt habe. Nach Hrn. Pulfrich (l. c.) findet bei Gläsern eine Zunahme derselben statt.

deren Dispersion nahezu der Cauchy'schen Formel genügte, hinsichtlich ihrer Absorption den übrigen gegenüber keine Sonderstellung einnehmen. Ob freilich jenseit dieser Grenzen die Absorption der ersteren etwa wieder abnimmt, die der letzteren dagegen noch weiter zunimmt, darüber werden erst spätere Versuche entscheiden können.

---

5. Vor nunmehr sieben Jahren habe ich zur Vermeidung gewisser Schwierigkeiten und im engsten Anschluss an die Erfahrung den Bewegungsgleichungen des Lichtes eine Form [1]) gegeben, welche, wie sich inzwischen gezeigt hat, bis jetzt wenigstens eine nur theilweise günstige Aufnahme gefunden hat. Die daselbst mitgetheilte Begründung derselben verlangt in der That die Beseitigung eines mehr oder weniger störenden Versehens, wenngleich die entwickelten Ausdrücke selbst durch dasselbe gar nicht berührt werden.

Die betreffenden Gleichungen waren für Medien mit einem einzigen Absorptionsgebiete:

$$\text{I.} \qquad \begin{cases} m\dfrac{d^2\xi}{dt^2} - m'\dfrac{d^2\xi'}{dt^2}C = \mathfrak{e}\dfrac{d^2\xi}{dx^2} + B\,m'\left(k_m'\xi' + g_m'\dfrac{d\xi'}{dt}\right) \\[2ex] \dfrac{d^2\xi}{dt^2}C + \dfrac{d^2\xi'}{dt^2} = -\,k_m'\xi' - g_m'\dfrac{d\xi'}{dt}. \end{cases}$$

Darin beziehen sich m, ξ auf die Aether- und m', ξ' auf die Körpertheilchen, und sind B, C und $k_m' = 4\pi^2 / T_m^2$, $g_m' = G_m(2\pi / T_m)$ Constanten; $\mathfrak{e}$ ist der Elasticitätscoefficient des freien Aethers. Integrirt man dieselben mittelst der Ausdrücke:

---

1) Ketteler, Theoretische Optik, Braunschweig 1885. p. 95 und 309. Vgl. auch Wied. Ann. **21**. p. 199. 1884. Die an der Spitze dieses Aufsatzes genannte electrische Lichttheorie vereinigt heutzutage die Sätze der früheren Fresnel'schen wie Neumann'schen Anschauung unter höheren Gesichtspunkten. Wäre ein derartiger Standpunkt schon eher eingehalten worden, so wären die seinerzeit nicht ohne Leidenschaft geführten Kämpfe zwischen Anhängern beider Systeme mindestens sehr gemildert worden. Insbesondere wäre dann auch offen und rückhaltslos anerkannt, dass ich die Theorie der Metallreflexion auf Grund der Fresnel'schen Anschauung in möglichster Schärfe und Ausführlichkeit und mit vollkommen correcten und übersichtlichen Formeln bereits abgeschlossen hatte, als diese Theorie von Neumann'scher Seite erst in Angriff genommen werde.

$$(1) \qquad \xi = A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - n\frac{z}{\lambda}\right), \quad \xi' = A'\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - n\frac{z}{\lambda}\right),$$

worin $n = \nu + \varkappa\sqrt{-1}$ das (complexe) Brechungsverhältniss bedeutet, so ergeben sich die Bedingungen:

$$(2) \qquad \begin{cases} n^2 - 1 = \dfrac{m' A'}{m A}\left[B\left(\dfrac{T^2}{T_m^2} - \sqrt{-1}\,G_m\dfrac{T}{T_m}\right) - C\right] \\[2ex] \dfrac{A'}{A} = \dfrac{C}{\dfrac{T^2}{T_m^2} - 1 - \sqrt{-1}\,G_m\dfrac{T}{T_m}}. \end{cases}$$

Aus ihnen erhält man für die den extremen Schwingungsdauern, bez. Wellenlängen ($\lambda = \infty$ und $\lambda = 0$) entsprechenden Indices die endlichen Werthe:

$$(3) \qquad \begin{cases} \nu^2_\infty - 1 = \dfrac{m'}{m} B C & \qquad \nu_0^2 - 1 = \dfrac{m'}{m} C^2 \\[1ex] \varkappa_\infty = 0 & \qquad \varkappa_0 = 0, \end{cases}$$

und bei Einführung ersterer nimmt die brechende Kraft die einfachere Form an:

$$(4) \qquad n^2 - \nu_\infty^2 = \frac{\nu_\infty^2 - \nu_0^2}{\dfrac{\lambda^2}{\lambda_m^2} - 1 - \sqrt{-1}\,G_m\dfrac{\lambda}{\lambda_m}}.$$

Dieselbe lässt sich in zwei Einzelgleichungen zerlegen. In gegenwärtiger Notiz möchte ich nun im Anschluss an eine zwar schon in meinem Buche [1]) gegebene, aber wohl unbeachtet gebliebene Andeutung zeigen, dass vorstehende Differentialgleichungen einer Transformation fähig sind, welche sie vielleicht den üblichen mechanischen Vorstellungen erheblich näher bringt. Dabei wird sich dann auch die vorerwähnte Correctur unschwer erledigen.

6. Was zunächst die erste der beiden Bewegungsgleichungen I betrifft, so lässt sich das Verwickelte ihrer Form beseitigen, wenn man darin:

$$B = C(1 + F), \quad B - C = FC$$

setzt, sodass zunächst kommt:

$$m\frac{d^2\xi}{dt^2} = e\frac{d^2\xi}{dx^2} + m' C\left(\frac{d^2\xi'}{dt^2} + k_m'\xi' + g_m'\frac{d\xi'}{dt}\right) + FCm'\left(k_m'\xi' + g_m'\frac{d\xi'}{dt}\right),$$

1) l. c. p. 78.

und schliesslich die erste Klammer der rechten Seite mittels der zweiten Bewegungsgleichung beseitigt. So erhält man:

$$(5) \qquad (m + m' C^2)\frac{d^2 \xi}{d t^2} = \mathfrak{e}\frac{d^2 \xi}{d x^2} + (B - C)\, m' \left(k_m' \xi' + g_m' \frac{d \xi'}{d t}\right).$$

Eliminirt man die auch hierin noch vorkommenden bewegenden Kräfte nochmals mit Hülfe der nämlichen Gleichung, so ergibt sich die definitive Form:

$$(6) \qquad m\frac{d^2 \xi}{d t^2} = \mathfrak{e}\frac{d^2 \xi}{d x^2} - (B - C)\, m' \frac{d^2 \xi'}{d t^2} - B C m' \frac{d^2 \xi}{d t^2},$$

die also, wie man sieht, zurückkommt auf die nur in den Coefficienten verschiedene Boussinesq'sche Gleichung[1])

$$M\frac{d^2 \xi}{d t^2} + M'\frac{d^2 \xi'}{d t^2} = \mathfrak{e}\frac{d^2 \xi}{d x^2}.$$

7. Die zweite Bewegungsgleichung ist im wesentlichen nichts anderes als eine Umformung der bekannten Bessel'schen Formel bezüglich des Einflusses der Luft auf die Pendelschwingungen. Nach Bessel ist dieser Einfluss ein doppelter, ein activer und ein passiver. Damit also zwei gleiche Pendel, das eine im luftleeren, das andere im lufterfüllten Raume, isochron schwingen, dazu ist nöthig, dass man am ersteren gleichzeitig die drehende Kraft und die träge Masse modificire.

„Dürfte man", sagt Kirchhoff[2]), „annehmen, dass bei dem schwingenden Pendel die von der Luft herrührenden Druckkräfte ebenso gross sind, als wenn das Pendel ruht", so wäre dem activen Einfluss leicht Rechnung zu tragen, und da der passive von dem Hin- und Herführen einer gewissen Luftmenge herrührt, so lässt sich anscheinend in Uebereinstimmung mit der Erfahrung setzen:

$$(M' + Mc)\frac{d^2 \vartheta'}{d t^2} = -\frac{g}{l}(M' - M)\,\vartheta' = -k'\vartheta,$$

wo ϑ' den unendlich klein gedachten Ausschlag zur Zeit t, l die Länge, g die Erdbeschleunigung und M', M die Masse des Pendels, bez. der von ihm verdrängten Luft bedeuten und c eine constante Grösse ist.

1) Boussinesq, Liouville J. (2) **13.** p. 313. 1868.
2) Ketteler, Theor. Optik p. 49.

Die Constante k'[1]) bedeutet also nicht die treibende Kraft des isolirten Pendels, sondern sie umfasst implicite zugleich auch den activen Einfluss der Luft.

Indess auch dann, wenn die Druckkräfte der Luft auf ein bewegtes Pendel anders einwirken als auf ein ruhendes, bleibt ohne Zweifel die Form der Schwingungen als Sinusoide ungeändert dieselbe. Bezeichnet man daher die vorläufig ohne nähere Untersuchung nicht weiter angebbare treibende Kraft für den lufterfüllten Raum durch eine Constante k_m', für den luftleeren dagegen durch k_μ', so ist bei steter Unterscheidung beider den allgemeinen theoretischen Anforderungen genügt.

Ist übrigens das Pendel auch noch inneren Reibungskräften unterworfen, so tritt bekanntlich zu dem dem Ausschlage proportionalen Gliede noch ein der Ausschlagsgeschwindigkeit proportionales hinzu. Wir bezeichnen die Constante desselben durch $-g'$ und unterscheiden dieselbe gleichfalls als g_m' und g_μ'.

Schreibt man schliesslich der mitbewegten Luft einen von dem der Pendelmasse (ϑ') verschiedenen Ausschlag ϑ zu, so lässt sich der sogenannte hydrodynamische Einfluss derselben statt durch $Mc(d^2\vartheta'/dt^2)$ richtiger durch $C(d^2\vartheta/dt^2)$ ausdrücken, wo wieder C eine Constante ist.

Da die vorstehende Erörterung sich ohne weiteres auch auf Elasticitätspendel überträgt, so gelten hiernach für diese die beiden Gleichungen:

$$(7)\qquad \begin{cases} \dfrac{d^2\xi'}{dt^2} = -k_m'\xi' - g_m'\dfrac{d\xi'}{dt} - C\dfrac{d^2\xi}{dt^2} \\ \dfrac{d^2\xi'}{dt^2} = -k_\mu'\xi' - g_\mu'\dfrac{d\xi'}{dt}, \end{cases}$$

je nachdem nämlich die Schwingungen mit oder ohne Einfluss der Luft erfolgen.

8. Ich habe diese Gleichungen in meinem Buche auf die optischen Schwingungen und insbesondere auf das Dispersionsgebiet übertragen. Dabei ist unglücklicherweise durch ein Versehen auf p. 87 und in Widerspruch mit der erstgenannten Definition auf p. 50 die Grösse k' eine auch den isolirten Bestandtheilen des Mediums eigene Kraft genannt. Wenn-

1) Vgl. ihre erste Definition l. c. p. 50.

gleich dieses Versehen auf die weitere Entwickelung nirgendwo hemmend eingewirkt hat und eben aus diesem Grunde lange unentdeckt blieb, so ist doch leider das Verständniss oder vielmehr das Plausibele derselben dadurch einigermaassen beeinträchtigt worden.

Will man in der That in ersterer Gleichung die Grössen k_m', g_m' durch k_μ', g_μ' ersetzen, so wird dadurch die Form derselben eine gänzlich verschiedene.

Gesetzt zunächst, es gebe Medien, für welche die Absorptionsconstante vernachlässigt werden könne. Setzt man für ein solches:

$$k_m' = (1 + K)\, k_\mu'\,,$$

sodass die erstere der Gleichungen 7 sich schreibt:

$$\frac{d^2 \xi}{d t^2} + C \frac{d^2 \xi}{d t^2} = -(1 + K)\, k_\mu' \, \xi',$$

und denkt man sich jetzt den speciellen Fall, dass die Aethertheilchen eine mit den Körpertheilchen identische Bewegung haben, so fällt dann begreiflicherweise jeder Einfluss des Aethers fort. Damit also für die Bedingung $\xi = \xi'$

$$\frac{d^2 \xi}{d t^2} = \frac{d^2 \xi'}{d t^2} = -\, k_\mu' \, \xi'$$

werde, dazu ist nur nöthig, $K = C$ zu nehmen.

Lassen wir diesen Werth allgemein zu, schreiben also in Gleichung 7:

$$(8) \qquad k_m' = (1 + C)\, k_\mu'\,, \quad g_m' = (1 + C)\, g_\mu'$$

und addiren in derselben links und rechts $C(d^2 \xi' / d t^2)$, so erhält sie die definitive Form:

$$(9) \qquad \frac{d^2 \xi'}{d t^2} = -\, k_\mu' \, \xi' - g_\mu' \frac{d \xi'}{d t} + \frac{C}{1 + C} \left(\frac{d^2 \xi'}{d t^2} - \frac{d^2 \xi}{d t^2} \right).$$

Demnach bewirkt also *der gesammte Einfluss des Aethers eine zusätzliche Kraft, welche der Differenz der Beschleunigungen der Körper- und Aethertheilchen proportional ist.*

Die völlige Identität dieser Gleichung mit Gleichung Ib beweist sich natürlich auch durch die entstehenden beider-

seitigen Integralausdrücke. Mittels ersterer erhält man das Amplitudenverhältniss:

$$\frac{A'}{A} = \frac{C}{\frac{T^2(1+C)}{T_\mu^2} - 1 - \sqrt{-1}\,\frac{G_\mu T(1+C)}{T_\mu}},$$

während letztere den Ausdruck (2b) lieferte. Beide werden identisch, sobald man setzt:

$$\frac{1+C}{T_\mu^2} = \frac{1}{T_m^2}, \quad \frac{G_\mu}{T_\mu}(1+C) = \frac{G_m}{T_m},$$

d. h.

$$k_\mu' = \frac{k_m'}{1+C}, \quad g_\mu' = \frac{g_m'}{1+C}.$$

9. Stelle ich hiernach die durch einfache Transformationen gewonnene neue Form der Dispersionsgleichungen der älteren gegenüber, so hat man nunmehr auch:

$$\text{II.} \quad \begin{cases} m\,\frac{d^2\xi}{dt^2} = e\,\frac{d^2\xi}{dx^2} - \Sigma\alpha\,\frac{d^2\xi'}{dt^2} - \Sigma\beta\,\frac{d^2\xi}{dt^2} \\ m'\,\frac{d^2\xi'}{dt^2} = -k_\mu\xi' - g_\mu\,\frac{d\xi'}{dt} + \gamma\left(\frac{d^2\xi'}{dt^2} - \frac{d^2\xi}{dt^2}\right) \text{[1]}, \end{cases}$$

und sind darin zugleich behufs Erweiterung auf Medien mit mehreren Absorptionsgebieten die nöthigen Summenzeichen hinzugefügt.

Die zweite dieser Gleichungen fällt für eine gegebene Schwingungsdauer ganz mit der bezüglichen v. Helmholtz'-schen zusammen. Schreibt man nämlich das letzte Glied so:

$$-2\pi\frac{\gamma}{T^2}(\xi' - \xi) = \gamma'(\xi' - \xi),$$

so erscheint hier der Coefficient γ' dem Quadrate der Schwingungsdauer umgekehrt proportional, während er bei Hrn. v. Helmholtz constant ist.

---

1) Wollte man in ersterer Gleichung die einzelnen $\alpha = -\beta = \gamma$ setzen, so dass käme:

$$m\,\frac{d^2\xi}{dt^2} = e\,\frac{d^2\xi}{dx^2} - \Sigma\gamma\left(\frac{d^2\xi'}{dt^2} - \frac{d^2\xi}{dt^2}\right),$$

so würde das meines Erachtens eine unnöthige und sogar schädliche Beschränkung sein.

Durch vorstehende Entwickelung hoffe ich meiner Theorie einen nicht blos vorübergehenden, und ein solcher ist ihr ja bisher schon zugesprochen worden, sondern wenn möglich auch einen bleibenden Werth zu sichern. Sie ist bis jetzt die einzige, nach welcher sich, der Erfahrung entsprechend, die Refractions- wie Absorptionscoefficienten zu beiden Seiten des Maximums der Resonanz nur *um endliche* Beträge ändern.

Münster i. W., im April 1892.

IV. *Ueber die Electricität der Wasserfälle; von Philipp Lenard.*

(Hierzu Tafel III Fig. 1—9.)

Es ist lange bekannt, dass Wasserfälle die Luft in ihrer Umgegend mit negativer Electricität beladen.

Die Aehnlichkeit dieser merkwürdigen Erscheinung mit den electrischen Vorgängen, welche das Fallen der atmosphärischen Niederschläge begleiten, verleiht ihr besonderes Interesse. Es soll daher im Folgenden über Beobachtungen berichtet werden, welche zeigen, dass dieser Electricitätsentwickelung eine ganz unerwartete Erscheinung zu Grunde liegt.

Beobachtungen an Wasserfällen; das Erdpotentialgefälle ist ohne Einfluss.

1. Bei Gelegenheit ihrer electrischen Beobachtungen auf dem hohen Sonnblick [1]) theilen die Hrn. Elster und Geitel die interessante Thatsache mit, dass die negative Luftelectricität sogar bis zu Höhen von 500 m über Wasserfällen bemerkbar ist und sie sprechen (nach Hoppe) die Vermuthung aus, dass die Erscheinung eine Wirkung des normalen Erdpotentialgefälles auf das zerstiebende Wasser sei. Die Stäubchen trennten sich unter der Influenz dieses nach oben hin positiven Gefälles mit negativer Ladung ab und führten sie mit sich in die Luft, während die positive Electricität mit den grösseren Wassermassen zur Erde gehe. Eine gewisse Art von Selbstinfluenz verstärke weiterhin die so erregte Wirkung.

Hierdurch wurde ich kurz vor einer Reise durch die an Wasserfällen so reichen Gegenden der Alpen zu ähnlichen Beobachtungen aufgemuntert. Wollte man jene Vermuthung prüfen, so kam es darauf an, zu sehen, wie sich in tiefen engen Schluchten, also vor dem Endpotentialgefälle geschützt fallendes Wasser verhält.

1) Elster und Geitel, Wien. Ber. **99.** 1890; Exner's Rep. **27.** p. 419. 1891.

Eine kleine metallene Petroleumlampe (Rundbrenner, deren Glascylinder durch einen ganz kurzen aus Metall ersetzt war) die sich an einen isolirenden Ebonitstab (40 cm lang) stecken liess, diente hierbei als Collector für die Luftelectricität. Sie war durch blanken Draht mit dem vorzüglichen Exner'schen Electroskope zu verbinden, dessen Divergenz dann den Potentialunterschied zwischen dem Ort der Flamme und der Erde angibt. [1]). Sein Vorzeichen wurde nach Lostrennen der Lampe mit Hülfe eines geriebenen Ebonitstückes geprüft.

2. Wird die Flamme bei schönem Wetter auf freiem Felde hochgehoben, so erscheint eine positive Divergenz am Electroscope: die bekannte Wirkung des normalen Erdpotentialgefälles. Befinden wir uns aber in der Nähe eines Wasserfalles, so ist das Zeichen der Divergenz umgekehrt und sie ist im allgemeinen auch bedeutend stärker.

An wasserreichen, tosenden, selbst nur wenige Meter hohen Fällen war die Luftelectricität so stark, dass der Flammencollector weggelassen werden musste; ein Stück Draht von 30 oder 10 cm Länge wurde dann am Knopfe des Electroscopes befestigt, worauf es, in der ausgestrecten Hand gehalten, meist bis zum Anschlagen der Blätter an das Gehäuse divergirte. Schwächer war die Luftelectricität an kleinen Sturzbächen, es wurden hier nur mit Hülfe des Flammencollectors starke Divergenzen erhalten. Auch plättschernde Bäche mit schwach geneigtem Bett zeigten noch Wirkung, doch nur, wenn die Flamme der Wasseroberfläche ganz nahe gebracht wurde. Glatte Wasserläufe gaben gar keine Anzeichen am Electroskop.

Die Stärke der Wirkung richtete sich also ganz nach der Heftigkeit mit der das Wasser fiel und darin machten auch Wasserfälle in tiefen Schluchten keine Ausnahme; sie wirkten nicht schwächer als solche, die mit ungefähr der gleichen Macht frei an Bergwänden herabfielen. Die ersteren mussten dem Erdpotentialgefälle sehr viel weniger ausgesetzt sein, als die letzteren, denn schon in einem Hohlwege von nur

1) Eine Divergenz von 60° entspricht, an der Scale dieses Electroskopes abgelesen, etwa 200 Volt.

7 m Tiefe war dieses Gefälle, mit hochgehaltener Flamme und Electroskop geprüft, unmerklich. Man muss hieraus schliessen, dass die Erscheinung unabhängig vom Erdpotentialgefälle ist.

Von den an zehn grossen und vielen kleinen Wasserfällen gesammelten Beobachtungen sei im Einzelnen das Folgende bemerkt (3, 4, 5).

3. Nach Aussen hin am vollkommensten abgeschlossen war der grosse Fall in der Liechtensteinklamm, bei St. Johann i. Pongau. Schon der obere Lauf der wasserreichen Grossarler Ache, vor dem Falle, ist von hohen, meist sehr steilen Bergwänden eingeschlossen; zwischen fast senkrechten, an 100 m hohen Wänden fällt sie dann in mehreren Abtheilungen in eine noch tiefere Klamm hinab, die electrisch so gut wie geschlossen ist, denn die Felswände, an 200 m hoch und nur 2 bis 10 m voneinander abstehend convergiren nach oben sogar theilweise bis zur Berührung. In diesem Theile der Klamm verlaufen die zwei unteren Drittel des etwa 70 m hohen Falles und dort zerstiebt das Wasser beim Auffallen auf die Felsen um dann in einer Reihe von kleineren Stürzen weiter abzufliessen.

Am Electroskope ergab sich Folgendes: Vor dem Falle — in der oberen Klamm — ist Luftelectricität nur mit Hülfe der Flamme und ganz nahe der Oberfläche der Ache nachzuweisen, dort ziemlich starke negative Divergenz ergebend. In der Nähe des Falles aber, und im ganzen unteren Theile der Klamm, divergirt das Electroskop schon mit 10 cm Draht an seinem Knopfe überall sehr stark mit negativer Electricität, wenn es gegen das Innere der Schlucht gehalten wird; ganz nahe an die Felswand gebracht, gehen die Blätter zusammen. Berührt man das Electroskop, während es von der Wand weggehalten wird, ableitend, und bringt es dann gegen die Wand, so divergirt es, wie zu erwarten, mit positiver Electricität. Am stärksten war die Electrisirung über dem Orte, wo der Fall an den Felsen zerstiebt (an diesen Ort selbt zu gelangen war nicht möglich); die Luft war dort voll von durcheinanderwirbelnden Wassertröpfchen. Entfernte man sich längs der abfliessenden Ache (auf dem an der Felswand befestigten Steige) von dieser Stelle, so nahm die Divergenz langsam ab;

bemerkenswerth aber war es, dass die in der Luft sichtbare Menge von Wasserstaub sehr viel rascher und insbesondere in gewisser Entfernung vom Falle plötzlich abnahm, ohne dass sich dort ein entsprechender Abfall der Divergenz hätte bemerken lassen. Starke Divergenzen zeigten sich auch dort noch, wo kein Wasserstaub mehr zu sehen war.

4. Dass die Electricität vom *Fusse des Falles* ausgeht, wo auch der feine Sprühregen im Auffallen des Wassers seinen Ursprung nimmt, und dass Electricität und Wasserstaub sich von dieser Stelle aus mit der heftig bewegten Luft auf gleichem Wege weiter verbreiten, war besonders gut an zugänglichen Fällen mittlerer Stärke zu beobachten (z. B. dem in der „Lötz" bei Landeck oder den Fällen des bei Eyrs mündenden kleinen Zuflusses der Etsch). Es wurden hier bei Annäherung an den Fuss des Falles stets umso stärkere Divergenzen erhalten, je mehr man vom Wasserstaube durchnässt wurde. Trotzdem durfte nach den Beobachtungen in der Liechtensteinklamm der Wasserstaub — mindestens der sichtbare — nicht als Träger der negativen Electricität betrachtet werden. Aehnliches zeigte sich auch an dem grossen Falle in der Kitzlochklamm, bei Lend-Gastein: Es waren dort die Ladungen an dem Rande des mit sichtbaren Tröpfchen erfüllten Bezirkes am stärksten, selbst in geringer Entfernung von den Felswänden; nicht stärker, eher schwächer waren sie in demselben. ohne dass die Isolation dort gelitten hätte.

5. Ein Wasserfall, den ich bei sehr wechselndem äusseren Potentialgefälle zu beobachten Gelegenheit hatte, war der vom Stilfser Joch und dem Madatschferner herab gespeiste Klammfall bei Trafoi. Der 22. und 23. August waren regnerische Tage mit stark electrischem Wolkentreiben bis ins Thal hinab. Das Potentialgefälle war überall im Thale so aussergewöhnlich stark, dass schon beim Hochheben des mit 30 cm Kupferdraht versehenen Electroskopes starke Ausschläge erfolgten, im Zeichen schnell, oft minutenweise, wechselnd (ohne dass dieser Wechsel von einer bemerkbaren Aenderung im Wetter begleitet gewesen wäre.) An diesen zwei Tagen untersuchte ich jenen Wasserfall, an den man bis auf ungefähr 2 m herantreten kann, besonders häufig, während vergleichsweise abwechselnd das Wolkenpotential von einem ca. 200 Schritt

entfernten Felsblocke aus mit dem obigen Resultat geprüft wurde. Die Wolken trieben auch dicht bis an den am Ausgange der Klamm in den Thalkessel befindlichen Fall heran und er war daher zu dieser Zeit einer ausserordentlich verstärkten und im Zeichen wechselnden Influenzwirkung ausgesetzt. Trotzdem war die Luftelectricität in seiner Nähe stets nur negativ und etwa ebenso stark wie früher und später bei schönem Wetter. Ebensowenig zeigten die zwei grossen, am Ende des Trafoier Thales befindlichen Fälle eine Aenderung in diesen Tagen.

Offenbar wird die Electricitätserregung der Wasserfälle durch eine *innere* Ursache bewirkt.

Wasserstrahlen die auf ein Hinderniss treffen, verbreiten negative Electricität in der Luft.

6. Es musste demnach möglich sein, Wasserfallelectricität auch in den geschlossenen Räumen eines Hauses zu erhalten. Strahlen der Wasserleitung konnten hierzu benutzt werden.

Der erste Versuch, in Heidelberg angestellt, hatte einen überraschenden Erfolg. In einem kleinen Raume befand sich eine mit der Wasserleitung verbundene Brause etwa 2 m hoch über einer Badewanne aus Zink. Es wurde die Brause in die anfangs leere Wanne laufen gelassen und währenddessen die Luftelectricität im Zimmer mit Flamme und Electroskop, wie in den Alpen, fortwährend geprüft. Es erschien eine stetig zunehmende Divergenz mit negativem Zeichen; sie war überall zu finden, näher oder ferner den Wänden, längs dem fallenden Wasser, am stärksten aber in der Mitte des Zimmers. Nachdem die Brause 4 Min. lang gelaufen war, begann das Electroskop sich regelmässig, durch Anschlagen der Blätter, etwa alle 4 Sec.. von selbst zu entladen. Die Brause wurde jetzt abgestellt und es nahm die Luftelectricität nun langsam ab, doch selbst 5 Min. später war sie noch sehr stark, um von neuem zuzunehmen, wenn das Wasser wieder lief. Es wurden nun die Fenster geöffnet und innerhalb einer Minute waren alle Anzeichen von Electrisirung verschwunden. Die Petroleumflamme hatte die Zimmerluft stark verunreinigt, es wurde deshalb der Versuch nach längerem Lüften mit einer

Kerzenflamme als Collector wiederholt; der Erfolg war der gleiche. Weiter konnte statt der Brause ein starker, ca. 1,5 cm dicker Strahl schief in die nun halbvoll gewordene Wanne geleitet werden; er riss sehr viel Luftblasen mit sich bis auf den Boden der Wanne hinab. Luftelectricität war am Exner'schen Electroskope innerhalb 3 Min. nicht nachzuweisen. Fiel dagegen derselbe Strahl, statt in das Wasser, gegen einen in die Wanne gestellten eisernen Schirm, so trat die negative Electricität wieder auf, doch nicht ganz so stark, als wenn wieder die Brause in die nun volle Wanne lief. Die Strahlen der Brause trieben nur wenig Luft, und nur einige Centimeter tief, unter die Wasseroberfläche.

7. Um die Untersuchung in Bonn fortzusetzen, wurde der eben beschriebene Versuch hier wiederholt. Doch der erwartete Erfolg blieb fast gänzlich aus. Am Exner'schen Electroskop war keine Divergenz zu erhalten. Nur mit einem Hankel'schen Electrometer gelang es schliesslich, die negative Luftelectricität wieder aufzufinden. Trotz mehrfachen Variirens der Versuchsbedingungen blieb freilich zwischen Heidelberg und Bonn der grosse Unterschied in der Beschaffenheit des Leitungswassers bestehen. Das Heidelberger Wasser ist fast so rein wie destillirtes, dass Bonner so unrein, dass jedes verdunstende Tröpfchen eine starke Salzkruste hinterlässt. Die Vermuthung, dass nur reines Wasser starke Wirkung ergibt, hat sich später bewährt.[1])

8. Zu dieser Zeit fand ich eine Notiz der Hrn. Maclean und Makita Goto auf, über folgenden Versuch: Es sollte der electrische Zustand von Luft geprüft werden, die unter einer grossen Gasometerglocke abgesperrt war und es lief hierzu der Strahl eines Thomson'schen Wassertropfcollectors durch die Glocke. War nun die abgesperrte Luft ursprünglich unelectrisch, so wurde sie durch das blosse Rinnen des Tropfers allmählich electrisch und zwar negativ; das Potential stieg bis auf etwa — 5 Volt. Die Erscheinung änderte sich nicht, wenn die ursprünglich aus rostigem Eisen bestehende Innenfläche der Glocke mit Oelfarbe gestrichen wurde, sie trat aber

1) Unreinheit des angewandten Wassers dürfte auch den Misserfolg verschuldet haben, den die Hrn. Elster und Geitel bei einem ganz ähnlichen Versuch hatten; l. c. Exner's Rep. p. 426.

sehr zurück, nachdem eine Zeit lang staubfreie Luft durch die Glocke gesaugt worden war. [1])

Offenbar bestand zwischen dieser schwachen Wirkung des Tropfers und der starken der Wasserfälle oder der Brause nur ein gradueller Unterschied.

Hiervon ausgehend wurde der in Fig. 1 dargestellte Apparat construirt, der sich für das schwach wirksame Bonner Wasser als brauchbar erwies. In eine Wanne *W* ist die Gasometerglocke *G* gestellt [2]), in deren obere Oeffnung das Messingrohr des Tropfers *T* mit Siegellack isolirend eingekittet ist. Die an das Rohr geschobene Blechscheibe *z* schützt die Isolation vor Bespritztwerden und schirmt zugleich das Innere der Glocke vor der Influenz des etwa electrischen Isolators. Die Glocke ist zur Erde geleitet, der Tropfer mit dem Electroskop oder dem Electrometer verbunden; sein Reservoir, sowie die Wanne enthalten Leitungswasser. Das zweite Rohr *R*, mit dem starken Wasserstrahl ist ein zur Spitze von 1,5 mm Weite ausgezogenes Glasrohr, ganz bis zur Mündung mit zur Erde geleitetem Stanniol umwickelt und mit der Wasserleitung verbunden.

Läuft zunächst der starke Strahl dieses Rohres noch nicht, so kann die von Maclean und Makita Goto gefundene Eigenwirkung des Tropfers beobachtet werden: Während etwa 15 Min. langem Laufen desselben entsteht am Hankel'schen Electrometer [3]) eine Verschiebung von -1 Sc. (4,5 Sc. $=$ 1 Volt). Diese schwache Wirkung wird im Folgenden vernachlässigt; es genügt, den Tropfer für $^1/_2$ Min. in Gang zu setzen, um das volle Potential des Inneren zu erfahren.

9. Schiesst nun der Strahl der Wasserleitung bei vollem Drucke durch das Rohr *R* in die Glocke, so ist sofort starke negative Luftelectricität zu beobachten; wie stark sie ist, hängt jedoch ganz davon ab, *wie der Strahl im Gasometer auffällt.*

---

1) Maclean und Makita Goto, Phil. Mag. (5) **30.** p. 148. 1890.

2) Alle Apparate bestehen, wo nichts anderes bemerkt, aus blankem Zinkblech. Für die Dimensionen vgl. den Maassstab der Tafel.

3) Das Aluminiumblatt des Instrumentes war mittels Mikroskop und Ocularscale zu beobachten; die Wasserbatterie war durch eine Zamboni'sche Säule ersetzt.

Je höher *erstens* die Wanne *W* anfänglich schon gefüllt ist — je tiefer also die Wasserschicht, in die der Strahl fällt — desto geringer die Wirkung. Ist beispielsweise die Wanne anfangs fast leer, so steigt das Luftpotential beim Loslassen des Strahles erst rasch an, nimmt dann aber — in dem Maasse als sich die Wanne mehr und mehr füllt — wieder ab, wie die folgende Zusammenstellung zeigt, aus welcher auch ersichtlich ist, dass die Electricität nach Abstellen des Strahls ziemlich rasch wieder aus der Luft verschwindet.

Tabelle I.

Zeit, v. Losl. d. Strahles an:	0	1,5	4	7	9 (Strahl abgest.)	10	13,5	18 Min.
Potential, bei fortlaufendem Tropfer am Hankel'schen Electrometer abgelesen:	0 0	−60 −12	−49 − 9,8	−42 − 8,4	−37 − 7,4	−31 − 6,2	−16 − 3,2	−5 Sclthl. −1 Volt
Wasserhöhe in der Wanne:	1	2,7	5,4	8,7	11	11	11	11 cm

Wird *zweitens* das Rohr *R* schief gestellt, so dass der Strahl — statt auf das Wasser — etwas oberhalb desselben an die Innenwand der Glocke schlägt (ohne den Strahl des Tropfers zu stören), so ist die Wirkung ausserordentlich verstärkt. Schon $^1/_2$ Min. nach Loslassen des Strahls geht sie bis ins Messbereich des Exner'schen Electroskopes, an welchem sich nach 8 Min. eine Divergenz von mehr als — 100 Volt ergibt, die bei weiterem Fortlaufen des Strahls constant bleibt. Die später folgende Tab. II gibt den vollständigen Verlauf des Luftpotentiales in ähnlichen Versuchen; ein Vergleich derselben mit Tab. I zeigt, dass beim Auffallen des Strahles auf Zinkblech 10 mal so hohe Luftpotentiale entstehen, als wenn er in Wasser von 2,7 cm Tiefe fällt und fast 20 mal so hohe, als wenn er auf eine 11 cm tiefe Wasserschicht fällt.[1] Die bis auf etwa 1 Stunde nach Abstellen des Strahls ausgedehnte „Reihe 3" dieser Tabelle zeigt, dass diese stärkeren Ladungen sich auch länger in der Luft erhalten, als die schwächeren der Tab. I, die schon nach 8 Min. fast verschwunden waren.

Drittens ist auch die Länge des Strahls von Einfluss Wird das nun wieder senkrecht gestellte Ausflussrohr weiter

1) Vgl. dasselbe Resultat im Heidelberger Versuche (6.).

ins Gasometer hinein verlängert, sodass seine Mündung statt 70 cm nur 10, 20 oder 30 cm von der Wasserfläche absteht, so ist die Wirkung auf etwa den zehnten Theil verringert.

Der continuirliche Theil des benutzten Strahles war 30 bis 60 cm lang, wie Momentbeleuchtung durch electrische Funken erkennen liess.

Staubgehalt der Luft ist unwesentlich.

10. Fast alle festen Körper werden in Berührung mit Wasser negativ electrisch. Es war daher die Möglichkeit nicht ausgeschlossen, dass es der Staub der Luft sei, der von fallendem Wasser electrisirt wird. Die ausserordentliche Reinheit der Luft an den Wasserfällen der Alpen machte dies allerdings nicht sehr wahrscheinlich.[1])

Um die Gasometerglocke mit staubfreier Luft füllen zu können, wurden zwei Messingrohre von unten, durch das Sperrwasser, in dieselbe eingeführt. Das eine Rohr endete innen dicht über der Wasserfläche, das andere reichte längs der Innenwand der Glocke bis an deren Decke hinauf. An das äussere Ende des kürzeren Rohres schloss ein grosses Wattefilter, an das des längeren ein Schlauch, der zu einer grossen Flasche führte, welche ihrerseits mit einer Wasserluftpumpe verbunden war. Alles schloss luftdicht, so dass die von der Pumpe angesaugte Luft erst das Wattefilter, dann die Glocke, zuletzt die Flasche passiren musste. Nach 12 bis 14 Stunden langem Saugen waren in der Flasche — durch Comprimiren ihres feuchten Luftinhaltes und rasches Expandirenlassen — keine Nebelkerne mehr nachzuweisen; war so die Flasche staubfrei, so musste es auch die Glocke sein.

In der so gereinigten Luft wurde nun die Wirksamkeit von Wasserstrahlen wie eben zuvor geprüft, sowohl beim Auffallen auf Wasser als auf Zinkblech. Wieviel Sorgfalt und

---

1) So war es z. B. in Trafoi trotz grosser Luftfeuchtigkeit und niedriger Temperatur nicht möglich, auch nur die Spur einer sichtbaren Hauchwolke aus dem Munde zu erzeugen — offenbar wegen Mangel an Condensationskernen. Dichte Hauchwolken erschienen, sobald man über eine brennende Cigarre oder ein glimmendes Streichholz athmete oder wenn man in die Richtung des Rauchzuges einer der wenigen dort befindlichen Schornsteine kam; ebenso innerhalb der Häuser. Eine Tasse heisse Milch hörte sofort zu dampfen auf, wenn man sie ins Freie brachte.

Zeit aber auch auf das Entfernen des Staubes verwandt worden war, die Wirkung war doch unverändert dieselbe, wie wenn vergleichsweise wieder gewöhnliche Zimmerluft unter die Glocke gebracht wurde, die, in der Flasche geprüft, dicken Nebel ergab.

Die folgende Tabelle gibt drei so erhaltene Beobachtungsreihen, bei welchen der Strahl auf die horizontale Zinkblechbrücke *b* (Fig. 1) fiel, die jetzt in der Glocke angebracht war.

Tabelle II.

Zeit, vom Loslassen des Strahles an	Reihe 1. Staubfreie Luft. Luftpotentiale		Reihe 2. Laboratoriumsluft. Luftpotentiale		Reihe 3. Laboratoriumsluft. Luftpotentiale	
Min.	Scalenth. a. Electroskop	Volt	Scalenth. a. Electroskop	Volt	Scalenth. a. Electroskop	Volt
0	0	0	0	0	0	0
1	4,8	−102	5,6	−114	3,6	− 80
2	5,6	−114	—	—	4,6	− 98
3	6,4	−122	6,6	−126	—	—
4	7,0	−130	6,8	−128	5,2	−109
5	7,2	−133	6,8	−128	5,2	−109
6	7,2	−133	7,0	−130	5,6	−114
7	7,2	−133	7,0	−130	5,6	−114
8	7,2	−133	7,0	−130	5,8	−115
9	7,2	−133	7,2	−133	6,0	−117
10	Strahl abgestellt					
11	4,2	− 88	4,6	− 98	4,8	−102
12	3,0	− 65	3,2	− 69	3,6	− 80
13	2,8	− 61	3,0	− 65	3,0	− 65
14	—	—	—	—	2,8	− 61
19	—	—	—	—	1,8	− 40
24	—	—	—	—	−58 *	− 23
49	—	—	—	—	−10 *	− 5
63	—	—	—	—	− 2,9*	− 1,5

Die durch * gekennzeichneten Ablesungen wurden am Hankel'schen Electrometer genommen, alle übrigen am Exner'schen Electroskop.

Für die erste Reihe war die Luft, nach dem Filtriren, noch durch 15 Minuten langes Einleiten eines kräftigen Dampfstrahles in die Glocke von den etwaigen letzten Spuren Staubes befreit worden. Die zweite wurde unmittelbar nach der ersten erhalten, als die Luft aus der Glocke durch Wasser verdrängt und durch unfiltrirte ersetzt worden war. Man sieht die so gut

wie vollkommene Uebereinstimmung der beiden Reihen. Sie enthalten die grössten, Reihe 3 dagegen die kleinsten mit derselben Versuchsanordnung erhaltenen Potentiale; für den Unterschied gibt der zwischen 3,7 und 2,8 Atm. schwankende Druck der Wasserleitung ausreichende Erklärung.

11. Es ist somit jeder Antheil des gewöhnlichen Staubes der Luft an der electrischen Wirkung ausgeschlossen. Dennoch zeigte sich in den oben (8.) erwähnten Versuchen von Maclean und Makita Goto Abnahme der Wirkung nach dem Filtriren der Luft. Versuche mit absichtlich verunreinigter Luft gaben Aufklärung über diesen scheinbaren Widerspruch.

Wurde eine Wolke von Tabaksrauch in die Glocke geblasen, oder eine Bunsen-Flamme einige Secunden lang in derselben brennen lassen und dann der Versuch mit dem Wasserstrahle angestellt, so ergaben sich bis dreimal so starke Wirkungen wie unter sonst gleichen Umständen ohne diese Verunreinigungen. Es ist indessen keine nothwendige Annahme, dass Rauch oder Flammengase die *Erregung* der Electricität begünstigen, sondern es genügt zur Erklärung des höheren Ansteigens der Luftpotentiale die sehr auffallende Wirkung jener Verunreinigungen, die Electricität in der Luft zu *conserviren*. Die zweite und dritte Zeile der folgenden Zusammenstellung zeigen vergleichsweise den Verlauf des Verschwindens der Luftelectricität nach dem Abstellen des Strahls, wenn sie ohne und mit Rauch erregt worden war; der Strahl war beidemal in Wasser gefallen.

Tabelle III.

Zeit		0m	1m	5m	6m	10m	16m	27m	58m	2h 1
Luftpotent. in Volt	Gewöhnl. Luft	– 6,2	– 4,8	–	– 1,8	–	– 0,2	–	–	-
	Tabaksrauch	– 13,0	–	– 9,6	–	– 8,6	–	– 6,2	– 4,2	– 1

Während also bei gewöhnlicher Luft das Potential in 16 Minuten von 6,2 Volt auf 0,2 sank, brauchte es bei rauchhaltiger Luft 112 Minuten, um von derselben Höhe nur auf 1,0 Volt zu fallen. Ganz ähnlich war das Verhalten von Flammengasen.

Es wurde von jetzt ab die Luft des Arbeitszimmers sorgfältig von Verunreinigungen freigehalten; später noch öfter

wiederholte Vergleichung mit staubfreier Luft liess nie einen Unterschied erkennen.

12. Es ist zu den Versuchen mit staubfreier Luft noch zu bemerken, dass die Wasserstrahlen selbst so anhaltenden Staub in der Glocke erzeugten, dass er die electrische Ladung um das 20- bis 40fache überdauerte. So war in einem der Versuche der Strahl 7 Min. lang in die staubfreie Glocke (in Wasser von einigen cm Tiefe) gelaufen und hatte ein Luftpotential von — 34 Sc. am Electrometer erzeugt (4,5 Sc. = 1 Volt). 2 Min. nach Abstellen des Strahles wurde eine Probe der Luft aus der Glocke in die staubfreie Flasche (10.) gesaugt (während neue Luft durch das Wattefilter in die erstere eintreten konnte), um sie auf Nebelkerne zu prüfen. Es ergab sich dichter, langsam zu Boden sinkender Nebel mit schön ausgebildeten Farbenringen um eine Kerzenflamme. Im Gasometer war mittlerweile das Potential auf — 7 Sc. gefallen. In der 13. Minute nach Abstellen des Strahles wurde eine neue Luftprobe in die wieder staubfrei gemachte Flasche entnommen und die Nebelbildung noch ungeschwächt gefunden, ebenso in der 28. und 48. Minute, während das Potential der Luft schon in der 20. Minute auf — 0,5 Sc. gesunken und in der 38. Minute unmerklich geworden war. Ja sogar nach 1 St. 13 Min. und nach 13 St. 45 Min. war die Luft der Glocke noch fähig, Nebel zu erzeugen, wenn auch jetzt deutlich schwächer als anfangs.

Diese solange schwebend bleibenden Nebelkerne sind Wasserstaub; dies ist bei der grossen Unreinheit des Bonner Wassers leicht zu zeigen. Wurde die abgesperrte Luft, statt in der Staubflasche, durch Einleiten in eine Bunsen-Flamme geprüft, so zeigte sie sich noch lange nach Abstellen des Strahles natronhaltig. Es stand hierzu die Gasometerglocke statt in der Wanne in dem ursprünglich zu ihr gehörenden hohen Gefässe, sodass ihr Luftinhalt durch Wasser herausgedrängt und in passendem Strome der Flamme zugeleitet werden konnte. Ein Hülfsgasometer lieferte zum Vergleiche einen Strom stets staubfreier Luft von derselben Stärke. Beide Luftströme konnten in beliebiger Abwechslung in das eine Luftloch des Bunsen-Brenners geleitet werden, dessen zweites verstopft war, während gleichzeitig seine Flamme mit freiem Auge oder Taschen-

spectroskop beobachtet wurde. Beim Zuleiten staubfreier Luft war der Flammenmantel rein blau, im Spectroskop blitzte auf dunklem Grunde nur zeitweilig — beim Eintreten von Staubtheilchen aus der äusseren Luft — die Natriumlinie auf. Die Luft aus der Gasometerglocke dagegen, durch die der Strahl — wie im letzten Versuche in Wasser von einigen cm Tiefe fallend — 7 Min. lang gelaufen war, färbte den Flammenmantel gelb bis röthlich und liess die Na-Linie continuirlich stark erscheinen. So war es 3, 14, ja 18 Stunden nach Abstellen des Strahles und erst in der 27. Stunde war die Luft von staubfreier nicht mehr zu unterscheiden, wie sie es vor dem Laufen des Strahles gewesen war. Die electrische Ladung dagegen konnte sich nicht 38 Min. lang in der Luft erhalten haben, denn sie war unter genau denselben Umständen erregt wie im vorigen Versuche (vgl. auch die ähnlichen Versuche Tab. I oder Tab. III, obere Z.).

Electricität und Wasserstaub zeigen sich daher hier ebenso unabhängig voneinander, wie an den Wasserfällen (4). Da so die Annahme, der Wasserstaub sei Träger der Luftelectricität, zu Schwierigkeiten führt[1]), stellen wir — zu späterer Prüfung — die Vermuthung auf, *die Luft selbst werde durch herabfallendes Wasser electrisirt.*

Reinheit des Wassers ist wesentlich.

13. Versuchen wir nun die Wirkung von Strahlen destillirten Wassers. Um eine beliebige Flüssigkeit unter hohem Drucke ausströmen zu lassen, waren zwei Glasröhren, X und Y, so miteinander verbunden, wie es Fig. 2 zeigt. Das Schlauchstück r am tieferen Ende von X ist mit der Ausflussröhre R

---

1) Man müsste im obigen Versuche annehmen, dass der Wasserstaub seine Ladung an grössere Tröpfchen oder die feuchte Innenwand der Glocke abgegeben habe, ohne dabei festgehalten zu werden. Dies ist aber nur unter besonderen Umständen möglich. Wenn zwei Wassermassen zur Berührung kommen, so folgt dem electrischen Contact sogleich Zusammenfliessen (Lord Rayleigh, Roc Roy Soc. **34.** p. 145. 1882); nur bei raschem Aneinandervorbeibewegen der Wassermassen kann das Zusammenfliessen unterbleiben (Elster und Geitel, Wied. Ann. **25.** p. 129. 1885). Sehr kleine Potentialdifferenzen zwischen den Wassermassen begünstigen das Zusammenfliessen ausserordentlich (Lord Rayleigh, l. c.; Boys, Phil. Mag. (5) **25.** p. 417. 1888).

an dem Gasometer (Fig. 1) verbunden zu denken, der Quetschhahn Q_1 ist geschlossen und X bis zur Marke α mit der Flüssigkeit gefüllt, deren Strahl untersucht werden soll. Lässt man nun in das untere Ende von Y, durch W, Wasser aus der Leitung von β_1 bis β_2 einströmen, so wird der Luftinhalt des Rohres bis zu einem bestimmten Drucke, von etwa 3,5 Atm., nach X hinübergepresst. Der Apparat ist damit zum Versuche bereit. Wird Q_1 vom Electrometer aus plötzlich geöffnet, so schiesst der Strahl in die Glocke und seine Wirkung kann beobachtet werden. Das Ausflussrohr stand schief gegen den unteren Theil der Gasometerwand gerichtet (9).

Destillirtes Wasser, Leitungswasser und nahezu gesättigte Kochsalzlösung (22,9 Proc.) werden so vergleichend versucht. Destillirtes Wasser erzeugte *40 mal so hohe* negative Luftpotentiale als Leitungswasser[1]), die Kochsalzlösung gab schwache Ladungen mit positivem Zeichen. Folgendes sind die Mittelwerthe der Electrometerangaben:

Tabelle IV.

	Luftpotentiale	
bei	abgelesen	in Volts
Dest. Wasser .	8 Sc. Exner	−140
Leitungswasser	−17 Hankel	− 3,4
Kochsalzlösung	+7,5 „	+ 1,5

Es ist hierzu zu bemerken, dass das Luftpotential während des Ausströmens der Flüssigkeit, das 35 Sec. dauerte, anfangs anstieg, dann gegen Ende wieder etwas abnahm, was leicht erklärlich ist, da der Strahl unter abnehmendem Drucke stand; die Zahlen geben die höchsten Werthe der Potentiale. Bei der Kochsalzlösung waren die Ladungen etwas schwankend, einigemal traten gegen Ende des Ausströmens auch geringe negative Werthe auf. Wurde der Tropfer, der gewöhnlich, wie auch die Wanne, Leitungswasser enthielt, ebenfalls mit Kochsalzlösung gespeist, so änderte das nichts.

1) Vgl. hier die Versuche mit der Brause in Heidelberg und Bonn (6, 7).

Durch Luft herabfallendes Wasser wird positiv electrisch.

14. Haben wir bisher festgestellt, dass herabfallendes Wasser negative Electricität in die Luft treibt, so entsteht jetzt die Frage nach dem Verbleib der gleichen Menge der positiven Electricität. Es ist das Nächstliegende, sie im Wasser zu suchen.

Die bisher benutzte, mit der Wasserleitung verbundene Ausflussspitze ist hierzu, etwa in halber Zimmerhöhe, senkrecht nach abwärts weisend befestigt (*R*, Fig. 3); unter derselben steht, auf Siegellackstützen isolirt, der Blecheimer *E*, von dem ein Draht zum Electroscop oder Electrometer führt. Der Strahl *s* ergiesst sich in den Eimer, und es ist die Absicht, in ihm die Ladungen zu sammeln, die das Wasser etwa im Herabströmen erhält. In dieser einfachsten Form wirkte der Apparat aber zugleich als Tropfcollector und wir erhalten auch die Electricitätsmengen gesammelt, die in jedem Tropfen des Strahles durch die Umgebung inducirt werden; dies könnte die gesuchte Wirkung leicht fälschen. Es wurden deshalb die obersten 60 cm des Strahles, innerhalb deren er zerfiel, mit einem Messingrohre *C* umgeben, dessen Durchmesser sich von oben nach unten von 23 mm auf 45 mm erweiterte, sodass der Strahl überall sicher frei hindurchfallen konnte. Das Potential dieses Rohres konnte — durch Abzweigung vom Stromkreise eines Daniell-Elementes — so eingestellt werden, dass dem auffangenden Eimer durch ganz schwache, tropfende Strahlen schwache *negative* Ladungen zugeführt werden, das heisst so, dass jeder Tropfen des Strahles negative Ladung aus dem Rohre mit sich bringt. Es wurde gerade diese Einstellung gewählt, damit *positive* Ladung des Eimers niemals der Influenzwirkung zugeschrieben werden könne.[1]) Das Rohr soll Compensationsrohr heissen. Fügen wir noch hinzu, dass das gläserne Ausflussrohr *R* bis zur Mündung mit zur Erde geleitetem Stanniol umwickelt ist und dass der Eimer mit einem Stück Pappe *p* bedeckt ist, in dessen Mitte ein Loch den Strahl frei eintreten lässt, so ist die Versuchsanordnung vollständig beschrieben. Zum Beweise ihrer Unempfindlichkeit

1) Wurde das Rohr einfach zur Erde geleitet, so ergaben sich stets nur positive Ladungen im Eimer.

gegen äussere Störungen kann es dienen, dass eine in der Nähe des Strahles befestigte, geriebene Siegellackstange ohne wesentlichen Einfluss auf den Gang des Electrometers war. Wir können nun eine Reihe einfacher Versuche anstellen.

15. Zunächst überzeugen wir uns davon, dass kräftige Strahlen in der That *positive* Ladungen im Eimer ansammeln. Er sei — zu einem ausführlichen Versuche — etwa 80 cm unter der Mündung des Compensationsrohres aufgestellt und wir öffnen den Hahn der Wasserleitung vorerst nur soweit, dass ein ganz schwacher Strahl entsteht. Wie es nach Obigem sein soll, geht dann das Electrometer langsam nach der negativen Seite. Gehen wir nun stufenweise zu stärkeren und stärkeren Strahlen, so finden wir, dass die negativen Ausschläge verschwinden, dass positive entstehen, dass diese rascher und rascher anwachsen und dass schliesslich bei vollem Strahl das Electroskop — welches an Stelle des Electrometers treten musste — in kurzer Zeit bis zum Anschlagen der Blätter mit positiver Ladung divergirt. Vermindern wir die Stärke des Strahles wieder, so wiederholt sich alles in umgekehrter Reihenfolge, nur eins hat sich geändert. Bei einem gewissen, ziemlich schwachen Strahle finden wir nämlich zu Anfang des Versuches das Electrometer nahezu in Ruhe bleiben, zu Ende aber ziemlich grosse positive Ablenkungen ergeben, Dieser eine, besondere Strahl hat aber zugleich die Eigenthümlichkeit, continuirlich aus dem Compensationsrohre auszutreten und sich erst 10 oder 12 cm tiefer in Tropfen aufzulösen; er muss also die Electricität der Umgebung angezeigt haben, und den positiven Ablenkungen zufolge ist sie nach dem längeren Laufen der starken Strahlen negativ geworden. Nehmen wir hinzu, dass diese Ablenkungen nach kurzem Lüften des Zimmers wieder verschwinden, so haben wir die früher studirte negative Luftelectricität hier wiedergefunden.

Gegen den Schluss, dass das Wasser der starken Strahlen, mit negativer Ladung aus dem Compensationsrohre austretend, erst im weiteren Herabfallen positiv electrisch werde, muss allerdings noch der Verdacht bestehen, dass vielleicht die positiven Ladungen sich schon durch Reibung des Wassers aus der Ausflussspitze entwickelt hätten. Die weiteren Versuche werden ihn indessen bald beseitigen.

16. Es war bisher für nahezu constanten, mittleren Wasserstand im auffangenden Eimer gesorgt worden. Lassen wir diese Vorsicht ausser Acht, so bemerken wir, dass die Wasserhöhe von Einfluss auf die Stärke der Ladungen ist. Ist z. B. der Eimer anfangs ganz leer und fällt der volle Strahl hinein, so wächst der positive Ausschlag erst sehr rasch an, bald aber geräth er ins Stocken in dem Maasse, als sich der Boden des Eimers mehr und mehr mit Wasser bedeckt. Wir werden so darauf geführt, zunächst den Einfluss der Tiefe der Wasserschicht zu untersuchen, auf die der Strahl fällt. Um dieselbe constant halten und stufenweise verändern zu können, wurde dem Auffangegefässe die Form gegeben, welche Fig. 4 zeigt. Die Wanne *WW* ruht auf Siegellackstützen und in der Mitte derselben ist ein 40 cm hoher cylindrischer Behälter *B* aufgestellt, in welchen von oben ein etwas engerer Stutzen *St* (ebenfalls aus Zinkblech) eingeschoben ist. Der Stutzen wird von drei Haken *h* gehalten und schliesst nicht dicht an den Behälter, sodass sich der letztere nicht über das Niveau *nn* füllen kann, sondern das überschüssige Wasser über seinen Rand in die Wanne abfliesst, die auch oben etwa herausspritzendes Wasser zum grösseren Theile auffängt. Die Tiefe der Wasserschicht in *B* wird durch die horizontale Zinkblechscheibe *bb* begrenzt, die an drei Drähten in beliebige Tiefe unter *nn* aufgehängt werden kann.

Betrug die Länge des Strahles von der Ausflussöffnung bis zum Niveau *n* 107 cm, so wurden bei verschiedenen Wassertiefen *nb* (Fig. 4) innerhalb einer Minute die folgenden Potentiale (Mittelwerthe) am Electrometer erhalten.

Tabelle V.

Wassertiefe	0	2	4	7	10	15	20	30	40 cm
In 1 Min. entst. Ladung	+99	+48	+26	+14,2	+9,9	+6,1	+5,3	+6,4	+7,3 $\frac{\text{Volts}}{\text{Min.}}$

Je tiefer also das Wasser, desto geringer die Wirkung — aber nur bis zu einer Tiefe von etwa 20 cm; von da ab steigt sie wieder etwas an. Es ist dies dieselbe Tiefe, bis zu welcher Luftblasen vom Strahle unter die Wasseroberfläche getrieben wurden. Wir können daher das Resultat auch so aussprechen: Dass *umsoweniger Electricität gewonnen wird, je tiefer der Strahl*

ft unter das Wasser hinabtreibt. In dieser Form erinnert es fort an den Heidelberger Versuch (6) mit der Brause, die r wenig Luft und nur einige Centimeter tief hinabführte und t wirkte, während der Strahl, solange er Luft bis auf den oden der Wanne treiben konnte, unwirksam erschien. Wir mmen später auf dies Resultat zurück.

17. Eine weitere interessante Versuchsreihe erhalten wir rch Variiren der Höhe, in der der Eimer (Fig. 3) aufgestellt , also der Länge des Strahles, während seine Stärke und Wassertiefe constant bleiben. Wir bemerken, dass sich nsoweniger positive Electricität im Eimer sammelt, je höher aufgestellt wird. Dicht unter dem Compensationsrohre nnen wir sogar bei vollem Strahle negative Ladungen erlten, während derselbe Strahl, tiefer unten aufgefangen, die her beobachteten positiven Ladungen ergibt.

Es ist dies ein deutlicher Beweis dafür, dass die Tropfen ch der starken Strahlen mit negativer Ladung aus dem mpensationsrohre kommen und *dass sich die positive Electriät erst im weiteren Herabfallen* irgendwo auf dem Wege vom mpensationsrohr bis in den Eimer *entwickelt.* Schon die hängigkeit der gesammelten Ladungen von der Wassertiefe richt hierfür.

In der folgenden Tabelle ist der Versuch mit variirter rahllänge bei drei verschiedenen Wassertiefen durchgeführt ol. 2, 3, 4).

Tabelle VI.

Länge des Strahls	In 1 Min. entwickelte Ladungen bei einer Wassertiefe von		
	10 cm	5 cm	0 cm
cm	Volts/Min.	Volts/Min.	Volts/Min.
100	−44	−36	+28
120	−30,5	−23	+45
140	−12	0	+59
160	+ ,2	+16,7	+86
180	+6,7	+29	+87
200	+9,6	+33	+100
220	+21	+32	+114
240	+26	+41	+143

Das Auffanggefäss war diesmal, statt des Eimers, der bedeckte Zinkbehälter *B* aus dem Apparate Fig. 6. Für

Spalte 2 der Tabelle war vor jedem Versuche schon eine 10 cm hohe Wasserschicht in dem Behälter; für Spalte 3 war die horizontale Zinkscheibe *b* 30 cm tief in demselben aufgehängt und auf diese eine grosse, flache, 5 cm tiefe Glasschale, gefüllt mit Wasser, gestellt; für Spalte 4 endlich fiel der Strahl auf die blosse Zinkscheibe, die sich stets gut benetzt hielt. Das Wasser sammelte sich in den beiden letzten Fällen unterhalb dsr Zinkscheibe im Behälter.

Man sieht aus der Tabelle erstens — wenn man sie spaltenweise überblickt —, dass der Behälter unter allen Umständen durch längere Strahlen positiver electrisch wird als durch kürzere, und zweitens findet man — beim Betrachten einzelner Zeilen — das frühere Resultat, dass umsomehr positive Electricität gewonnen wird, je seichter das Wasser, in das der Strahl fällt, bei allen Strahllängen wieder.

18. Vergleicht man die an der positiven Electricität des Wassers gemachten Beobachtungen (15, 16, 17) mit den über die negative der Luft erhaltenen (6, 8, 9), so findet man vollkommene Uebereinstimmung insofern, als alle Umstände, welche die eine stärker oder schwächer erscheinen liessen, bei der anderen dasselbe bewirkten: Nur starke Wasserstrahlen electrisirten die Luft stark negativ und nur das Wasser solcher Strahlen wurde stark positiv electrisch; je weniger tief die Strahlen Luft unter das Wasser trieben, bez. je seichter das Wasser, in das sie fielen, je länger die Strahlen selbst, um so stärker die negative Electricität der Luft, die positive des Wassers. Es kann daher kaum mehr bezweifelt werden, dass die der negativen Luftelectricität an Quantität gleiche positive sich am Wasser befindet.

Wasserstaub und Luft sind entgegengesetzt electrisch.

19. Bei den zuletzt beschriebenen Versuchen (16, 17) entwich aus dem Auffangegefässe ausser einem fühlbaren Luftstrom stets mehr oder weniger Wasserstaub. Ist es, wie früher (12) vermuthet, die *Luft,* welche die negative Electricität fortführt, so muss der Wasserstaub, der sich unter ihrer Influenz ablöste, *positiv* electrisch sein, sein Entweichen also nur Verlust an gesammelter Ladung bedeuten.

Um dies zu prüfen, könnte man versuchen, ob bei be-

decktem Gefässe (vgl. Fig. 3) mehr positive Electricität erhalten wird, als bei offenem. Es würde aber dabei mit dem Wasserstaube auch die Luft am Austritte gehindert werden und in der That verringert Bedecken die Ladungen.

Um den Versuch in entscheidender Weise auszuführen, müsste man im Stande sein, Luft und Wasserstaub auf gesonderten Wegen aus dem Auffangegefässe herauszuleiten, um dann entweder nur die erstere oder nur den letzteren nach Belieben zurückzuhalten.

Dies gelingt bis zu einem gewissen Grade mit folgender Vorrichtung (Fig. 5). In der isolirt aufgestellten Wanne *W* steht auf drei leitenden Unterlagen der hohe und weite, oben und unten offene Blechcylinder *C*. In der Axe desselben kann in beliebiger Höhe das horizontale Messingscheibchen *s*, von 1 cm Durchmesser, an drei Drähten aufgehängt werden. Oben auf dem Cylinder ruht, von drei Stützen getragen, die Blechplatte *PP* mit centraler Oeffnung für den Eintritt des Strahles; in einer Höhe von 107 cm über derselben befindet sich die Ausflussspitze, an die sich das Compensationsrohr anschliesst. Der Strahl *S* trifft auf das Scheibchen *s* und breitet sich dort zu einer feinen, spiegelnden Wasserlamelle aus, die dann ihrerseits radial in feinste Tröpfchen zerfährt. Nur wenig Wasser tropft von *s* ab, weitaus das meiste fliegt als Staub rings auseinander und wird (bei der gezeichneten Stellung des Scheibchens) grösstentheils von der Wand des Cylinders aufgefangen, längs welcher es dann in die Wanne hinabrieselt; ein kleiner Theil entweicht unter *P* aus dem Apparate. Indem wir das Scheibchen tiefer oder höher im Cylinder befestigen, haben wir es in der Gewalt, kleinere oder grössere Mengen von Wasserstaub austreten zu lassen. Unberührt davon nimmt die Luft einen anderen Weg durch den Apparat. Starke Wasserstrahlen treiben stets einen sehr fühlbaren Luftstrom mit sich [1]; derselbe tritt hier mit dem Strahl durch die obere Oeffnung ein, setzt seinen Weg über *s* hinaus nach abwärts fort und bläst schliesslich zwischen Cylinder und Wanne hinaus, wie es die Pfeile der Figur andeuten. Unter der Platte *P*

1) Blässt man z. B. Rauch oben gegen die Ausflussspitze, so führt ihn der Strahl sogleich hinab, sodass es aussieht als fiele er mitten in einer Rauchsäule.

tritt keine Luft aus, es wird dort im Gegentheil Luft hereingesogen. Der Luftstrom führt nur wenig Wasserstaub mit sich aus dem Apparate heraus, nur im Sonnenlicht bemerkt man, dass er feinste Tröpfchen enthält, deren Menge aber gegen die, welche man unter P austreten lassen kann, gänzlich verschwindet. Die Stärke des Luftdurchzuges kann nun leicht mit dem Wasserniveau der Wanne variirt werden; steigt dieses bis an den Cylinderrand oder darüber, so ist die Ventilation des Apparates darauf beschränkt, dass die oben hineingetriebene Luft oben auch wieder herausblasen muss.

20. Mit dieser Vorrichtung zeigt sich nun, dass 1. vermehrter Austritt von Wasserstaub die gesammelten Ladungen vermindert, 2. verstärkter Luftdurchzug dieselben vermehrt. Beides ist in vollkommener Uebereinstimmung damit, dass die negative Ladung in der Luft selbst enthalten ist.

Die beiden folgenden Tabellen enthalten die genauen Daten von je einem der Versuche, aus denen diese beiden Resultate hergeleitet sind.

Tabelle VII.

Versuch mit variirtem Wasserstaubaustritt.

Abstand des Scheibchens s v. ob. Ende d. Cylinders	In 1 Min. gesammelte Ladung	
cm	$\frac{\text{Volts}}{\text{Min.}}$	
17	+ 158	wenig feiner Sprühregen unter P austretend
11	+ 140	mehr feiner Sprühregen unter P austretend (vgl. hier die Figur)
7	+ 123	sehr viel feiner Sprühregen unter P austretend
1	+ 90	die Hälfte des Wassers tritt aus; Ueberschwemmungsrings.

Wurde das Messingscheibchen mit Leinen überzogen oder durch ein Stückchen Marmor oder eine grössere Scheibe aus Zinkblech ersetzt, so blieb der Erfolg im Wesentlichen derselbe. Ersetzen der Platte P durch ein weitmaschiges Drahtgitter, sodass noch mehr Wasser austreten konnte, verringerte die Ladungen noch mehr. Der Wasserstand in der Wanne war bisher stets auf einer nahezu constanten Höhe, 6 cm unter dem Cylinderrande erhalten.

Tabelle VIII.

Versuch mit variirtem Luftaustritt.

Abstand d. Wasserfläche vom unteren Cylinderrand		In 1 Min. gesammelte Ladung	
	cm	Volts/Min.	
Cylinder-	4,3	+57	Die Luft bläst unten schwächer und schwächer heraus
Rand	2,8	+53	
über	1,5	+46	
Wasser	0,5	+41	
unter	1,5	+34	Die Luft kann nur am Rande der oberen Oeffnung und durch die Fugen unter *P* herausblasen
Wasser	3,5	+34	

Der Strahl fiel in diesem Versuche auf eine Messingscheibe von 6,5 cm Durchmesser, die 57 cm unter dem oberen Cylinderrande befestigt war, ausserdem war die Platte *P*, statt auf die drei Stützen, unmittelbar auf den Cylinder aufgelegt, beides um die austretende Luft möglichst frei von Wasserstaub zu erhalten. Auch ohne diese Abänderungen war indessen der Gang der Erscheinung derselbe wie in der Tabelle. Wurde jetzt die Platte *P* entfernt oder durch das weitmaschige Drahtgitter ersetzt, was nur wenig Herausspritzen zur Folge hatte — da jetzt die Scheibe so tief unten angebracht ist — aber der Luft einen viel weiteren Weg eröffnete, so vergrösserten sich die Ladungen bedeutend; Aenderung des Wasserstandes in der Wanne hatte dabei noch immer denselben Erfolg, wie in der Tabelle.

21. Die negative Electricität der Luft und die positive des Wasserstaubes liessen sich übrigens auch direct nachweisen. Ein Tropfcollector, in der Nähe des nun zur Erde geleiteten Apparates aufgestellt, zeigt negative Electricität an, wenn nicht viel Wasser herausspritzt. Wird rings um den Cylinder, in der Höhe *h h*, Fig. 5, ein grosses Tuch ausgespannt, so nimmt der Tropfer oberhalb desselben keine negative Ladung mehr an; er sammelt dagegen kleine positive Ladungen, sobald man viel Wasserstaub oben austreten lässt. Ersetzt man den Tropfer durch ein isolirtes, unten zur Rinne umgebogenes Stück Blech, β Fig. 5, das einen Theil des Sprühregens auffängt, so nimmt es positive Ladung an.

Alle Versuche stimmen also darin überein, dass an Wasserfällen und Strahlen eine *Scheidung der Electricitäten zwischen Wasser und Luft* vor sich gehe. Es bleibt die Frage, wo sie stattfindet; wir haben gewissermaassen an unserer Electrisirmaschine noch den Sitz des Reibzeuges aufzusuchen.

Isolirte Strahlen; einzeln fallende Tropfen.

22. Um hierzu die Erscheinung in recht klarer Form zu erhalten, wurde von jetzt ab Anwendung gemacht von einem sehr einfachen Versuchsprincipe, darin bestehend, dass der zu untersuchende Strahl aus einem isolirten Reservoir austritt und in einem ebenfalls isolirten Gefässe aufgefangen wird, welches mit dem Reservoir leitend verbunden ist.

Fig. 6 zeigt die wesentlichen Bestandtheile eines nach diesem Principe construirten Apparates: das Reservoir X aus welchem der Strahl s ausfliesst, das Auffangefäss B und den verbindenden Draht d. Es befindet sich hier gleichsam ein Wasserfall in allen seinen Theilen auf dem Isolirschemel; alles Feste und Flüssige wird zusammengehalten, nur die Luft strömt frei zu und ab.

In anderer Weise betrachtet, kann unsere Vorrichtung als ein Thomson'scher Wassertropfer aufgefasst werden, bei dem die abtropfende Influenzelectricität erster Art und die gesammelte zweiter Art durch den verbindenden Draht immer wieder neutralisirt werden. Nach Bekanntem schliessend, würde man dann erwarten, dass beim Ablaufen des Wassers keinerlei Electricitätsentwickelung bemerkbar wird, oder, sieht man etwas Wasser verspritzen, dass der Apparat schwach negativ electrisch würde, wie alle von Wasser geriebenen Körper (Eis ausgenommen) oder endlich, dass er infolge Spritzens die der Umgebung gleiche Electricität annehmen wird. Ganz das Gegentheil von alledem zeigten sämmtliche noch zu beschreibende Versuche: Der Apparat *wird* electrisch, und zwar *positiv* und er selbst ladet die Luft der Umgebung mit der *entgegengesetzten* Electricität.

Der erste Apparat dieser Art unterschied sich von Fig. 6 nur dadurch, das als Reservoir das Glasrohr X, Fig. 2, verwandt war. Dasselbe war jetzt mit Stanniol bekleidet und ruhte auf Siegellackstützen; an seinem tieferen Ende, bei r,

trug es eine nach abwärts gerichtete gläserne Ausflussspitze. Etwa 1 m unter derselben stand das Auffangegefäss mit der Zinkscheibe (*B*, Fig. 6), ein Draht verband es mit der Stanniolbekleidung des Rohres und mit dem Exner'schen Electroskope. Es sei das Rohr *X* mit destillirtem Wasser beschickt, die Luft darüber comprimirt (13), Q_2 geschlossen und der Schlauch *s* von *Y* abgenommen.

Lassen wir nun den Strahl durch Oeffnen von Q_1 los, so entsteht langsam eine Divergenz am Electroskope und wenn nach 30 Sec. die etwa 1 l betragende Füllung abgeflossen ist, hat sie den ganz bedeutenden Betrag von 220 Volt erreicht; das Zeichen ist positiv. [1])

Ein neben dem Apparate aufgestellter Tropfcollector, vor dem Versuche am Hankel'schen Electrometer nur kleine Ablenkungen von wechselndem Zeichen gebend, zeigt nachher starke negative Luftelectricität an. Wird während des Versuches Luft von der Mündung des strahlauffangenden Behälters gegen den Tropfer geblasen, so erhält dessen negative Ladung einen raschen Zuwachs; ein kleiner Centrifugalventilator, dessen Luftstrom an sich unelectrisch gefunden wurde, war hierzu sehr brauchbar.

Umgekehrt finden wir auch, dass solches Ventiliren die positive Electricität des Strahlapparates bedeutend — bis aufs Doppelte, 400 Volt — verstärkt. Es erinnert dies an den früheren Versuch (20, Tab. VIII), wo die ventilirende Wirkung des Strahles selbst eine solche Verstärkung bewirkte. Offenbar wird durch das Ventiliren eine vollständigere Trennung der negativ electrischen Luft vom positiv electrischen Wasser bewirkt.

23. Es war zunächst von Interesse, diejenigen Flüssigkeiten vergleichend zu versuchen, an denen früher (13) die

---

1) Der Versuch gelang auch sehr gut mit einem kleinen messingenen Heronsball an Stelle des Glasrohres, sein inneres Rohr war entfernt, die Ausflussspitze nach unten gerichtet; ein gewöhnliches Aluminiumblatt-Electroskop wurde zu stärkster Divergenz geladen. Die Blechscheibe darf bei diesen Versuchen weder zu hoch (Spritzverlust), noch zu tief (erschwerter Luftaustritt) im Gefässe aufgehängt sein (10 bis 20 cm, je nach der Weite) und soll seinen ganzen Querschnitt ausfüllen (damit die Luft sich nicht nach unten verirrt).

Ladungen der Luft beobachtet wurden und sich ergeben hatten (Tab. IV.):

(Ladungen der Luft.)

bei	dest. Wasser,		Leitungswasser,		conc. NaCl-Lös.
im Verhältniss stehend wie	– 140	:	– 3,4	:	+ 1,5

Wurde das Glasrohr successive mit diesen drei Flüssigkeiten beschickt und der Versuch jedesmal angestellt, a) beim Auffallen des Strahles auf die stets gut benetzende Zinkscheibe, b) wenn auf derselben die flache Glasschale von 5 cm Tiefe (17) gefüllt mit der betreffenden Flüssigkeit, stand, so ergaben sich die Endpotentiale (Mittelwerthe):

Tabelle IX.

(Ladungen der Flüssigkeiten.)

bei		dest. Wasser,	Leitungsw.,	conc. NaCl-Lös.
Tiefe der Flüssigkeitsschicht	a) 0 cm	+ 223	+ 35	– 6 Volt
	b) 5 „	+ 55	+ 9,5	– 8,5 „

Die *Ladungen aller drei Flüssigkeiten* sind also *der der Luft an Zeichen entgegengesetzt und an Grösse entsprechend.* Ausserdem bemerkt man in der Tab. IX wieder die Verringerung der Wirkung beim Auffallen auf eine Flüssigkeitsschicht, in welche Luft hinabgetrieben wird (6, 16, 17). Eine Ausnahme scheint hierbei die Kochsalzlösung zu machen, die indessen, ganz wie bei den Gasometerversuchen (13), überhaupt sehr schwankende Zahlen ergab.

24. Das gläserne Reservoir wurde nun durch den eisernen Cylinder X, Fig. 6, ersetzt, der den grossen Vortheil hatte, lang anhaltende, fast gleichmässig starke Strahlen zu geben. Er hängt an Seidenschnüren f und ist mit Manometer m und Wasserstandsrohr w versehen. Die Verbindungsstücke r und s mit den Hähnen Q_1 und Q_2 entsprechen den gleichbezeichneten Theilen der Fig. 2 und bedürfen daher keiner Erläuterung. Ein zweiter eiserner Cylinder trat an Stelle des Glasrohres Y zum raschen Comprimiren der Luft.

Die positiven Ladungen, die sich beim Fortlaufen des Strahles in diesem Apparate sammelten, steigerten sich so weit, dass man millimeterlange Fünkchen aus ihm ziehen konnte. War er mit destillirtem Wasser beschickt[1]) und floss dieses

1) Es war eine grosse Flasche mit abgesprengtem Boden in den Cylinder gesetzt worden, um das Wasser vor Verunreinigung zu schützen.

unter einem Drucke von 3 Atm. durch eine gläserne oder messingene Ausflussspitze *R* von 0,98 mm Weite aus, so stieg die Spannung innerhalb 1 Min. um 390 Volt, und wenn dabei die Mündung des Auffangegefässes mit dem Munde beblasen wurde, um 600 Volt[1]; sie wuchs aber nie weit über 4000 Volt hinaus (nach geaichtem Stanniolblattelectroskop und in Uebereinstimmung mit obiger Funkenlänge). Man muss annehmen, dass bei dieser Spannung die Electricitätsverluste durch Ausströmen an Ecken und Kanten und durch Verspritzen des Wassers sehr rasch zu überwiegen begannen, denn auch mit Leitungswasser wurde diese Grenze, wenn auch langsamer, erreicht. Die Verluste durch Spritzen waren hierbei stets durch Bedecken des Auffangegefässes mit einem Drahtgitter, mit centraler Oeffnung für den Strahl, gemindert worden; die Zinkscheibe befand sich 10 cm tief unter dem oberen Rande im Gefäss.

Je weitere Ausflussöffnungen gewählt wurden, desto weniger Electricität entwickelte sich bei gleichem Wasserverbrauche:

Tabelle X.

Weite der Ausflussöffnung	Spannung nach Ablaufen von 10 l Leitungswasser
mm	Volts
0,8	4000
1,7	2500
3,0	1800

Alle Strahlen waren schon im obersten Drittel ihrer Länge in Tropfen zerfallen. War statt einer einfachen Ausflussspitze eine dreifache angebracht, sodass drei Strahlen zugleich liefen, so wurden dieselben Spannungen etwa dreimal so rasch erreicht. Eine Brause mit vielen Oeffnungen gab keine guten Resultate; es war schwer, das Zusammentreffen mehrerer Strahlen dauernd zu vermeiden, was viel Electricitätsverlust durch Verspritzen zur Folge hatte.

1) Dieses Resultat wird später benutzt werden (Tab. XVI). Capacität des Apparates Fig. 6 $= 0{,}78 . 10^{-10}$ Farad (durch electrostatische Vergleichung mit sorgfältig geaichtem Luftcondensator bestimmt). Mittlerer Durchmesser der Tropfen des Strahles, bei Funkenbeleuchtung gemessen, = 2 mm; es flossen 0,95 l Wasser in der Minute ab; Länge des Strahles = 120 cm.

25. Die Wirkung blieb auch dann nicht aus, wenn statt der Strahlen ihre Elemente, einzelne fallende Tropfen, versucht wurden.

Aus einer isolirt aufgestellten, unten tubulirten Flasche mit geeignetem Ausflussrohr fielen regelmässige Tropfen destillirten Wassers 3 m tief in den Behälter *B*, Fig. 6, hinab; das Wasser der Flasche war wieder leitend mit dem Behälter verbunden. Während des Tropfens zeigt sich am Quadrantelectrometer (100 Sc. = 1 Volt), das jetzt an Stelle des Electroskopes treten musste, ein langsamer Gang nach der positiven Seite. Es fielen zwei Tropfen in der Secunde, ihr Durchmesser betrug 4,4 mm.

26. Diese einzeln fallenden Tropfen treiben, im Gegensatz zu den Strahlen, keine Luft unter Wasser; es war daher von besonderem Interesse, ihre Wirkung beim Auffallen auf Wasser und benetztes Zinkblech zu vergleichen. Die 5 cm tiefe grosse Glasschale voll destillirten Wassers wurde daher abwechselnd auf die Zinkscheibe des Auffangegefässes gestellt und wieder weggenommen und jedesmal von 15 zu 15 Sec. Electrometerablesungen notirt. Eine sichere Verschiedenheit der Wirkung war nicht festzustellen, sie schwankte in beiden Fällen um 0,5 Volt/Min. herum. Wassertropfen entwickeln also gleichviel Electricität, ob sie auf Wasser oder auf benetztes Zinkblech fallen.

Dass bei dichten Reihen von Tropfen — den Strahlen — viel weniger Electricität gewonnen wird, wenn sie auf Wasser fallen (16, 17, 23), und zwar um so weniger, je tiefer sie Luft hinabführen konnten, wird daher nicht verringerter Entwickelung von Electricität, sondern nur dem Verluste an schon entwickelter Ladung zuzuschreiben sein, der beim Mischen der — electrischen Luft mit dem + electrischen Wasser eintritt und der in der That um so grösser sein muss, je tiefer die Luft hinabgetrieben wird, je länger sie im Wasser verweilt.[1]

1) Ein Versuch, Luft durch ein isolirendes Rohr unter das Wasser eines isolirten Behälters zu treiben, sodass sie in Blasen aufstieg, gab keine electrische Wirkung. Dass die Wirkung der Strahlen in Tab. V sich wieder etwas vergrösserte, wenn die Wassertiefe grösser wurde als die grösste, zu welcher noch Luft hinabstieg, kann dadurch erklärt werden, dass sich dann die kreisenden Bewegungen des Wassers in verticalen Bahnen besser ausbilden konnten, wodurch die Luftblasen wieder rascher an die Oberfläche gelangen.

27. Wie bei den Strahlen (22) erhöht auch bei den Tropfen Ventiliren des Auffangegefässes die Wirkung ungefähr auf das Doppelte, 1,0 Volt/Min.[1])

Nach Unterbrechen des Tropfens (ohne vorhergehendes Ventiliren) machte sich das allmähliche Fortströmen der negativ electrischen Luft aus dem Auffangegefässe und seiner Umgebung dadurch bemerkbar, dass der positive Gang des Electrometers noch etwa 2 Min. lang in abnehmender Stärke anhielt. Diese Nachwirkung hörte sogleich auf, wenn das Auffangegefäss vom übrigen Apparate losgeschaltet wurde.

28. Je grösser die Fallhöhe der Tropfen war, um so stärker die Wirkung:

Tabelle XI.

Fallhöhe	Endgeschwindigkeit der Tropfen [2])	Wirkung
m	$\frac{\text{m.}}{\text{Sec.}}$	$\frac{\text{Volts}}{\text{Min.}}$
1	4,2	0,23
2	5,8	0,60
3	6,8	0,79

Tropfendurchmesser bisher stets 4,4 mm; sie fallen immer zu zweien in der Secunde.

Mit zunehmender Tropfengrösse nahm die Wirkung ebenfalls zu:

Tabelle XII.

Tropfengewicht	daraus Durchm. d. Trpf.	Fallhöhe	Wirkung
g	mm	m	$\frac{\text{Volts}}{\text{Min.}}$
0,0069	2,36	3,0	0,056
0,0182	3,26	2,6	0,30
0,0439	4,40	2,4	0,53
0,0814	5,38	2,3	0,57

Die Fallhöhen (Col. 3) waren hierbei nicht gleich, sondern so gewählt, dass alle Tropfen mit der gleichen Endgeschwindigkeit, 6,2 m/Sec., unten ankamen. Bei gleicher Fallhöhe

1) Später benutzt in Tab. XVI; Capac. des App. = 1,07 . 10^{-10} Farad.

2) Für die Berechnung der Tropfengeschwindigkeiten mit Berücksichtigung des Luftwiderst2ndes vgl. Lenard, Wied. Ann. **30.** p. 224. 1887.

war die Wirkung der grossen Tropfen, wie zu erwarten, nur um so mehr eine grössere.

Die Electricitäten trennen sich beim Auffallen des Wassers.

29. Es wurde nun versucht, die Tropfen in einem anderen (gleichfalls aus Zinkblech gefertigten) Gefässe aufzufangen. dessen Mündung oben so eng war, dass sie nur eben sicher hineinfallen konnten. Mit diesem Gefässe wurden fast gar keine Ladungen erhalten (< 0,01 Volt/Min.). Offenbar blieb die gesammte negativ electrische Luft darin zurückgehalten und hob die positive Electricität des Wassers auf. Haben nun die Tropfen die Luft im Herabfallen electrisirt und ins Gefäss mitgeführt, oder ist sie erst dort, beim Auffallen der Tropfen, electrisch geworden? Entziehen wir den Tropfen die mitgeführte Luft vor dem Eintritte ins Gefäss, indem wir den kräftigen, 4×4 cm^2 breiten Luftstrom des Ventilators, dicht über der Mündung des Gefässes, quer durch ihre Bahn blasen lassen. Es zeigt sich nicht die geringste Verstärkung der Wirkung: Die Luft wird also beim Auffallen des Wassers — sei es auf Wasser oder auf benetztes Zinkblech — electrisch. Hiermit in Uebereinstimmung ist die Beobachtung, dass die Luftelectricität vom Fusse der Wasserfälle ausgeht (4).

30. Auch bei starken Strahlen gab Abventiliren der Luft vom fallenden Wasser keine Verstärkung der Wirkung. Der Ventilator war hierzu am Auffangegefässe des Apparates Fig. 6 so aufgestellt, dass sein Luftstrom dicht über dessen Mündung quer durch den Strahl blies. Das Gefäss war mit einem Stück Blech bedeckt, das den Strahl durch eine Oeffnung in seiner Mitte frei eintreten liess, den Luftstrom des Ventilators aber vom Inneren abhielt; derselbe lenkte den Strahl nur wenig ab. Es ergab sich (mit Leitungswasser):

Tabelle XIII.

	Electricitätsentwickelung beim Auffallen des Strahles	
	auf die Zinkscheibe	auf 25 m tiefes Wasser
	$\frac{\text{Volts}}{\text{Min.}}$	$\frac{\text{Volts}}{\text{Min.}}$
Ohne Ventilation	+ 77,4	+ 26,7
Luft vom Strahle abventilirt	+ 42,4	+ 20,3

Die Ladungen waren also in diesem Falle durch das Ventiliren sogar verringert, wohl deshalb, weil dabei dem Strahle sein eigener Luftstrom entzogen und zur Seite weggeblasen wurde, während er „ohne Ventilation" mit ihm ins Gefäss eintrat und *dieses* ventilirte.

31. Eine andere hierher gehörige Beobachtung wurde gelegentlich der Versuche mit dem gläsernen Strahlapparate (22) gemacht. Es ergab ein Strahl destillirten Wassers sehr verschiedene Wirksamkeit, wenn er einmal auf destillirtes Wasser, das andere mal auf conc. Kochsalzlösung fiel. Wären Strahl und Luftstrom schon im Hinabfallen electrisch geworden, so wäre es schwer einzusehen, wie die Natur der unten befindlichen Flüssigkeit von so grossem Einfluss sein könnte. Es war die Electricitätsentwickelung:

Tabelle XIV.

1.	Beim Auffallen v. dest. Wasser auf dest. Wasser	+ 55 Volts
2.	„ „ „ „ „ „ conc. NaCl-Lösg.	+ 9 bis + 26 „
3.	„ „ „ conc. NaCl-Lösg. auf conc. NaCl-Lösg.	− 8,5 „

Die Wirkung im Falle 2 liegt also etwa in der Mitte zwischen den beiden in 1 und 3, sodass *beide* im Auffallen zusammentreffende Flüssigkeiten ungefähr gleichen Antheil an derselben haben.[1])

Zerlegen wir den Vorgang beim Auffallen eines Tropfens auf eine andere Flüssigkeit — der hier nur soweit in Betracht kommt, als er an den Grenzflächen gegen Luft abläuft — in zwei Theile.[2]) Der erste Theil sei vom ersten Contact bis zum gänzlichen Untertauchen des Tropfens gerechnet, er betrifft die Oberflächen *beider* Flüssigkeiten; der zweite Theil umfasst dann die nachfolgenden Deformationen der getroffenen

1) Die unten befindliche NaCl-Lösung ist zwar im Falle 2 durch den Wasserstrahl verdünnt worden, doch werden spätere Versuche zeigen (Tab. XVII), dass die Wirkung bis aufs tausendfache verdünnter NaCl-Lösung stets negativ bleibt und nicht zwischen der von concentrirter und Wasser liegt.

2) Vgl. die schönen Abbildungen Worthingtons, Proc. Roy. Soc. **34.** p. 219 ff. 1882, welche zeigen, dass der auffallende Tropfen untertaucht, ohne zu zersprühen. Der untergetauchte Tropfen kommt im Falle eines Strahles nicht mehr an die Oberfläche, daran verhindert ihn der nächstfolgende Tropfen, der lange vorher auf dieselbe Stelle fällt.

Oberfläche und geht nur diese allein an. Würde die Electricitätsentwickelung im zweiten Theile stattfinden, so müsste sie unabhängig sein von der Natur der auftreffenden Flüssigkeit. abhängig allein von der der getroffenen. Dem widerspricht der obige Versuch; die Scheidung der Electricitäten erfolgt also, der Hauptsache nach wenigstens, *beim ersten Auftreffen der Tropfen auf die Flüssigkeitsoberfläche.* Die Luft — zwischen den in Contact kommenden Oberflächen hinweggetrieben — nimmt die Electricität der einen Art mit sich fort, während die entgegengesetzte an den Flüssigkeiten verbleibt.

32. Es wurde nun die Electricitätsentwickelung beim Auffallen von (Leitungs-)Wasser auf verschiedene feste Körper vergleichend untersucht, indem dieselben in Plattenform auf die Zinkscheibe im Behälter *B* des Apparates Fig. 6 successive aufgelegt wurden. Das Ergebniss lässt sich folgendermaassen zusammenfassen: Gleich starke Wirkungen ergaben alle vollkommen benetzbaren Substanzen: Tannenholz, Eichenholz, Marmor (glatt und rauh), Leim, Kupfer, Platin und die blosse Zinkscheibe; ebenso auch die weniger gut benetzbaren (nach abnehmender Benetzung geordnet): Kautschuk, Glas, Leder, Zinn, Siegellack, Hartgummi. Ganz anders verhielten sich nur Wachs, Paraffin und Schellack, von deren unbenetzbarer Oberfläche das auffallende Wasser sofort in Tropfen hinwegrollte. sodass sie nach dem Versuche vollkommen trocken gefunden wurden: Bei Wachs und Paraffin wurden nur ganz kleine positive Ladungen erhalten, bei Schellack sehr grosse negative.

Nur die Körper also, die den auftreffenden Wassertropfen ihre eigene unveränderte Oberfläche boten — zu welchen auch die Kochsalzlösung gehört — gaben einen Einfluss ihrer Substanz zu erkennen, die übrigen wirkten sämmtlich wie die benetzte Zinkscheibe, oder, wenn wir ein früheres Resultat hinzunehmen (26), wie Wasser, was auch nur natürlich erscheint, da sie beständig mit einer Wasserschicht überzogen waren.

33. Eine eigenthümliche, scheinbare Ausnahme unter den gut benetzbaren Körpern machte Tuch, welches, auf die Zinkscheibe aufgelegt, die Wirkung von 10 auf etwa 2 verringerte.

Tuch ist für Luft leicht durchlässig. Bedeckt man ein mit Wasser vollgefülltes Becherglas mit einem Stück gut be-

netzten Tuches und lässt auf dieses den Strahl fallen, so wird das Wasser im Becherglase alsbald von einer grossen Menge feinster Luftbläschen milchig getrübt; die auffallenden Tropfen pressen Luft durch das Tuch. Dass dabei die electrische Wirkung so sehr vermindert ist, erscheint in vollkommener Uebereinstimmung damit, dass sie beim Auftreffen der Tropfen erfolgt, sodass die dabei hinweggequetschte Luft die gesammte entwickelte negative Ladung enthält. Wird sie zurückgehalten, so gleicht sich ein grosser Theil dar Electricitäten wieder aus, die Wirkung erscheint klein. Aehnliches hatte sich schon beim Auffallen der Strahlen auf Wasser gezeigt (26), wo die Luft ebenfalls verhindert war, von der Stelle des Auffallens aus frei zu entweichen. Aufleimen des Tuches auf Holz half nichts; es wurde dort, wo der Strahl auffiel, in Blasen abgehoben und die Wirkung blieb klein.

Aehnlich verhielt sich Pappe. Der Strahl durchbohrte sie in ganz kurzer Zeit und fiel dann auf das darunter befindliche Zinkblech, wobei die Luft zwischen diesem und der Pappe hindurchgetrieben wurde, was daran zu erkennen war, dass sie am Rande der feuchten Pappe in Blasen hervortrat. Dabei resultirte wieder nur eine sehr geringe Electricitätsentwickelung.

34. Einige der soeben (32, 33) untersuchten festen Körper werden durch Reibung mit Wasser stark electrisch.[1]) Dass solche Reibungselectricität, trotz Verspritzens von Wasser, an der beobachteten Wirkung keinen wesentlichen Antheil hat, beweist schon das Zeichen der Ladungen, welches sonst in allen Fällen hätte das negative sein müssen (nur bei Schellack wurden negative Ladungen erhalten), ausserdem, dass Glas und Marmor z. B. sich ganz gleich verhielten. Wir könnten daher die Reibung ganz ausser Acht lassen. Doch schien es interessant, festzustellen, ob bei fortgesetzt gesteigertem Austritt von Wasserstaub solche Reibungselectricität durch einen Zeichenwechsel der gesammelten Ladung wirlich bemerkbar würde.

---

1) In Versuchen von Elster (Wied. Ann. **6.** p. 578. 1879) entstanden durch Reibung von Wasser an

	Marmor,	Kautschuk,	Wachs,	Glas,	Schellack
die Potentialdifferenzen	0	47	67	70	102;

das Wasser lud sich an allen untersuchten Körpern positiv.

Es wurde hierzu der Apparat Fig. 7 unter dem Cylinder *X*, Fig. 6, aufgebaut. Man erkennt als wesentliche Bestandtheile: 1. Das Auffangegefäss *G* mit der Zinkscheibe *b*, welches isolirt auf der Unterlage *i* steht und wie stets durch Draht mit dem Cylinder *X* verbunden ist, 2. den Blechmantel *M* mit der Wanne *W*, welche das Gefäss umgeben und dazu bestimmt sind, den grösseren Theil des herausstäubenden Wassers aufzufangen; sie sind ebenfalls isolirt; 3. den Tropfcollector *T*. Der kleine Mantel *c* schützt die Isolation von *G* vor Bespritztwerden. Wird nun der Reihe nach je einer der drei für sich isolirten Theile *G*, *M*, *T* mit dem Hankel'schen Electrometer verbunden, während die beiden anderen zur Erde geleitet sind, so kann der electrische Zustand des aufgefangenen Wassers (bez. des vom Strahl getroffenen Körpers), des verspritzten Wassers und der Luft gesondert geprüft werden.

Zunächst fiel der Strahl (Leitungswasser) auf die blosse Zinkscheibe und sie wurde höher und höher in *G* befestigt, sodass mehr und mehr Wasser nach *M* verspritzte. Wie schon ein früherer Versuch erwarten liess (20), wurde dabei die gewöhnliche positive Ladung von *G* allmählich schwächer; neu ist nur, dass sie sich schliesslich in eine negative umkehrte, wenn die Zinkscheibe im Niveau der Mündung des Gefässes, oder darüber, befestigt war, wobei fast alles auffallende Wasser nach *M* entwich. In diesem extremen Falle hatte also Reibungselectricität zwischen Zink und Wasser (Zink, *G*, —; Wasser, *M*, +) die Wasserfallelectricität (Wasser, *G*, +; Luft, *T*, —) überwunden. Der Mantel *M*, stets positiv gefunden, ergab dann die stärksten Ladungen. Sie übertrafen an Grösse die entgegengesetzten des Gefässes *G*, sodass *M* und *G* *zusammengenommen* unter allen Umständen die gewöhnliche positive Ladung (Wasserfallelectricität) gezeigt hätten [1]) und von Reibungselectricität nichts bemerkbar geworden wäre. Der Tropfer ergab in allen Fällen negative Electricität. Charakteristisch ist es wieder, dass *Luft und Wasserstaub stets entgegengesetzt electrisch waren.*

Ganz ebenso war alles, als der Strahl statt auf die Zinkscheibe, auf eine daraufgelegte Marmorplatte fiel. Eis dagegen,

1) Die Capacität von *M* wurde grösser gefunden als die von *G* (mit dem Cylinder *X*).

der einzige bekannte Körper der von Wasser gerieben positiv electrisch wird, ergab dementsprechend auch dann noch positive Ladungen in G, wenn sich seine Fläche über dem Niveau der Mündung befand; M war dabei ebenfalls stets positiv, die Luft negativ. Wachs und Schellack, die ich ursprünglich zu untersuchen beabsichtigte, verhielten sich sehr unregelmässig, vielleicht weil sie nach einiger Zeit anfingen in wechselndem Grade Benetzung anzunehmen.

Zu der obigen Angabe, dass M immer positive Potentiale ergab, ist noch zu bemerken, dass diese erst nach Abstellen des Strahles zu constanter Grösse anwuchsen und erst dann als die wahren Ladungen betrachtet wurden. Solange der Strahl lief, waren häufig sogar negative Ausschläge zu beobachten, die aber beim Abstellen sofort abnahmen und in die positiven übergingen; Anfächeln von M oder Anblasen mit dem Munde beschleunigte das Erreichen der constanten positiven Einstellung. Offenbar ist die in M sich sammelnde negativ electrische Luft die Ursache dieser Eigenthümlichkeit. Eine ähnliche Erscheinung wurde schon früher bemerkt (27).

35. In Uebereinstimmung mit dem Resultate, dass erst beim Auffallen des Wassers die Electricitäten entwickelt werden, misslangen alle Versuche, solche an freien Wasserstrahlen nachzuweisen. Schoss ein Strahl der Wasserleitung horizontal durchs Zimmer und zum Fenster hinaus, so war weder durch Tropfcollectoren, noch durch isolirte Blechstreifen oder Diaphragmen mit enger Oeffnung, die in verschiedener Weise (auch stark positiv geladen) am Strahl angebracht wurden, ein sicheres Anzeichen von negativer Luftelectricität zu erhalten, obgleich auch das empfindliche Quadrantelectrometer benutzt wurde. Ebensowenig gelang es, positive Electricität am Wasser aufzufinden, wenn dem Strahle erst sein Luftstrom seitwärts abventilirt wurde und er dann einen langen Blechtunnel passirte, in welchem ihm eine kleine Flamme seine Ladung entziehen sollte.

36. Hielt man aber dem freien Strahle einen beliebigen Gegenstand, nicht zu nahe der Ausflussöffnung, als Hinderniss entgegen, so war die negative Luftelectricität sogleich wieder vorhanden.

Um diesen Versuch in reinerer Form zu erhalten, wurde

die Ausflussspitze innerhalb eines cubikmetergrossen, zur Erde geleiteten Drahtkäfigs angebracht, sodass der Strahl durch den Käfig schoss und zwischen den Drahtmaschen seiner Hinterwand (und weiterhin durchs Fenster) frei austrat; etwa mitten im Käfig lag die Stelle, wo der Strahl in Tropfen zerfiel. Ein Tropfcollector, dessen Ausflussrohr im Käfig mündete, erlaubte das Potential seines Innern am Hankel'schen Electrometer (1 Sc. = 0,5 Volt) zu prüfen.

Bei freiem Strahl wurde kein Anzeichen am Electrometer bemerkbar; traf er dagegen auf eine an der Hinterwand des Käfigs befestigte, 2 cm breite Holzplatte, so ergab sich das Folgende: Sogleich nach Oeffnen des Wasserhahnes wird die Luft in und ausserhalb des Käfigs weithin mit Wassernebel erfüllt, am Electrometer entsteht ein positiver Ausschlag. Er wächst in 3 Sec. auf + 3 Sc. an, kehrt sich dann aber in einen negativen um, der in der 5. Sec. — 4 Sc. beträgt. Jetzt wird der Wasserhahn geschlossen. Sogleich beginnt der Wassernebel sich zu senken und innerhalb 3 Sec. wird die Luft wieder klar; innerhalb derselben 3 Sec. vergrössert sich der negative Ausschlag auf — 25 Sc., worauf er dann langsam abnehmend gänzlich verschwindet.

Zur Erklärung dieses Electrometerganges werden wir den ersten, positiven Ausschlag dem Wasserstaube zuschreiben dürfen (20, 21, 34). Die in der Luft befindliche Menge desselben wird, wie der Anblick zeigt, sehr rasch constant (er ist in beständigem Herabsinken begriffen): daher kein weiteres Anwachsen des positiven Ausschlages. Die negative Electricität in der Luft dagegen ist noch in stetem Zunehmen: der positive Ausschlag geht in einen negativen von wachsender Grösse über. Wird dann der Strahl abgestellt, so verschwindet mit dem Wasserstaube die positive Electricität rasch aus der Luft: das Electrometer geht ebensorasch nach der negativen Seite, um dann mit allmählicher Abnahme der negativen Luftelectricität langsam gegen Null zurückzukehren.

Man erhält dementsprechend gar keine negativen Ausschläge, wenn während des Versuches kräftig Luft durch den Käfig gefächelt wird. Die negative electrische Luft wird dann aus dem Käfig fortgetrieben und kann nicht auf den Tropfer wirken; nur der Wasserstaub bleibt, und mit ihm die positiven

Ausschläge, die jetzt bis zu + 10 Sc. gehen und solange anhalten als der Strahl läuft, um 3 Sec. nach Abstellen desselben wieder ganz gleichzeitig mit dem Wasserstaube zu verschwinden.

Bringen wir die Holzplatte näher an die Ausflussöffnung heran, sodass sie den Strahl auffängt, bevor er in Tropfen zerfallen ist, so finden wir alles wie vorher, nur die Grösse des negativen Ausschlages ist sehr vermindert; er beträgt jetzt im Maximum 12 Sc., der grösste positive Ausschlag 4 Sc. Dabei zerstiebt das Wasser noch ebenso reichlich wie vorher, nur das Auffallen getrennter Tropfen ist vermieden; freilich nicht ganz, denn es finden noch Zusammenstösse zwischen den Tröpfchen, in die der Strahl an der Holzlatte zerfährt, und dieser statt. Halten wir aber dem Strahle eine scharfe Messerklinge entgegen, so zerspaltet er sich in zwei Wasserlamellen, die an ihren Rändern ganz frei in feinen Wasserstaub zerfahren, der den Käfig dicht erfüllt. Dabei ist keine Spur eines negativen Ausschlages am Electrometer zu bemerken, weder während der Strahl läuft, noch nachher; nur unregelmässiges Zucken nach der positiven Seite war zu beobachten; vermuthlich Reibungselectricität zwischen Wasser und Messerklinge. Ganz ebenso ist alles, wenn die Messerklinge in grösserer Entfernung vom Ausflussrohr befestigt wird.[1])

Blosses Zerstieben des Wassers ist also ebenso unwirksam wie das Hindurchfahren von Strahlen durch die Luft; nur Auftreffen getrennter Tropfen auf ein flaches Hinderniss gab stets electrische Wirkung.

37. Räthselhaft musste es dabei nur noch erscheinen, dass Wasserstrahlen, die schon vollständig in Tropfen zerfallen waren, immer noch umso stärker wirkten, je länger sie ge-

1) Eine ähnliche Beobachtung wurde am Neptunsbrunnen im Heidelberger Stadtgarten gemacht. Der nach aufwärts gerichtete Strahl dieses Brunnens zerstiebt — durch Bäume und die Statue vom Erdpotentialgefälle geschützt — frei und erfüllt viele Cubikmeter Luft mit feinem Wasserstaub. Es war in seiner Nähe mit Flammencollector und Exner'schem Electroskop kein Anzeichen von Electricität zu erhalten, während an manchem kaum mehr stäubenden Wasserfalle die Luftelectricität so stark war, dass es zu ihrem Nachweis des Flammencollectors gar nicht bedurfte.

macht wurden (17, Tab. VI), trotz ihrer durch den Luftwiderstand verzögerten Geschwindigkeit. Die einzige Vermuthung war, dass die längeren Strahlen nur deshalb besser wirkten, weil sie das Auffangegefäss besser ventilirten als kurze. Von der Richtigkeit des letzteren überzeugt man sich schon, wenn man den aus dem Gefässe blasenden Luftstrom mit der Hand prüft; auch neigt sich eine Kerzenflamme überall gegen den Strahl, anzeigend, dass er immer noch mehr Luft heransaugt und mitführt, je länger er wird. Um daher untereinander vergleichbare Angaben über die Wirksamkeit verschieden langer Strahlen zu erhalten, musste für stets gleich guten Luftabzug gesorgt werden.

Es wurde hierzu der kleine Ventilator an dem Gefäss *B* des Apparates Fig. 6 so aufgestellt, dass sein kräftiger Luftstrom schräg nach abwärts in dasselbe hineinblies, dorthin wo der Strahl auf die Zinkscheibe *b* auffiel. Ausserdem war zwischen der Ausflussspitze *R* und dem Hahn Q_1 ein 2 m langer, mit Stanniol bekleideter Kautschuckschlauch eingefügt, sodass *R* an einer vom Cylinder *X* herabreichenden Eisenstange in beliebiger Höhe zwischen 0 und 140 cm über *b* befestigt werden konnte.

Die Wirksamkeit verschieden langer (Leitungswasser-) Strahlen wurde nun, jedesmal mit und ohne Beihülfe des Ventilators, am Hankel'schen Electrometer beobachtet und gefunden wie folgt:

Tabelle XV.

Länge des Strahles.	Ladung entwickelt in 1 Min.		Beobachtung bei Funkenlicht
	ohne Ventilator	mit Ventilator	
cm	Volts/Min.	Volts/Min.	
0,1	1,2	16,0	
10	31,2	78,4	Strahl durch dünner und dünner werdende Einschnürungen mehr und mehr zertheilt
20	50,0	152,7	
40	89,4	206,2	Strahl in Tropfen zerfallen.
60	96,5	247,9	
80	110,7	273,9	
100	133,7	258,6	
120	141,4	240,0	
140	160,2	226,4	

Ohne Beihülfe des Ventilators ergiebt sich also wieder stetige Zunahme der Wirkung mit zunehmender Strahllänge. Ganz anders ist es dagegen bei den mit künstlicher Ventilation erhaltenen Ladungen, die als getreues Bild der Wirksamkeit verschieden langer Strahlen gelten können. Diese zeigen erst eine Zunahme und dann, bei den in Tropfen zerfallenen Strahlen, wieder eine allmähliche Abnahme. Die Zunahme geht parallel mit der zunehmenden Zertheilung des Strahles, welche sich ausser bei Momentbeleuchtung (letzte Columne der Tabelle) auch dadurch zu erkennen gibt, dass der Eigenton der Blechscheibe infolge vermehrter Häufigkeit der Zusammenstösse von 0,1 bis 30 cm Strahllänge in zunehmender Stärke hörbar wird. Doch ist nicht zu verkennen, dass die Wirkung sogar noch über den Punkt des vollständigen Zerfallens (30 cm Strallänge) hinaus zunimmt; es ist, als brauchte die frischgebildete Tropfenoberfläche Zeit um in den Zustand voller Wirksamkeit zu kommen. Bei 0,1 cm Strahllänge hört man den Ton der Blechscheibe garnicht; das Wasser schiesst von der Ausflussöffnung aus radial an der Blechscheibe entlang bis es an die Wände des Behälters stösst, wobei vermuthlich der beobachtete kleine Effect entsteht. Dass endlich die Wirkung der zerfallenen Strahlen bei grösserer Länge wieder abnehmen wird, war zu erwarten, denn ihre Geschwindigkeit ist eine abnehmende. Die Geschwindigkeit an der Ausflussöffnung, aus deren Durchmesser (0,9 mm) und der ausfliessenden Wassermenge (0,9 l/Min.) berechnet, ergibt sich nämlich zu 25 m/Sec., während die Endgeschwindigkeit durch Luft fallender Wassertropfen von 2 mm Durchmesser, wie sie der Strahl enthält, nur 7,3 m/Sec. ist.

38. Der folgende Versuch wurde geplant, um zu sehen ob entsprechende Electricitätsentwickelung auch dann bemerkbar wird, wenn Wasser so auf Wasser fällt, dass Zerstieben oder Verspritzen so gut wie irgend möglich vermieden ist.

Aus dem an Seidenfäden isolirt aufgehängten Reservoire *X*, Fig. 8, fliesst ein mattes Strählchen destillirten Wassers, *s*, in die grosse flache Wanne *H* von 90 × 90 cm² Fläche und 5 cm Tiefe. Diese Wanne ist auf Siegellackstützen isolirt und

bis zum Rande mit destillirtem Wasser vollgefüllt.[1]) Reservoir, Ausflussspitze und Wanne bestehen ganz aus Metall und sind miteinander und mit dem Quadrantelectrometer durch Drähte verbunden. Der cubikmetergrosse Drahtkäfig bedeckt das Ganze, er ist, wenn nicht das Gegentheil bemerkt, zur Erde geleitet. Es fällt hier Wasser nur auf Wasser; das Strählchen, welches 5 cm unter der Ausflussöffnung in Tropfen zerfällt, treibt wohl einige Luftblasen unter das Wasser, doch nur bis zu einer Tiefe von etwa 1,5 cm, also längst nicht bis auf den Boden der Wanne.

Aus diesem Apparate geht keine bemerkbare Menge flüssigen Wassers verloren. Füllen wir, um dies zu zeigen, erstens *I* mit Methylviolettlösung und stellen statt der grossen Wanne eine kleine, ebenfalls 5 cm tiefe, mit der Lösung gefüllte Glasschale darunter, deren Umgebung mit weissem Papier belegt ist. Nachdem das Strählchen 5 Min. lang gelaufen ist, können wir auf dem Papiere ersehen, bis zu welcher Entfernung noch Tröpfchen fortspritzen. Es finden sich in 15 cm Entfernung vom Punkte des Auffallens 14 Tropfchen am Quadratcentimeter, in 25 cm Entfernung nur 1,9 am Quadratcentimeter; ausserhalb eines Kreises von 35 cm Radius im ganzen nur 76 Tröpfchen und kein einziges ist ausserhalb eines Kreises von 45 cm Radius zu finden, welchen aber die grosse Wanne noch ganz umschliesst. Ersetzen wir zweitens die Methylviolettlösung durch conc. Kochsalzlösung und untersuchen die ganze Umgebung des Strahls mit einer Bunsen-Flamme, so finden wir Natriumreaction nur in dem Raume, der nach der vorherigen Probe von den Tröpfchen durchflogen werden musste.

Der Apparat (Fig. 8) functionirte mit grosser Regelmässigkeit und zeigte in wenigen Versuchen die wesentlichsten der früher an heftigen Strahlen beobachteten Erscheinungen. Im ersten Versuche (2 Stunden nach Füllung der grossen Wanne) ergab sich eine Electricitätsentwickelung von 0,333 Volts/Min. (positiv, wie immer — 81,1 Sc. Quadrantelectrometer = 1 Volt); wurde mit Hülfe einer Pappe ein sanfter Luftstrom von aussen durch den Käfig über die Wasserfläche gefächelt, so erhöhte

---

1) Das Reservoir wurde stets aus der Wanne wieder aufgefüllt; es flossen 60 cm³ Wasser in der Minute herab, der Durchmesser der Ausflussöffnung betrug 1,05 mm.

sich die Wirkung auf das doppelte, 0,602 Volts/Min. Am anderen Tage sah die Wasseroberfläche in der Wanne etwas bestäubt aus, die Wirksamkeit war verringert zu 0,157 Volts/Min. (ohne Fächeln).

Es wurde nun der Versuch gemacht, Potentialdifferenzen zwischen die verschiedenen Theile des Apparates einzuführen (und zwar viel grössere als die, welche wegen Verschiedenheit des Materiales immer vorhanden sind), um zu sehen, ob solche einen wesentlichen Einfluss auf die Electricitätsentwickelung haben. Eine isolirt aufgestellte 25-paarige Zn-H_2O-Cu-Batterie (20 Volt) wurde zu diesem Zwecke zunächst zwischen X und H, dann zwischen (dem nun isolirten) Käfig und eingeschlossenem Apparat eingeschaltet, jedesmal in beiden Richtungen. Ein wesentlicher Einfluss ergab sich nicht, wie die folgende Zusammenstellung zeigt, in welcher jede Verticalreihe einen Versuch bedeutet:

		ohne Batterie	Batterie zwischsen Wasser und Reservoir		Batterie zwischen Käfig und Apparat	
Anfängl. Potent. d. versch. Theile d. App.	Wanne	0	−	+	0	0
	Reservoir	0	+	−	0	0
	Käfig	0	0	0	+	−
Entwickelte Ladung			0,165	0,136	0,175	0,139
$\frac{\text{Volts}}{\text{Min.}}$		0,157	Mittel: 0,151		Mittel: 0,157	

Man bemerkt einen kleinen, aber ganz deutlichen Einfluss der Batterie derart, dass die Wirkung jedesmal dann etwas verstärkt erscheint, wenn die Wanne negativ gegen die Umgebung ist, und etwas vermindert, wenn sie positiv ist; in der Mitte zwischen den beiden liegt die Wirkung ohne Batterie (vgl. die letzte Zeile der Tabelle). Dieses Resultat kann nicht überraschen, denn es muss sich ein Theil der negativ electrischen Luft an die grosse Fläche der Wanne entladen, und dieser wird kleiner sein, wenn die Wanne negativ ist, grösser, wenn sie positiv ist.

Bei Veränderung der Umstände, unter denen der Strahl herabfiel, ergab sich die Wirkung:

a) beim Auffallen auf die freie Wasseroberfläche der Wanne (wieder einen Tag später als voriger Versuch). . = 0,151 Volts/Min.;
b) beim Auffallen auf ein in der Wasseroberfläche angebrachtes Stück benetztes Zinkblech . . . . . . = 0,385 „
c) wenn der Strahl durch die Axe einer senkrecht in die Wanne gestellten 40 cm hohen und 7 cm weiten Röhre fiel . . . . = 0,059 „
d) wenn der Strahl an einem schräg aufgestellten Blechstreifen hinabglitt . = 0 „

Also wieder Verminderung der gewonnenen Ladung beim Zurückhalten der Luft, sei es durch Bläschenbildung (a im Vergleich zu b) oder ausserdem noch durch den Röhrenmantel (c), und gar keine Wirkung, wenn keine Zusammenstösse stattfinden (d).

Nachdem der Apparat im ganzen drei Tage gestanden hatte, war die Wirkung (von anfänglich 0,333) auf 0,146 Volts/Min. zurückgegangen, und es half jetzt selbst Fächeln nur noch wenig, ausgenommen im ersten Momente, wenn der Strahl schon vorher einige Zeit gelaufen war (Austreiben der im Käfig angesammelten negativ electrischen Luft). Ausserdem fällt auf, dass die rings um den Strahl in der Wanne aufsteigenden Luftblasen jetzt nicht mehr, wie anfangs, rasch platzen, sondern dass sie zu 30 und mehr auf der Wasserfläche schwimmend bleiben. Wir vermuthen, dass allmähliche Verunreinigung des Wassers[1]) die Ursache der Abnahme der Wirkung ist. Füllen wir daher zunächst das Reservoir, statt aus der Wanne, mit frischem destillirtem Wasser: die Wirkung steigt bedeutend, ohne dass die Anzahl der schwimmenden Luftblasen vermindert wäre. Füllen wir zweitens das Reservoir wieder aus der Wanne, stellen aber mitten in die letztere eine 5 cm hohe, grosse Glasschale voll frischen destillirten Wassers, sodass der Strahl auf

1) Ausser dem Staube der Luft verunreinigte gewiss auch die Zinkwanne das Wasser; es bildete sich ein starker weisser (Oxyd-)Beschlag an ihren Wänden.

dieses fällt: die Wirkung ist nochmals gestiegen; es sind wieder nur Flächen alten und neuen Wassers, die aufeinandertreffen, aber es bleiben jetzt fast keine Luftblasen mehr schwimmend. Lassen wir schliesslich noch frisches Wasser aus dem Reservoir auf frisches der Schale fallen, so ist die Wirkung nochmals vergrössert. Auffallenlassen auf Zinkblech gibt weitere Verstärkung, die durch Fächeln noch unterstützt werden kann. Die Zahlen folgen zum besseren Vergleiche untereinandergesetzt:

Unreines Wasser auf unreines fallend; viel Luftblasen schwimmend	0,146 Volts/Min.	
Reines Wasser auf unreines fallend; viel Luftblasen schwimmend	0,244 „	
Unreines Wasser auf reines fallend, sehr wenig Luftblasen schwimmend. . . .	0,333 „	
Reines Wasser auf reines fallend; sehr wenig Luftblasen schwimmend	0,654 „	[1])
Reines Wasser auf benetztes Zinkblech fallend; ohne Fächeln	1,472 „	
Reines Wasser auf benetztes Zinkblech fallend; mit Fächeln	1,875 „	[2]).

Bei der Momentbeleuchtung electrischer Funken zeigte sich, dass die Wasserfläche da, wo der Strahl auffällt, beständig ein Grübchen von etwa 7 mm Tiefe aufweist, in dessen Boden die Tropfenreihe — der Strahl — verschwindet. Die untertauchenden Luftblasen, die die Wirkung so sehr vermindern, lösen sich von eben dieser tiefsten Stelle des Grübchens, also unmittelbar unter den auffallenden Tropfen, ab.

39. Vergleichen wir nun die Wirkung des eben benutzten schwachen Strahles, die der stärksten Strahlen (24) und einzeln fallender Tropfen (25) miteinander, indem wir sie sämmtlich auf einen Tropfen berechnen (Tab. XVI). Wir wählen dazu nur solche Versuche[3]), bei denen durch Auffallen auf benetztes

---

1) Diese mit frischem Wasser erzielte Wirkung ist sogar noch grösser als die im ersten Versuche, 3 Stunden nach Füllung der Wanne, beobachtete.

2) Benutzt in Tab. XVI. Capac. des App. $= 2{,}58 \cdot 10^{-10}$ Farad; mittlerer Tropfendurchmesser = 2 mm, Länge des Strahles = 40 cm.

3) Durch Fussnoten gekennzeichnet.

Blech und künstliche Ventilation für annähernd vollständige Trennung der entwirkelten Ladungen gesorgt war. Aus den beobachteten Potentialen (Col. 2) und den Capacitäten der Apparate folgen die in 1 Minute entwickelten Electricitätsmengen (Col. 3). Proportional der Tropfenzahl (Col. 4) — welche aus der ausgeflossenen Wassermenge und dem mittleren Tropfendurchmesser gefunden wird, bez. direct bekannt ist — kann dann berechnet werden, welche Electricitätsmenge beim Auffallen *eines* Tropfens entwickelt wurde. Man findet die in Col. 5 eingetragenen Werthe, neben welche noch Geschwindigkeit und Durchmesser der Tropfen gesetzt sind (Col. 6 u. 7).

Tabelle XVI.

Versuch	Potential in 1 Min.	El.-Menge in 1 Min.	Tropfenzahl in 1 Min.	Durch 1 Tropf. entwickelte El.-Menge	Tropfen-Geschwdkt.[1]	Trop Dur mes
	Volts/Min.	Coulombs/Min.		Coulombs	m/Sec.	m
m. schwachem Strahl	1,88	$4{,}9 . 10^{-10}$	14 900	$0{,}033 . 10^{-12}$	3	2
einzelnen Tropfen .	1,0	$1{,}1 . 10^{-10}$	120	$0{,}89 . 10^{-12}$	6,8	4,
starkem Strahl . .	600	$468 . 10^{-10}$	223 000	$0{,}206 . 10^{-12}$	18	2

Berücksichtigt man das frühere Resultat, dass ein auffallender Tropfen um so mehr Electricität entwickelt, je grösser seine Geschwindigkeit und je grösser sein Durchmesser ist (Tab. XI und XII), so entsprechen die drei Electricitätsmengen, miteinander verglichen, vollkommen der Voraussetzung, dass die Wirkung von Strahlen sich immer in derselben Weise aus der ihrer einzelnen Tropfen zusammengesetzt und zwar, unabhängig von allen Nebenumständen, nur nach Maassgabe deren Anzahl, Geschwindigkeit und Grösse.

Verschiedene Gase; verschiedene Flüssigkeiten.

40. Es war zu erwarten, dass Wasserfälle in verschiedenen Gasen eine verschieden starke Electricitätsentwickelung geben werden.

1) Bei den Strahlen als diejenige genommen, mit der ein Tropfen von 2 mm Durchmesser unten anlangt, wenn er seinen Fall oben mit der aus Wassermenge und Weite des Ausflussrohres berechneten Anfangsgeschwindigkeit des Strahles begonnen hat.

Wurde die Gasometerglocke, Fig. 1, mit Leuchtgas gefüllt und der Strahlversuch ganz wie früher (10) ausgeführt, so ergaben sich stets kleinere Potentiale als bei atmosphärischer Luft. Es war bei diesen Versuchen die Zinkblechbrücke *b* im Gasometer angebracht, der Strahl (Leitungswasser) fiel 10 Min. lang auf dieselbe. Die Mittelwerthe der so erhaltenen Luftpotentiale sind:

Bei Leuchtgas 105,8 Volt,
„ atm. Luft 122,5 „

Die Wirksamkeit eines Wasserfalles in Leuchtgas ist also nur 0,864 von der in Luft. Ob das Gas filtrirt, oder direct aus der Leitung entnommen war, machte keinen Unterschied.

Versuche mit reinem Wasserstoffgase (von dem etwa 50 volproc. im Leuchtgase enthalten sind) in einem viel kleineren, sonst ganz wie Fig. 1 gebauten Gasometerapparate ergaben (bei destillirtem Wasser) die Wirkung = 0,646 von der in atmosphärischer Luft.

41. Es wurde schliesslich noch eine grössere Anzahl von Flüssigkeiten versucht. Der hierzu benutzte Apparat, in Fig. 9 im Querschnitt abgebildet, ist einem früheren, Fig. 8, im wesentlichen gleich. Der Behälter, aus welchem die Flüssigkeit ausfliesst, ist eine Flasche mit abgesprengtem Boden, die unten einen Kork mit Glashahn trägt, dessen Rohr in eine Spitze von 1,12 mm Weite ausläuft. Ein an Seidenfäden *ff* isolirt aufgehängtes Metallgehäuse *X* und ein kleiner Mantel aus Drahtnetz *dd* umschliessen dieses Reservoir und verbinden es durch den nach aufwärts gehenden Draht mit dem Quadrantelectrometer, durch den nach abwärts gehenden mit dem auffangenden Theil des Apparates. Dieser besteht aus einer Glasschale *G* von 5 cm Tiefe, gefüllt mit der betreffenden Flüssigkeit, in welche sich der Strahl *S* ergiesst; unterhalb derselben befindet sich die grössere, anfangs leere Schale *g*, um das Ueberfliessende aufzunehmen. Beide Schalen stehen in der grossen isolirten Eisenblechwanne *K*, welche dazu bestimmt ist, alle fortspritzenden Tröpfchen aufzufangen; der Mantel *D* aus Drahtgeflecht umschliesst Glasschalen und Strahl. Das ganze isolirte System *XDK* weist somit nach aussenhin eine gut leitende Oberfläche auf, die jedoch der Luft den freien Durchzug er-

laubt. Der grosse Drahtkäfig schützt wieder das Ganze vor äusseren Störungen.

Während der etwa 1 l betragende Inhalt der Flasche abläuft — was bei allen untersuchten Flüssigkeiten nahezu gleichlang, etwa 5 Min., dauerte — wurden am Electrometer von 30 zu 30 Sec. Ablesungen genommen. Die folgende Tabelle gibt die erhaltenen Ladungen (Mittelwerthe): 1. in hundertstel Volt, berechnet auf 1 Min., und 2. bezogen auf Wasser als Einheit.

Tabelle XVII.

Nr.	Flüssigkeit			10^{-2} Volts per Min.	Wasser als Einheit
1	Destillirtes Wasser			+ 26,66	+ 1
		Sp. Gew.	Gew. proc.		
2	Alkohol I.	0,821	91	− 1,04	− 0,039
3	„ II.	0,819	91	+ 3,28	+ 0,123
4	Wässriger Alkohol (Alkohol II verdünnt)	0,930	45	+ 4,88	+ 0,183
5		0,964	26	+ 22,26	+ 0,835
6	Aether			+ 0,20	+ 0,008
7	Schwefelkohlenstoff (farblos)			+ 6,58	+ 0,247
8	Benzol			− 0,82	− 0,031
9	Terpentin			− 52,98	− 1,987
10	Steinöl			+ 1,66	+ 0,062
11	Ammoniakflüssigkeit, nahezu conc.			+ 1,08	+ 0,041
12	Kalilauge (300 g KHO + 500 g H_2O) . . .			+ 1,42	+ 0,053
13	Schwefelsäure (1 Vol. conc. Säure + 10 Vol. H_2O)			− 7,82	− 0,294
14	Glaubersalzlösung, 4 proc., in Wasser . . .			− 20,26	− 0,760
15	Wässrige Kochsalz-Lösungen	0 proc. NaCl		+ 26,66	+ 1,000
16		0,005 „ „		+ 1,78	+ 0,067
17		0,025 „ „		− 4,66	− 0,174
18		0,05 „ „		− 6,12	− 0,229
19		0,5 „ „		− 7,52	− 0,282
20		2,5 „ „		− 18,54	− 0,695
21		5,0 „ „		− 26,42	− 0,991
22		10,0 „ „		− 22,28	− 0,835
23		22,9 „ „		− 3,72	− 0,140
24	Bonner Leitungswasser			+ 3,97	+ 0,149
25	Quecksilber			+ 381,2	+ 14,30

Es fällt in dieser Zusammenstellung zunächst die sehr kleine Wirksamkeit von Alkohol auf (Nr. 2 und 3), von dem zwei Sorten (verschiedene Lieferungen derselben Bezugsquelle) La-

dungen von entgegengesetztem Vorzeichen gaben, vermuthlich infolge verschiedenen Gehaltes an kleinen Verunreinigungen; Wassergehalt (Nr. 4 und 5) bringt erst bei etwa vierfacher Verdünnung die Wirksamkeit der des Wassers nahe. Auch die übrigen Kohlenstoffverbindungen (Nr. 6—10) gaben nur geringe Wirkung, mit Ausnahme des Terpentins, der stärker wirkte als Wasser, aber mit entgegengesetztem Vorzeichen. Die beiden untersuchten Basen (Nr. 11 und 12) gaben schwache positive Wirkung, die Säure (Nr. 13) negative. Interessant war das Verhalten von Kochsalzlösungen verschiedener Concentration (Nr. 15—23); es macht sich hier eine Wirkung äusserst geringer Substanzmengen bemerkbar. Schon fünf Hundertausendtheile NaCl (Nr. 16) vernichten die Wirksamkeit von Wasser fast gänzlich; die fünffache Menge lässt sie mit entgegengesetztem Vorzeichen wieder zum Vorschein kommen. Eine 0,011 proc. Lösung wäre eine vollkommen unwirksame Flüssigkeit. Alle concentrirteren Lösungen werden negativ electrisch, am stärksten, nach graphischer Interpolation, eine solche von etwa 6,5 Proc. Salzgehalt. Bemerkenswerth ist schliesslich noch die sehr starke positive Ladung des Quecksilbers.

42. Ausser den Wasserfällen und plätschernden Bächen lassen noch zwei andere Vorgänge in der Natur electrische Wirkung zusammenprallender Flüssigkeitsmassen erwarten: die Regenfälle und der Wellenschlag des Meeres.

Jeder auf die Erdoberfläche aufschlagende Regentropfen muss negative Electricität in die Luft führen. Es ist nun eine wohlbekannte Thatsache, dass das normale positive Schönwetterpotentialgefälle der Atmosphäre bei Regenfällen häufig in ein negatives übergeht, nach den sorgfältigen Beobachtungen der Hrn. Elster und Geitel selbst dann, wenn die Regentropfen mit positiver Ladung fallen.[1]) Die Regenfälle wirken sogar bis in grosse Entfernungen: Das bei heiterem Himmel gemessene positive Potentialgefälle fand sich merklich erniedrigt, wenn innerhalb eines Umkreises von 800 km um den Beobachtungsort Regen fiel.[2]) Dass unsere Erscheinung wohl im Stande ist, solche Wirkungen hervorzubringen, zeigt die

1) Elster u. Geitel, Wien. Ber. **99.** p. 421, Taf. II. Fig. 6, 8, 9, 10 etc. 1890.

2) Elster u. Geitel, Wien. Ber. **98.** p. 952 f. 1889.

folgende Betrachtung. Es falle Landregen mittlerer Stärke von 5 mm stündlicher Niederschlagshöhe; der durchschnittliche Durchmesser der Tropfen betrage 2 mm und es beziehe sich unsere Rechnung auf den prismatischen Raum oberhalb eines Quadratmeters Erdoberfläche. Die in 1 St. fallende Wassermenge beträgt dann $100 . 100 . 0{,}5 = 5000 \text{ cm}^3$ und besteht aus $5000/(\frac{4}{3}(0{,}1)^3 \pi) = 1\,200\,000$ Tropfen, deren Endgeschwindigkeit 7,3 m/Sec. ist.[1]) Aus Tab. XVI interpoliren wir für diese Geschwindigkeit und 2 mm Tropfengrösse eine Electricitätsentwickelung von $-0{,}08 . 10^{-12}$ Coulombs per Tropfen, also im ganzen $-1{,}2 . 10^6 . 0{,}08 . 10^{-12} = -9{,}6 . 10^{-8}$ Coulombs per Stunde. Von der gleichen Wirkung ist die Umgebung des von uns betrachteten prismatischen Raumes betroffen, sie umfasst ihn als electrischer Schutzring und es ist daher leicht zu berechnen, welches Potentialgefälle die obige Electricitätsmenge hervorbringen wird, vorausgesetzt zunächst, dass sie sich ohne Verlust angesammelt hat. Die Kraftlinien nämlich, welche die electrischen Quanta in der Luft mit der Erdoberfläche verbinden, werden infolge der Schutzringwirkung stets miteinander parallel, senkrecht zum Erdboden laufen; sie werden daher, wie immer auch die Electricitätsmenge in dem prismatischen Raume vertheilt ist, stets in derselben Dichte an dessen Grundfläche enden und es wird daher dort ein von der Vertheilung unabhängiges Potentialgefälle herrschen. Die Grösse desselben ergibt sich, als die Anzahl der positiv gerichteten Kraftlinien bezogen auf die Flächeneinheit, zu

$$-\frac{4\pi . 10^{-1} \text{v} . 9{,}6 . 10^{-8}}{100^2} \frac{\text{Electrostat. Einh.}}{\text{cm}} = -11\,000 \frac{\text{Volt}}{\text{m}}.$$

Verglichen mit dem grössten beobachteten normalen Erdpotentialgefälle, $+828$ Volt/m[2]), erscheint diese Wirkung der innerhalb 1 St. auf den Erdboden treffenden Regentropfen gross genug, um trotz bedeutender Verringerung durch Entladung an die Erdoberfläche und die fallenden Tropfen und durch seitliche Ausbreitung, die beobachtete Umkehr hervorzubringen. Die Wirkung des Zusammenstosses der Tropfen

---

1) Für die Berechnung derselben vgl. Anmerkung p. 28.

2) Beobachtet von Elster u. Geitel, vgl. Exner, Exn. Rep. 27. p. 218. 1891.

untereinander wurde hierbei ganz ausser Acht gelassen, doch übertrifft er vielleicht sogar den berechneten, insbesondere bei grosstropfigem Regen.

Nicht minder bedeutend dürfte die Wirkung der vom Sturme erregt sich überstürzenden Meereswellen sein. Dem Zeichen nach mit dem normalen Gefälle übereinstimmend, müsste sie als Verstärkung desselben bemerkbar werden. Die einzige Messung von Luftelectricität bei bewegter See, die mir bekannt geworden ist, ergibt in der That dieses Resultat. Exner beobachtete am Strande von Ceylon, dass die normalen Luftpotentiale bei brandendem Meere bedeutend vergrössert erschienen.[1]) Mehr als zwei Drittheile der Erdoberfläche sind Schauplatz dieser Electricitätsentwickelung, es erscheint daher nicht unmöglich, dass ein bedeutender Theil des normalen atmosphärischen Gefälles durch dieselbe bedingt und unterhalten wird. Berücksichtigung ferner Seestürme beim Studium der atmosphärischen Electricität könnte hierüber Aufschluss geben.

43. Die Electricitätsentwickelung beim Zussammenstosse von Flüssigkeitsmassen und ihre Eigenthümlichkeiten können erklärt werden, wenn man annimmt, dass Contactelectricität zwischen Gasen und Flüssigkeiten besteht. Alle freien Flüssigkeitsoberflächen sind dann Sitz electrischer Doppelschichten, beim Wasser beispielsweise so, dass die äusserste Schicht seiner Oberfläche mit positiver Electricität, die angrenzende Schicht der Luft mit negativer Electricität bis zu einer gewissen constanten Potentialdifferenz beladen sind. Treffen zwei Wassermassen zusammen, so verschwindet ein Theil der freien Oberfläche und die Luft muss aus dessen Nachbarschaft entweichen. Geschieht dies rasch genug, so kann sie schon weit fortgeströmt sein, ehe ihre electrische Ladung Zeit gehabt hätte, sich mit der entgegengesetzten des Wassers ganz zu vereinigen; die beiden Theile der electrischen Doppelschicht sind mechanisch voneinander abgetrennt. Aehnliches geschieht in einer Reibelectrisirmaschine[2]) und bei den Diaphragmen-

1) Exner, l. c. p. 135.

2) v. Helmholtz, Wied. Ann. **7.** p. 337. 1879. — G. Meyer, Wied. Ann. **10.** p. 262. 1890.

strömen[1]) an den Grenzflächen fester, bez. fester und flüssiger Körper. Je rascher die Trennung bewirkt wird, je rascher Flüssigkeitsoberfläche verschwindet, um so mehr von der Ladung wird abgetrennt werden: Je grösser die Geschwindigkeit der auffallenden Tropfen und je grösser die Tropfen selbst waren, um so mehr Electricität wurde gewonnen (28, 37). Auch die Versuche mit verschieden dicken Strahlen sind in Uebereinstimmung mit jener Vorstellung. Es strömte in diesen Versuchen (24, Tab. X) die gleiche Wassermenge unter gleichem Drucke, also mit nahezu gleicher Geschwindigkeit aus, dennoch war die Wirkung nicht gleich, sondern um so grösser, je dünner die Strahlen, d. h. je grösser die Oberfläche des Wassers war, denn dünnere Strahlen zerfallen auch in kleinere Tropfen als dickere.

Nach Paschen's Versuchen zählt die Zeit, welche zur vollen Ausbildung der Ladung an der Grenzfläche von Quecksilber und Electrolyten nöthig ist, nach tausendstel Secunden[2]); von gleicher Ordnung wird man auch die Zeit erwarten, die ein aus der Grenzschicht herausbewegtes Volumelement in diesem Falle zum Verlieren seiner Ladung braucht. Rechnet man in unseren Versuchen die Zeit, innerhalb welcher Oberfläche in wirksamer Weise verschwindet, vom ersten Contact bis zum halben Untertauchen eines auf Wasser fallenden Tropfens, also gleich der Zeit, in welcher der Tropfen um seinen eigenen Radius fortrückt, so ergibt sie sich (mit den schon in Tab. XVI, letzte und vorletzte Columne, zusammengestellten Daten):

Beim schwachen Strählchen (38) = 0,0003 Sec.,
„ starken Strahle (24) = 0,00005 „

also von einer Grösse, die unserer Erklärung nicht widerspricht. Während dieser Zeit verschwindet die Hälfte der Oberfläche des Tropfens und ausserdem ein Stück von der getroffenen Wasserfläche gleich seinem grössten Kreise,, was zusammengenommen, beim Tropfendurchmesser 2 mm, 9,7 mm^2 ausmacht. Dabei wurden, im Maximum beim starken Strahle (Tab. XVI), $0{,}206 \cdot 10^{-12}$ Coulombs Electricität freigemacht,

---

1) Quincke, Pogg. Ann. **107.** p. 1. 1859. — v. Helmholtz, l. c.
2) Paschen, Wied. Ann. **41.** p. 801. 1890.

sodass $2,1 \cdot 10^{-12}$ Coulombs auf das Quadratcentimeter verschwundener Oberfläche kommen. Zwei entgegengesetzte Quanta dieser Grösse, auf zwei Condensatorplatten von dieser Fläche vertheilt und im Abstand von 1 Milliontelmillimeter einander gegenübergestellt, ergäben eine Potentialdifferenz von nur $2,4 \cdot 10^{-6}$ Volt, sodass schon eine sehr kleine Contactpotentialdifferenz zwischen Wasser und Luft genügte, um unsere Erscheinung zu erklären.

44. Es sind mir noch zwei andere Erscheinungen bekannt, die ebenfalls durch Contactelectricität zwischen Gasen und Flüssigkeiten erklärt worden sind, und die sich mit der hier untersuchten vergleichen lassen.

Die erste ist die von Quincke entdeckte electrische Fortführung von Gasbläschen in Flüssigkeiten.[1]) Befindet sich Wasser, das Luftbläschen enthält in einem starken electrischen Felde, so bewegen sich die Bläschen nach der positiven Seite hin. Luftbläschen in Terpentin gehen nach der negativen Seite. Die Bewegungen erfolgen also so, als ob Potentialdifferenzen beständen, in dem Sinne:

Luft $-$ | Wasser $+$,
Luft $+$ | Terpentin $-$.

Ganz im selben Sinne verhielten sich dieselben Flüssigkeiten auch bei unseren Strahlversuchen (Tab. XVII, Nr. 1 u. 9); das Wasser wurde positiv electrisch, Terpentin negativ electrisch gegen die Luft. Auch bei Alkohol (Nr. 2 u. 3) zeigt sich Uebereinstimmung insofern, als sowohl in Quincke's als in den hier beschriebenen Versuchen bei zwei verschiedenen Sorten entgegengesetztes Verhalten beobachtet wurde. Nur bei Schwefelkohlenstoff (Nr. 7) fehlt die Uebereinstimmung; vielleicht ist dies indessen bei einer Flüssigkeit, die noch schwieriger zu reinigen ist als Alkohol, gar nicht zu verwundern. Alkohol und Schwefelkohlenstoff gaben in unseren Versuchen überhaupt nur schwache Wirkung im Vergleich zu Wasser und Terpentin. Electrische Fortführung von Luft in anderen Flüssigkeiten ist, soviel mir bekannt, noch nicht untersucht.

Die zweite Beobachtung ist die Folgende: Die Hrn. Bichat und Blondlot maassen die Contactpotentialdifferenzen Schwefel-

1) Quincke, Pogg. Ann. **113**. p. 572 ff. 1861.

strömen[1]) an den Grenzflächen feste ,proc.) und Kalilauge
Körper. Je rascher die Trenn proc.) nach zwei verschie-
Flüssigkeitsoberfläche verschw gab die wahren Potential-
wird abgetrennt werden: holtz'schen Satzes über die
auffallenden Tropfen un t [1]):
um so mehr Electric
Versuche mit ver $SO_4 = + 0{,}20$ Daniell,
stimmung mit je
suchen (24, Tr $KHO \quad = + 0{,}125$ „
Drucke, also war von etwaigen Contactpotentialdiffe-
war die V gegen Luft abhängig und ergab [2]):
dünner d
war, d $+ Na_2SO_4 | Luft + Luft | H_2SO_4 \quad = - 0{,}129$ Daniell.
als d $+ KHO \quad Luft + Luft | Na_2SO_4 = - 0{,}136$ „

scheinbaren" Potentialdifferenzen stimmen also nicht
Zeichen mit den obigen wahren, woraus folgt, dass
zweiten Gleichungspaare vorkommenden Potential-
gegen Luft nicht Null sind. Man erhält für dieselben
durch Subtraction:

$$Na_2SO_4 \,|\, Luft + Luft \,|\, H_2SO_4 \quad = - 0{,}33 \text{ Daniell},$$
$$KHO \quad Luft + Luft \,|\, Na_2SO_4 = - 0{,}261 \quad „$$

Genau dieselben drei Flüssigkeiten finden sich auch in der Tab. XVII untersucht (Nr. 12, 13, 14). Die Zahlen dieser Tabelle sind freilich — unsere Erklärung der Erscheinung als richtig angenommen — nur unbestimmte Vielfache der Contactpotentialdifferenzen gegen Luft und geben von denselben mit Sicherheit nur das Zeichen: Es gilt für jede Zahl z der Tabelle (letzte Col.) die Gleichung

$$Luft \,|\, Flüssigkeit = n \, . \, z \text{ Daniell},$$

wo n eine positive Zahl ist, die höchst wahrscheinlich von Flüssigkeit zu Flüssigkeit wechselt. Der Vergleich muss sich daher darauf beschränken, festzustellen, dass Uebereinstim-

---

1) Bichat u. Blondlot, Compt. rend. 100. p. 791. 1885. (Die erste der obigen Angaben stimmt im Zeichen nicht mit der l. c. überein, doch liegt hier, wie ich durch gütige briefliche Mittheilung von Hrn. Prof. Blondlot weiss, ein Druckfehler des Originales vor: H_2SO_4 und Na_2SO_4 sind dort zu vertauschen).

2) Bichat u. Blondlot, Journ. d. Phys. (2) 2. p. 548. 1883.

ıg mit dem letzten Gleichungspaare von **Bichat** und dlot erreicht wird, wenn man setzt[1]):

$$\begin{array}{llll} \text{bei} & KHO, & H_2SO_4, & Na_2SO_4 \\ n = & 1 & 1{,}83 & 0{,}274. \end{array}$$

3. die Schwefelsäure in unseren Versuchen positiv .n geworden (statt negativ), so wäre Uebereinstimmung möglich gewesen. Leider sind die obigen zwei Flüssigkeitspaare die einzigen, auf welche Bichat und Blondlot's beide Methoden angewandt sind.

Zusammenfassung der Ergebnisse.

45. Als Hauptresultat der vorbeschriebenen Versuche kann die Kenntniss einer einfachen Erscheinung betrachtet werden, auf welche die electrische Wirkung der Wasserfälle zurückzuführen ist:

Wassertropfen, die auf Wasser oder einen benetzten Körper fallen, entwickeln Electricität. Das Wasser wird positiv electrisch, die Luft entweicht mit negativer Ladung von der Stelle des Auffallens.

In Tropfen zerfallene Strahlen sind geeignet, die Erscheinung stark bemerkbar zu machen; die Ladung des Wassers kann sich hier bis zur Fünkchenbildung steigern (24), das Luftpotential in einem Zimmer auf Hunderte von Volts gebracht werden (6.). Am charakteristischsten zeigte sich die Erscheinung in den unter 22. beschriebenen Versuchen mit isolirten Strahlen, am reinsten in den unter 38. und 25. beschriebenen.

Minimale Verunreinigungen des Wassers schwächen die Wirkung bedeutend (7, 13, 41). Auch alle anderen versuchten Flüssigkeiten erwiesen sich als wirksam, je in verschiedenem Grade und mit verschiedenem Zeichen (41.); die Natur des Gases war ebenfalls von Einfluss (40).

Eine einfache Erklärung der Erscheinung war unter der Annahme möglich, dass Contactelectricität zwischen gasförmigen und flüssigen Körpern bestehe (43.).

Auf die Wasserfälle angewandt, ergeben die Versuche, in Uebereinstimmung mit den Beobachtungen in den Alpen, das Folgende:

1) Es führen unendlich viele Systeme der n zu Uebereinstimmung.

Unter ihren mannigfachen Bewegungserscheinungen sind wirksam nur die Zusammenstösse der Wassermassen untereinander und mit dem feuchten Gestein; der Hauptsitz der Electricitätsentwickelung ist daher der Fuss des Falles (4). Von da aus verbreitet sich die negative Electricität der Luft in die Umgebung, während die positive des Wassers zur Erde geht.

Electromotorisch unwirksam ist das Hinabströmen des Wassers durch die Luft und das blosse Zerstieben desselben (35, 36); seine Reibung am Gestein (34) und der Einfluss des Erdpotentialgefälles (3, 5) sind nebensächlich. Schäumende Mischung der Luft mit dem Wasser vermindert nur die Luftelectricität (26); dieselbe kann auch vermindert erscheinen durch die Anwesenheit von Wasserstaub, der sich unter ihrer Influenz mit der entgegengesetzten Electricität abtrennt (4, 20, 21, 34).

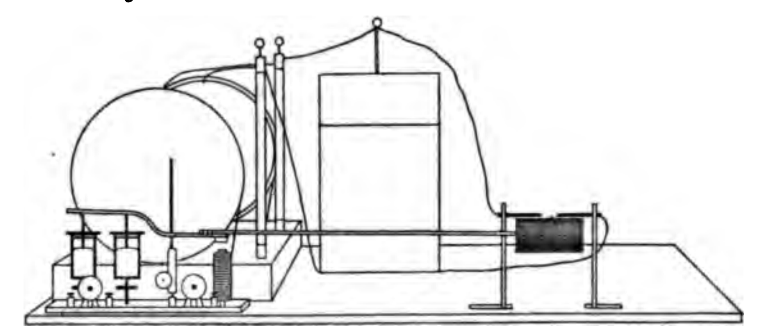
Auch die durch Regenfälle bewirkte Erniedrigung und Umkehr des normalen Erdpotentialgefälles und die Erhöhung desselben durch die Meeresbrandung lassen sich durch unsere Erscheinung erklären (42).

Bonn, Physikal. Institut der Univ., Mai 1892.

V. *Notiz über ein Phosphoroskop mit Funkenlicht; von Philipp Lenard.*

Die Funken der Leydner Flaschen eines Ruhmkorff-Inductors sind reich an ultraviolettem Lichte. Es liegt nahe, dieses Funkenlicht zu Phosphorescenz-Beobachtungen zu benutzen und es soll im Folgenden eine sehr einfache Vorrichtung beschrieben werden, die, an dem Funkenapparate angebracht, ihn in ein sehr handliches und wirksames Phosphoroskop verwandelt.

Die primäre Rolle eines grossen Ruhmkorff-Inductors sei mit Quecksilberunterbrecher und Batterie verbunden, an



die secundäre Rolle sei eine Leydner Flasche von passender Grösse geschaltet, sodass statt der sonst 15 oder 30 cm langen Funken nun kräftige Flaschenentladungen mit 5 oder 10 mm Schlagweite eintreten. Um recht viel ultraviolettes Licht zu erhalten wählen wir als Funkenelectroden schmale Streifen von Zinkblech oder nicht zu dünnen Zinkdraht. Um nun aus diesem Apparate ein Phosphoroskop zu machen, befestigen wir an dem schwingenden Balken des Quecksilberunterbrechers einen leichten, doch möglichst steifen Arm, etwa einen Holzstab, so, dass jener Balken um etwa 50 cm über den Magnetanker hinaus verlängert wird (vgl. die Figur). Das freie Ende des Armes trage in seiner Schwingungsebene ein Stück steifen, schwarzen Papieres, etwa 4×8 cm² gross. Wird der Interruptor in Gang gesetzt, so oscillirt das Papierstück in seiner

eigenen Ebene vertical um fast 1 dm auf und ab. Möglichst dicht hinter dieses Papierstück stellen wir die Funkenstrecke so auf, dass sie sich in der Höhe des oberen Papierrandes befindet (vgl. die Figur) und reguliren dann den Quecksilbernapf des Unterbrechers so, dass die Funken gerade dann überspringen, wenn das schwingende Papier durch seine Ruhelage geht, wenn also der obere Papierrand, nach abwärts gehend, eben an der Funkenstrecke vorbeipassirt. Die rechter Hand liegende Funkenelectrode wird zweckmässig zur Erde abgeleitet. Das Phosphoroskop ist nun fertig zum Gebrauche.

Um einen Versuch zu machen, sei das Zimmer verdunkelt und es befinde sich das Auge des Beobachters vor dem oscillirenden Papier, in solcher Höhe, dass die Funken hinter demselben eben noch verdeckt bleiben. Das Papier erscheint dann bei der kurzen Dauer des Funkenlichtes unbeweglich ruhend und hebt sich schwarz von der etwas erhellten Umgebung ab; die Funken und die von ihrem Lichte getroffenen Electroden sind unsichtbar. Bringt man nun hinter das Papier und die Funken einen phosphorescirenden Körper, etwa ein Stück Glasrohr, so ist der Anblick ein überraschender: Das Glasrohr wird von dem schwarzen Papier nicht verdeckt, sondern es erscheint hinter demselben hell in seinem grünen Phosphorescenzlichte strahlend. Die Erscheinung ist vollkommen die, als wäre dem schwarzen Papiere die Eigenschaft gegeben, allein nur für Phosphorescenzlichter durchlässig zu sein. — In Wirklichkeit verdeckt das oscillirende Papier die Gegenstände hinter demselben, während sie vom Funkenlichte beleuchtet werden, um sie gleich darauf wieder aufzudecken und so alles, was nachleuchtet, erscheinen zu lassen.

Ein besonderer Vorzug dieses Phosphoroskopes ist seine Handlichkeit. Grössere zu prüfende Körper können einfach mit der Hand an die Funken gehalten werden; kleinere mit einer Elfenbeinpincette, oder mittels Kautschukring an das Ende eines schmalen Holzbrettchens befestigt. Für pulverige Substanzen, wie es manche Erdalkaliphosphore sind, die frei in der Nähe der Funken zerstieben würden, legte ich auf das Brettchen erst ein kleines Stück Pappe mit einem Loche von einigen Millimetern Radius; das Loch wird mit dem Pulver ausgefüllt und eine Quarzplatte darüber gedeckt; Kautschuk-

ringe halten das Ganze zusammen. Der Quarz selbst phosphorescirt kaum merklich und lässt das wirksame Licht bis ans Pulver gelangen. Wünscht man statt der gleich nach Belichten auftretenden Luminescenz das längere Nachleuchten zu beobachten, so hat man nur den Arm mit der Hand nach abwärts gedrückt festzuhalten.

Die Empfindlichkeit der Beobachtung kommt etwa der in einem Becquerel'schen Phosphoroskope gewöhnlicher Construction gleich (ein solches von Dubosq mit Handkurbel und zweifacher Zahnradübersetzung erlaubt Beobachtung bis etwa $^1/_{2400}$ Sec. nach Belichtung) oder übertrifft sie etwas, wobei für das Becquerel'sche Phosphoroskop Sonnenlicht mit einer grossen Linse concentrirt angewandt gedacht ist. Natürlich ist zu erwarten, dass einige Körper sich in den beiden Apparaten verschieden verhalten werden, wegen der Verschiedenheit des erregenden Lichtes. Kalkspath, Kreide, Marmor, Tropfstein in verschiedenen Proben leuchteten in beiden mit ungefähr derselben Helligkeit und Farbe; ebenso verschiedene Flussspathe, Topas, Diamant. Ein Stück Uranglas erscheint im Funkenphosphoroskope oben sehr hell, grün, nach unten zu matter, entsprechend der sehr kurzen Dauer seines hellen Leuchtens. Auch die Platincyanüre waren gut zu beobachten, ebenso Eosingelatine [1]), letztere indess hier ausnahmsweise lange nicht so hell wie im Becquerel'schen Phosphoroskope, durch Sonnenlicht erregt. Sehr reine Arragonitkrystalle, im Becquerel'schen Apparate unsichtbar, gaben, in die Funken gehalten, schwaches rothes Licht. Es gelingt auch leicht Phosphorescenzspectra zu beobachten, wenn ein Spectroskop mit seinem Spalte dicht vor das oscillirende Papier gestellt wird.

Eines der prachtvollsten Objecte im neuen Phosphoroskop ist das von Prof. Krafft dargestellte, schon von E. Wiedemann [2]) untersuchte Pentadecylparatolylketon; es leuchtet intensiv und auch hier mit derselben grünen Farbe, wie beim Zerbrechen. Intensiv leuchten natürlich auch die Erdalkaliphosphore, zu deren Beobachtung ich den Apparat seit zwei

---

1) Vgl. E. Wiedemann, Wied. Ann. **34.** p. 449. 1888.

2) E. Wiedemann, Wied. Ann. **37.** p. 229. 1889.

Jahren benutze. Die einzige feste Substanz mit ausgesprochenen Luminescenzeigenschaften, die keine Spur von Leuchten erkennen liess, war Asaron. Ich verdanke eine Probe dieser merkwürdigen Substanz Hrn. Prof. Fabinyi in Klausenburg, der mich auch auf ihre Eigenschaft, beim Zerbrechen und Zerquetschen hell zu leuchten, aufmerksam machte. Die Triboluminescenz des Asarons ist violett, noch heller als die grüne des obigen Ketons. Mit derselben violetten Farbe strahlt die Substanz auch in Crookes'schen Röhren, und ebenso, wenn sie in den ultravioletten Theil des (mit Quarzapparaten entworfenen) Funkenspectrums gehalten wird; doch weder im Becquerel'schen noch im Funkenphosphoroskop war eine Spur von Nachleuchten aufzufinden. Der sehr kurzen Dauer des Leuchtens entsprechend, ist auch beim Asaron ein Sprühen der wegfliegenden Theilchen nie zu bemerken, wenn man es im Dunkeln zertrümmert — im Gegensatz zu jenem Ketone mit seinem andauernden Nachleuchten.

Die gute Wirksamkeit des Funkenphosphoroskops ist dem grossen Reichthum des Funkenlichtes an ultravioletten Strahlen und dem Umstande zu verdanken, dass man die Objecte ohne Schaden bis in die Lichtquelle selbst bringen kann. Die Bewegung des Papierschirmes ist ja keine sehr rasche. Aus der Oscillationsdauer (etwa $^1/_5$ Sec.) und der Amplitude (ca. 9 cm) folgt, dass der Schirm beim Durchgang durch die Gleichgewichtslage etwa $^1/_{600}$ Sec. braucht, um sich um 2 mm weiterzubewegen — ungefähr diese Zeit muss also zwischen Belichtung und Beobachtung vergehen. Wie reich das Zinkfunkenlicht an unsichtbaren, Phosphorescenz erregenden Strahlen ist, kann folgender Versuch illustriren: Von einem aus Cu-haltigem CaS präparirten Leuchtsteine[1]) sind zwei gleichmässige Schichten auf je einem Uhrglase ausgebreitet; die eine Schicht ist mit einer Quarzplatte (etwa 3 mm dick) bedeckt, die andere mit einer (gleichdicken) klaren Glasplatte. Beide so vorgerichtete Proben werden nun gleichzeitig dem Funkenlichte ausgesetzt und die Intensität des von 50 Funken erregten Nachleuchtens der beiden miteinander verglichen. Es ergab sich, dass man die mit Quarz bedeckte Probe in 13 mal so

1) Vgl. Klatt u. Lenard, Wied. Ann. **38.** p. 96. 1889.

grosser Entfernung unter den Funken aufstellen muss, als die mit Glas bedeckte, damit beide gleich hell nachleuchten. Daraus folgt, dass die Wirksamkeit des gesammten (durch Quarz gehenden) Funkenlichtes $13^2 = 169$ mal so gross ist, als die des sichtbaren (durch Glas gehenden) Theiles desselben; der allergrösste Theil der von den Funken ausgestrahlten Lichtenergie ist also unsichtbar.

Der beschriebene Apparat dürfte sich auch zu Demonstrationszweken gut eignen, denn das aus ihm austretende Phosphorescenzlicht ist in einer durch die Funken gelegten Horizontalebene innerhalb eines Winkels von etwa 130° überallhin gleichgut sichtbar. Vielleicht würde man für diesen Zweck passend einen grossen schwarzen Schirm dicht vor das schwingende Papier setzen, mit einem Ausschnitte, etwas kleiner als das Papier selbst, um seitliches Licht abzuhalten.

Bonn, October 1891.

VI. *Ueber die Erregung und Beobachtung sehr rascher electrischer Schwingungen;* *von A. Toepler.*

(Fortsetzung.)

III. Einige Resonanzversuche.

Bei den in den ersten Abschnitten dieser Mittheilung beschriebenen Experimenten wurde zu den Hertz'schen Fernebeobachtungen die Funkenbildung auf einem in der Mitte unterbrochenen, geradlinigen Secundärleiter benutzt, dessen günstigste Länge von Fall zu Fall empirisch festzustellen ist. Die Anwendung eines derartigen, abgestimmten Leiters, den ich im Anschluss an die schon bestehende Bezeichnungsweise einen *zweitheiligen*, *geradlinigen Resonator* nennen will, scheint auf den ersten Blick gewisse schon im Abschnitt I kurz erwähnte Schwierigkeiten zu bieten, zu denen die Anforderung der Symmetrie als neue Schwierigkeit hinzutritt. Daher mag es kommen, dass über die Resonanzverhältnisse solcher Leiter noch unbestimmte Angaben vorliegen. Die hier in Betracht kommenden Versuche von Stefan[1]), Sarasin und de la Rive[2]) lassen die Frage in den Hauptpunkten offen. Dieser Umstand veranlasste mich, den Gegenstand mit Anwendung der Influenzmaschine zu untersuchen. Um einen experimentellen, von theoretischen Voraussetzungen möglichst freien Anhalt zu haben, machte ich einige Vorversuche an der bekannten Lecher'schen Drahtcombination. Obwohl diese Versuche theilweise nur Bekanntes in neuer Form bieten, so theile ich sie doch mit, weil sie zum Gegenstande der Untersuchung in Beziehung stehen. Ich stellte den Apparat absichtlich für sehr lange Wellen, nämlich 22 m, mit nur 1 mm dicken, vertical übereinanderliegenden Drähten her, so zwar,

---

1) Stefan, Wied. Ann. **41.** p. 414. 1890.

2) Sarasin und de la Rive, Compt. rend. **110.** p. 74 und Arch. de Genève (3) **23.** 1890, vgl. Beiblätter zu diesen Annalen p. 423. 1890.

dass hinter der Hauptbrücke BB' (vgl. Fig. 7) drei Viertel dieser Wellenlänge (λ) zur Verfügung standen. Der Abstand der Drähte, welcher in der Figur der Deutlichkeit halber zu gross gezeichnet ist, betrug 30 cm. Die Anregung geschah mit der sechzigplattigen Influenzmaschine, wobei die freien Enden E und E' Funken von nahe 3 mm Schlagweite gaben. Hinsichtlich der „Knoten" und „Bäuche" mag mir gestattet sein, mich derjenigen Bezeichnungsweise zu bedienen, deren sich Lecher und gelegentlich auch Hertz[1]) bedient haben, nach welcher man von der Vorstellung electrischer Bewegungen nach Analogie der Flüssigkeits- oder Luftschwingungen in Röhren ausgeht. Es hat ja keine Schwierigkeit,

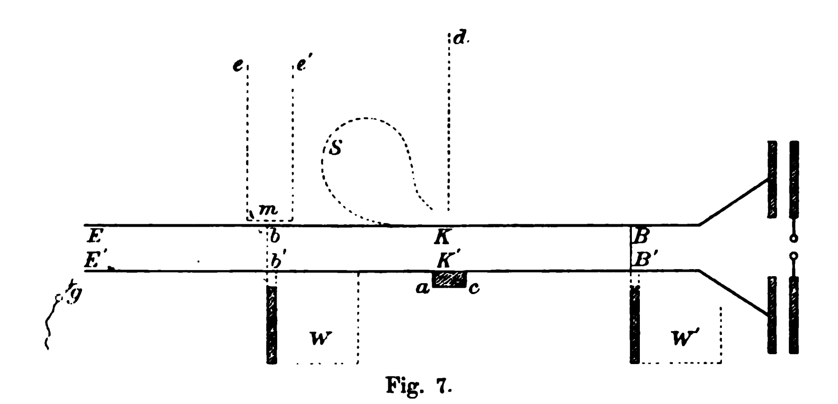


Fig. 7.

durch Namenvertauschung auf die jetzt vorherrschende, der Maxwell'schen Theorie angepasste, ursprünglich v. Bezold'sche Bezeichnungsweise überzugehen. Somit entstehen an den isolirten E und E', woselbst die Electricitätsbewegung gehemmt ist, *Knoten* mit periodischem Wechsel der electroskopischen Spannung. *Bäuche* nenne ich die Orte maximaler periodischer Electricitätsbewegung (z. B. bei b und b'), erkennbar entweder an den daselbst nach Hertz zu beobachtenden mechanischen Wirkungen der electrodynamischen Kräfte, oder an den dyna-

1) Vgl. Hertz, Wied. Ann. **34.** p. 557. 1885. Die oben beschriebene Anordnung war für anderweitige Versuche getroffen, welche noch nicht abgeschlossen sind.

mischen Inductionswirkungen, z. B. in einem mit seiner Mitte bis auf wenige mm genäherten Nebenleiter *eme'* von der Gesammtlänge $\lambda/2$, zwischen dessen Enden mit einer Geissler-schen Röhre oder mit dem Funkenmikrometer oder einem abgestimmten Electrometer experimentirt werden kann.

Bei Wellen so grosser Länge auf dünnem Draht gestaltet sich die Eintheilung nach Knoten und Bäuchen nahezu ebenso einfach, wie bei den acustischen Schwingungen sehr langer, dünner Saiten. Die Einstellung der Hauptbrücke BB' war ungeachtet der grossen Wellenlänge auf 5 bis 6 cm sicher. Die Abstände Bb und be fanden sich zu 1137 und 548 cm. Die Wellenlänge beträgt also 2274 cm und der Abstand des freien Drahtendes E vom benachbarten Bauch stimmt bis auf einen Unterschied *von nur 0,9 Proc.* der Wellenlänge mit dem Werthe $\lambda/4$ überein, wobei es wenig ausmacht, ob man die halbe Brückenlänge (20 cm) in die Viertelwelle einrechnet oder nicht. Die bei den Versuchen benutzten Geissler'schen Röhren waren klein und stark evacuirt; sie übten auf die Abstimmung des Systems keinen bemerkbaren Einfluss aus. Die linearen Leiter kann man bekanntlich auch in Bäuchen endigen lassen, wenn man nämlich die Enden an sehr grosse leitende Flächen anschliesst, so dass die Electricität aus den Leitern gewissermaassen frei herausschwingen kann, etwa wie die Luft aus einem offenen Pfeifenende.

Hertz hat an der zuletzt citirten Stelle die Bemerkung gemacht, dass ein electrisch schwingender Draht in einem Knotenpunkte durchschnitten werden kann; wenn nur die entstehenden Enden dicht beisammen bleiben, so nimmt das abgetrennte Drahtstück noch immer an den Schwingungen theil, wenn auch weit schwächer. Bei der Lecher'schen Combination kann man weitergehen. Man kann einen der Drähte, z. B. $E'B'$ nicht nur im Knoten K' zerschneiden, sondern man kann auch die entstehenden Enden a und c weit voneinander abbiegen und sie durch ein isolirendes Zwischenmittel in so grossem Abstande erhalten, dass von einer Uebertragung durch die electrischen Kräfte der Enden nicht mehr die Rede sein kann. Als der Versuch gemacht wurde, blieben die Schwingungen bestehen, selbst wenn die anfangs bei bb' übergelegte, zweite Brücke entfernt wurde. Das völlig isolirte Drahtstück aE'

gerieth als Secundärleiter in kräftige electrische Schwingungen, man hatte einen einfachen Fall der Resonanz eines getrennten, linearen Leiters. Man konnte aus den Drahtenden E' und a, nicht in der Mitte, lebhafte Funken ziehen, eine mässig empfindliche Geissler'sche Röhre leuchtete nicht nur zwischen E und E', sondern auch bei einseitiger Ableitung zur Erde an E' allein. Das Leuchten verschwand nicht bei Berührung der Drahtmitte b' mit einer grossen Leiterfläche. Rückte diese Berührungsstelle um etwa $^1/_{10}$ der Drahtlänge $E'a$ von b' aus nach rechts oder links, so verschwand successive das Leuchten. Auch bei Verkürzung des secundären Drahtes $E'a$ erlosch alsbald die Resonanz, wohingegen sogar die halbe Länge $b'a$ ohne gänzliches Erlöschen der Lichterscheinungen seitlich abgebogen werden konnte, sodass nur das Stück $b'E'$ in Parallelismus zu bE verblieb. Nur musste die Länge $E'a$ ungeändert nahe $\lambda / 2$ betragen. Der Nebendraht eme' vertrug ebensowenig eine erhebliche Längenänderung. Man konnte ihm aber eine andere Form, z. B. die eines Kreises geben, so dass man einen Kreisresonator hatte, dessen Peripherielänge in diesem extremen Falle sehr nahe der halben Wellenlänge gleich war. Berührte man endlich den als Primärleiter fungirenden Hauptdraht bei E oder c, so verschwand sogleich die ganze Erscheinung. Wurde das einseitig zur Erde abgeleitete Geissler'sche Rohr g bei E angehängt, so wurde sein Leuchten durch ableitende Berührung bei E' oder bei a nur wenig alterirt, zum Zeichen, dass die Schwingung auf $cB'BE$ eine selbstständige Erscheinung war. Ich will ausdrücklich bemerken, dass die Drahtlänge EB nach Durchschneidung des Paralleldrahtes bei K' und gänzlicher Entfernung der Strecke $E'a$ zwar die Intensität, nicht aber die Natur ihrer electrischen Schwingung änderte. Der Bauch b blieb ebenso scharf definirt als vorher, er gab weder Funken, noch regte er die empfindlichste Geissler'sche Röhre an. Dasselbe war der Fall, als der abgetrennte Nebenleiter $E'a$ hinzutrat. Die Natur der Erscheinungen blieb ungeändert, mochte der Bauch b isolirt oder für sich mit der Erde verbunden sein. Bei Verkürzung des 11 m langen Nebenleiters Ea um mehr als $2^1/_2$ m war auf ihm mit der Geissler'schen Röhre electrische Bewegung nicht zu entdecken, multiple Resonanz zeigte sich also

mischen Inductionswirkungen. ... **konnte man bequem** die
bis auf wenige mm genäh ... **den anregenden Draht** be-
sammtlänge $\lambda/2$, zwis ... **cher einzugehen ist.** Weiter
schen Röhre oder ... der **Lecher'sche** Apparat, mit
stimmten Electr ... en **Geissler-Röhren** benutzt, leicht
Bei Well ... wenn, **was** bei langen Wellen nöthig
sich die Eir ... sich **nahestehen,** wobei lichtlose Electri-
einfach, ... **infolge unsymmetrischer** Anordnung
dünner ... lung ins Spiel kommen kann. Bei meinen
ungeac ... um Irrthümer fernzuhalten, die Hauptbrücke
Die ... Gasleitung verbunden.
Die ... ergibt sich sogleich auch ein zweiter, vielleicht
fr ... eigenthümlicherer Resonanzversuch. Jede Hälfte des
... Secundärdrahtes $E'a$ kann *für sich allein* electrisch schwingen,
... nur der Mitte b' der Charakter eines Bauches gewahrt
bleibt. Wurde die Strecke $b'a$ beseitigt, hierauf die Stelle b'
mit einer grossen, seitlich aufgestellten Zinkblechwand W von
4 qm einseitiger Oberfläche durch einen sehr kurzen Draht
leitend verbunden, so waren die Resonanzschwingungen auf
$b'E'$ mindestens ebenso stark, als im vorigen Falle. Man konnte
die grosse Metallfläche auch unter Beseitigung der Strecke
$b'E'$ mit $b'a$ leitend verbinden, um hier die Resonanz zu beobachten; die Nebenbrücke $b'b$ fehlte selbstverständlich.

Neben diesen beiden charakteristischen Hauptfällen verdient allenfalls noch ein dritter Beachtung, bei welchem die Anregung eines der beiden *Hauptdrähte* so geschieht, dass die Brücke BB' das Ende bildet. Man beseitige den Draht $B'E'$ ganz und setze den Punkt B' der verbleibenden Hauptbrücke seitlich in leitende Verbindung mit der oben erwähnten grossen Metallwand W. Dann schwingt EB, wenn auch bei weitem nicht so stark, als mit $B'E'$ zusammen. Der Fall ist eine Analogie einer am offenen Ende angeblasenen Orgelpfeife. Stellt man dem Leiter BE ein secundäres isolirtes Drahtstück von E' bis a gegenüber, so zeigt dieses Resonanzerscheinungen,

1) Sehr kleine Fünkchen liessen sich immer noch nachweisen; selbst als der $\lambda/2$-Draht $E'a$ in der Mitte zerschnitten wurde, zeigten sich solche zwischen den getrennten Hälften. Die Schlagweite betrug aber nur etwa $^1/_{20}$ derjenigen, welche der unzerschnittene Resonanzdraht an den Enden ergab.

'hrend ein von b' bis B' ausgespannter, isolirter $\lambda / 2$-Draht ·t resonirt.

Die Lecher'schen Drähte lassen sich auch benutzen, um .gen, wie sehr die Verbindung mit nicht abgestimmten ɔenleitern ein electrisch schwingendes System stören kann. Wird z. B. ein isolirter Draht von der Länge $\lambda / 4$ an einen der Knoten K oder K' der wiederhergestellten Drahtcombination $E' B' B E$ seitlich angelegt (z. B. d in der Fig 7), so verschwinden die Schwingungen des berührten Drahtes sofort. Der $\lambda / 4$-Draht stört auch beim Anlegen an andere Punkte des schwingenden Systems, mit Ausnahme der Bäuche. Man kann durch Absuchen mit einem solchen Draht die Lage der Bäuche fast ebensogut bestimmen, wie mit Auflegen einer Brücke. Das Anlegen eines isolirten $\lambda / 2$-Drahtes bei K oder K' stört dagegen selbst die schwächsten Schwingungen nicht. Entgegengesetzte Knoten können ohne Störung miteinander verbunden werden, jedoch nur durch Drähte, deren Länge ein ungerades Vielfaches von $\lambda / 2$ ist. Diese Thatsache ist schon in einer den Verhältnissen angepassten Weise bei Wellenlängenbestimmungen zur Anwendung gekommen.[1]) Endlich geben die langen Wellen in dünnen Drähten noch zu der Bemerkung Anlass, dass die blosse Annäherung der freien Enden an schwingende Nachbarleiter keinen grossen Einfluss auf diese übt. Man konnte nicht nur das Drahtende E zu E' bis zur Funkenbildung herabbiegen, ohne das Leuchten des Rohres g zu schwächen, sondern es konnte auch der Draht $B E$ auf sich selbst in Form einer Schleife S zurückgebogen werden, z. B. bis zum Knoten K. Der Leiter gab dort an sich selbst Funken ab; aber erst mit dem Eintritte der letzteren wurde das Leuchten einer bei K angebrachten, abgeleiteten Geissler'schen Röhre beeinträchtigt.

Zu den beiden oben hervorgehobenen, durch besondere Einfachheit ausgezeichneten Hauptfällen, nämlich zu der Resonanz der Drahtlänge $\lambda / 2$ mit beiderseits freien Enden oder der einseitig an eine sehr grosse Capacität angeschlossenen Länge $\lambda / 4$ ist noch das Folgende zu bemerken. Wegen des verhältnissmässig geringen Abstandes des erregenden vom

---

1) Vgl. Waitz, Wied. Ann. **41.** p. 437. 1890.

bei *diesen* Experimenten *nicht*[1]); dagegen konnte man bequem die Rückwirkung des angeregten auf den anregenden Draht beobachten, worauf hier nicht näher einzugehen ist. Weiter muss bemerkt werden, dass der Lecher'sche Apparat, mit einseitig zur Erde abgeleiteten Geissler-Röhren benutzt, leicht zu Täuschungen führt, wenn, was bei langen Wellen nöthig ist, die Erregerplatten sich nahestehen, wobei lichtlose Electricitätsüberführung oder infolge unsymmetrischer Anordnung statische Influenzladung ins Spiel kommen kann. Bei meinen Versuchen war, um Irrthümer fernzuhalten, die Hauptbrücke BB' mit der Gasleitung verbunden.

Natürlich ergibt sich sogleich auch ein zweiter, vielleicht noch eigenthümlicherer Resonanzversuch. Jede Hälfte des Secundärdrahtes $E'a$ kann *für sich allein* electrisch schwingen, wenn nur der Mitte b' der Charakter eines Bauches gewahrt bleibt. Wurde die Strecke $b'a$ beseitigt, hierauf die Stelle b' mit einer grossen, seitlich aufgestellten Zinkblechwand W von 4 qm einseitiger Oberfläche durch einen sehr kurzen Draht leitend verbunden, so waren die Resonanzschwingungen auf $b'E'$ mindestens ebenso stark, als im vorigen Falle. Man konnte die grosse Metallfläche auch unter Beseitigung der Strecke $b'E'$ mit $b'a$ leitend verbinden, um hier die Resonanz zu beobachten; die Nebenbrücke $b'b$ fehlte selbstverständlich.

Neben diesen beiden charakteristischen Hauptfällen verdient allenfalls noch ein dritter Beachtung, bei welchem die Anregung eines der beiden *Hauptdrähte* so geschieht, dass die Brücke BB' das Ende bildet. Man beseitige den Draht $B'E'$ ganz und setze den Punkt B' der verbleibenden Hauptbrücke seitlich in leitende Verbindung mit der oben erwähnten grossen Metallwand W. Dann schwingt EB, wenn auch bei weitem nicht so stark, als mit $B'E'$ zusammen. Der Fall ist eine Analogie einer am offenen Ende angeblasenen Orgelpfeife. Stellt man dem Leiter BE ein secundäres isolirtes Drahtstück von E' bis a gegenüber, so zeigt dieses Resonanzerscheinungen,

1) Sehr kleine Fünkchen liessen sich immer noch nachweisen; selbst als der $\lambda/2$-Draht $E'a$ in der Mitte zerschnitten wurde, zeigten sich solche zwischen den getrennten Hälften. Die Schlagweite betrug aber nur etwa $^1/_{20}$ derjenigen, welche der unzerschnittene Resonanzdraht an den Enden ergab.

während ein von b' bis B' ausgespannter, isolirter $\lambda / 2$-Draht nicht resonirt.

Die Lecher'schen Drähte lassen sich auch benutzen, um zu zeigen, wie sehr die Verbindung mit nicht abgestimmten Nebenleitern ein electrisch schwingendes System stören kann. Wird z. B. ein isolirter Draht von der Länge $\lambda / 4$ an einen der Knoten K oder K' der wiederhergestellten Drahtcombination $E' B' B E$ seitlich angelegt (z. B. d in der Fig 7), so verschwinden die Schwingungen des berührten Drahtes sofort. Der $\lambda / 4$-Draht stört auch beim Anlegen an andere Punkte des schwingenden Systems, mit Ausnahme der Bäuche. Man kann durch Absuchen mit einem solchen Draht die Lage der Bäuche fast ebensogut bestimmen, wie mit Auflegen einer Brücke. Das Anlegen eines isolirten $\lambda / 2$-Drahtes bei K oder K' stört dagegen selbst die schwächsten Schwingungen nicht. Entgegengesetzte Knoten können ohne Störung miteinander verbunden werden, jedoch nur durch Drähte, deren Länge ein ungerades Vielfaches von $\lambda / 2$ ist. Diese Thatsache ist schon in einer den Verhältnissen angepassten Weise bei Wellenlängenbestimmungen zur Anwendung gekommen.[1]) Endlich geben die langen Wellen in dünnen Drähten noch zu der Bemerkung Anlass, dass die blosse Annäherung der freien Enden an schwingende Nachbarleiter keinen grossen Einfluss auf diese übt. Man konnte nicht nur das Drahtende E zu E' bis zur Funkenbildung herabbiegen, ohne das Leuchten des Rohres g zu schwächen, sondern es konnte auch der Draht $B E$ auf sich selbst in Form einer Schleife S zurückgebogen werden, z. B. bis zum Knoten K. Der Leiter gab dort an sich selbst Funken ab; aber erst mit dem Eintritte der letzteren wurde das Leuchten einer bei K angebrachten, abgeleiteten Geissler'schen Röhre beeinträchtigt.

Zu den beiden oben hervorgehobenen, durch besondere Einfachheit ausgezeichneten Hauptfällen, nämlich zu der Resonanz der Drahtlänge $\lambda / 2$ mit beiderseits freien Enden oder der einseitig an eine sehr grosse Capacität angeschlossenen Länge $\lambda / 4$ ist noch das Folgende zu bemerken. Wegen des verhältnissmässig geringen Abstandes des erregenden vom

1) Vgl. Waitz, Wied. Ann. **41.** p. 437. 1890.

erregten Drahte kommen hier hauptsächlich nur die Wirkungen der unmittelbar gegenüberstehenden Drahttheile in Betracht, wodurch der Vorgang übersichtlich wird. Da nach Rubens auf dem Hauptdrahte die Zustände hinter der Hauptbrücke wenn auch nicht ganz genau, so doch annähernd einer einfachen stehenden Welle entsprechen, so sieht man sofort, dass bei den in Rede stehenden Fällen, in denen starke Resonanz beobachtet wurde, solche relativen Lagen des Haupt- und Nebendrahtes stattfanden, dass die inducirenden Kräfte[1]) merklich ohne Phasendifferenz auf die in Betracht kommenden Theile des letzteren Drahtes wirkten. Die Nebendrahtlängen waren nicht nur auf die Hauptschwingung abgestimmt, sondern befanden sich auch in einer für die Resonanz günstigen Lage. Natürlich lassen sich auch ungünstige auffinden; eine derselben wurde bereits erwähnt.

Geht man zu kürzeren Wellen in dickeren Drähten über, so kommen die Einflüsse der Capacität der freien Drahtenden oder der Unzulänglichkeit der mit den unfreien Enden verbundenen Oberflächen mehr und mehr zur Geltung; sie werden endlich sehr gross, wenn man *kurze* Wellen in *stabförmigen* linearen Leitern erzeugt. Für diese Verhältnisse sind meines Wissens bis jetzt bestimmte Beziehungen von allgemeiner Gültigkeit nicht ermittelt. Vorläufige Anhaltspunkte sind in den Untersuchungen von Lecher, de la Rive u. A. gegeben. Der Einfluss der freien Enden wird noch vergrössert durch daselbst etwa angebrachte Entladerkugeln oder Mikrometertheile, wie meistens beim Hertz'schen Kreisresonator.[2]) Bei den oben beschriebenen Experimenten würde z. B., wenn dieselben mit kurzen Wellen wiederholt werden sollen, und wenn an Stelle des Drahtstückes $E'a$ in Fig. 1 ein dickerer Stabresonator eintreten soll, dieser letztere eine erheblich kürzere

---

1) Die durch dielectrische Polarisation des Zwischenmittels übertragenen electrischen Kräfte kommen hier wenig in Betracht, weil sie auf den Drahtrichtungen senkrecht stehen.

2) Arons (Wied. Ann. **55**. p. 557. 1892) hat bei Gelegenheit eines merkwürdigen Versuches mit Lecher'schen Drähten in einer evacuirten Röhre beobachtet, dass die mit den Hauptdrähten verbundenen Platten des Doppelcondensators bei der Wellenbildung nicht immer gleichen Drahtlängen äquivalent sind. Diese Anomalie scheint mir bei selbstständig endigenden Leitungen ausgeschlossen zu sein.

Länge als $\lambda/2$ besitzen müssen, um anzusprechen. Nach einer Bemerkung von Sarasin und de la Rive wäre die Länge dieses Stabes gleich der Peripherie desjenigen Kreisresonators (gleicher Dicke), welcher derselben Drahtwelle entspricht. Aber das Charakteristische der stehenden Schwingung, nämlich das Vorhandensein der Knoten an den Enden, bleibt unter allen Umständen bestehen. Um nun in der Folge Weitschweifigkeiten zu umgehen, will ich die Worte *$\lambda/2$-Stab* und *$\lambda/4$-Stab* als symbolische Bezeichnungen in dem Sinne benutzen, dass damit in einfachster Weise stehend schwingende Stäbe gemeint sind, von denen der erstere durch zwei Knoten, der letztere durch Knoten und Bauch begrenzt ist. Mit den Stablängen hat die Benennung nichts zu thun; sie deutet nur an, dass beide Stäbe, der eine frei, der andere in grosser Metallfläche endigend, eine Schwingungsdauer haben, die mit derjenigen einer stehenden electrischen Drahtwelle von der Länge $\lambda/2$ übereinstimmt.

IV. Zur Abstimmung und Anwendung des geradlinigen, zweitheiligen Resonators.

Wenn ein geradliniger Secundärleiter dem Primärleiter *in grosser Ferne* parallel gegenübergestellt ist, so scheinen mir die Verhältnisse für die Anregung zu Resonanzschwingungen nicht weniger einfach zu liegen, als in den Hauptfällen des vorigen Abschnittes. Stehe dem Primärleiter LL' in Fig. 8, dessen durch die Funkenentladung bei F ausgelöste Schwingung der Drahtwellenlänge λ entsprechen möge, in sehr grossem Abstande A ein einzelner $\lambda/2$-Stab ss' gegenüber, so befindet dieser sich in einem Felde, dessen periodische Kräfte unter den gemachten Voraussetzungen alle Theilchen der Strecke ss' nahe gleichzeitig erfassen. Wir haben einen der Resonanz günstigen Fall, der sich auch leicht untersuchen lässt. Hierbei hat es wenig Einfluss, ob die Mitte von ss' genau in die Mittellinie A hineinfällt oder nicht. Man kann ss' parallel zu LL' seitlich verschieben, wenn A gross ist. Als ein dicker Stabprimärleiter LL' von etwa einem Meter Gesammtlänge angewendet wurde, konnten aus den Enden eines mehrere Meter entfernten Secundärstabes von 110 bis 120 cm Länge und 6 mm Durchmesser Funken gezogen werden, nicht aus der

Mitte. Es fand aber insofern keine strenge Analogie mit den Resonanzerscheinungen des vorigen Abschnittes statt, als der Stab $s\,s'$ *immer* Funken gab, wenn er in den weitesten Grenzen verlängert oder verkürzt wurde. Jedoch liess sich mit Hülfe eines kleinen, an ein Ende angelegten Funkenmikrometers mit Lupe constatiren, dass bei den angegebenen Dimensionen eine Verlängerung oder Verkürzung des Secundärstabes um seine Hälfte die Funken verkleinerte. Nach den Experimenten des vorigen Abschnittes war natürlich zu erwarten, dass nun auch ein einzelner $\lambda/4$-Stab (im obigen Beispiel von 50 bis 60 cm Länge) mit einseitig angehängter grosser Stanniolfahne, wie bei $s_1\,s_1'$ in Fig. 8, resonirt. Dies war in der That der Fall; lebhafte Funken gab nur das freie Ende s_1', während an der Fahne nur winzige Fünkchen erschienen.[1])

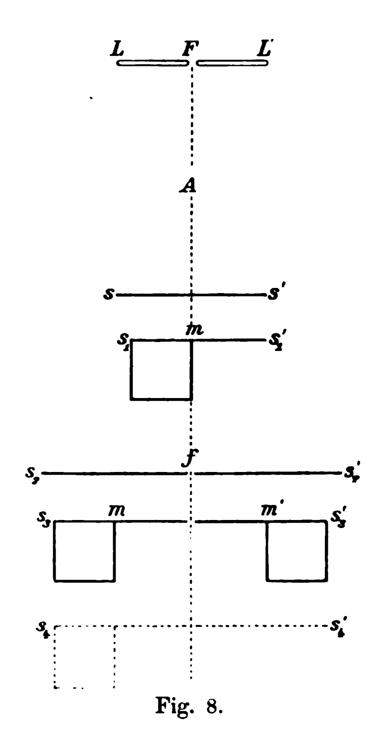


Fig. 8.

Die Combination je zweier Resonanzstäbe der vorhererwähnten Art führt sozusagen von selbst auf die praktisch bisher angewandten Grundformen $s_2\,s_2'$ und $s_3\,s_3'$ des geradlinigen Resonators, welche schon in den vorhergehenden Abschnitten nebeneinandergestellt worden sind. Zur näheren Erklärung ist wohl kaum noch etwas zu sagen nöthig. Seien z. B. die $\lambda/2$-Stäbe $s_2\,s_2'$ bis auf Funkendistanz in gegenseitiger Verlängerung aufgestellt, so werden beide von $L\,L'$ aus in übereinstimmendem electrischen Bewegungssinne inducirt, sodass an der Trennungsstelle f entgegengesetzte Zustände entstehen. Bei periodischer Anregung steigern sich auf den

1) Nach acustischen Analogien wäre es nicht undenkbar, dass der zuletzt besprochenen Leiterform zwei electrische Eigenschwingungen entsprechen, von denen hier nur die raschere in Betracht kommt.

fast widerstandslosen Resonatorstäben, deren Symmetrie vorausgesetzt, die periodischen Potentialdifferenzen rasch, bis ein Secundärfunken die angesammelte Schwingungsenergie plötzlich zur Wahrnehmung bringt, freilich unter Zerstörung des bestehenden Bewegungsprocesses. Die dritte mögliche Combination $s_4 s_4'$ (in Fig. 8) eines $\lambda / 2$- mit einem $\lambda / 4$-Stabe wurde nicht benutzt. Zu dem Gesagten ist nur noch hinzuzufügen, dass durch die Annäherung der entgegengesetzten Knoten diesseits und jenseits der Funkenstrecke f eine weitere Capacitätsvermehrung der zugewandten Enden entsteht, die aber, falls Electrodenkugeln fehlen, nicht sehr erheblich zu sein scheint.

Ueber die an den geradlinigen Resonatoren bei Fernebeobachtungen gemachte Wahrnehmung kann ich im allgemeinen das Folgende vorausschicken, wobei die Angaben sich stets auf Stäbe von 6 bis 7 mm Durchmesser beziehen. Die beiden Formen $s_2 s_2'$ oder $s_3 s_3'$ (Fig. 8) zeigten sich, soweit ich unterscheiden konnte, ungefähr gleich wirksam. Letztere Form wird von benachbarten Leitern weniger beeinflusst als erstere, ist aber wegen der grossen Metallfahnen unbequem. Bis zu Primärleitern von etwa 1 m Gesammtlänge genügen an den $\lambda / 4$-Stäben Stanniolfahnen von 40 cm im Quadrat; eine Vergrösserung derselben hatte unterhalb der genannten Grenze wenig Einfluss auf die Abstimmung. Bei hinreichend grossen Fahnen hatte eine abseits angebrachte leitende Verbindung derselben durch einen dünnen Draht oder deren Ableitung zur Gasleitung keinen merklichen Einfluss. Hingegen zeigte sich ein Einfluss der Lage der Fahnen. Hingen sie von den Resonatorstäben vertical in der Wellenebene herab oder lagen sie vom Primärleiter abgewandt in der Ebene beider Leiter, so bemerkte ich keinen Unterschied; ich beobachtete aber eine Verstärkung, als die Fahnen dem Primärleiter zugewandt waren, in Abständen, bei denen von electrostatischen Einflüssen keine Rede sein konnte. Der Stanniolfahnen habe ich mich nur selten und zwar meistens zu Demonstrationszwecken bedient, um rasch zu günstigen Resonanzverhältnissen zu kommen. Nur der Vollständigkeit halber habe ich die Erörterungen auf beide Resonatorenformen ausgedehnt.

Es handelte sich nun um die genauere Untersuchung der Anwendbarkeit zu Messungen. Hierbei kommen im wesent-

lichen zwei Operationen in Frage: Erstens die „*Abstimmung*" der geradlinigen Resonatoren auf die Hauptschwingung des Oscillators, zweitens die möglichst genaue *Bestimmung der Schwingungsdauer oder Wellenlänge*, welche dem abgestimmten Resonator eigen ist, womit sich zugleich indirect die Wellenlängenbestimmung für die Hauptschwingung des Primärleiters erledigt. Von diesen Operationen ist die bei weitem schwierigere die erstere, nämlich die empirische Abstimmung des Resonators auf den Erreger. Sämmtliche zu Gebote stehende Methoden der Auslösung der Primärschwingungen in kleineren Oscillatoren, sei es nach der Hertz'schen Methode mit Ruhmkorff-Funken, sei es durch meinen Influenzmaschinenstrom mit Flüssigkeitsfäden, sei es nach meiner Condensatormethode, sind nämlich mit unvermeidlichen Unregelmässigkeiten von so ungeheurer Grösse verknüpft, insbesondere wenn man auf Beobachtung der inducirten Schlagweiten angewiesen ist, dass nur aus sehr zahlreichen Entladungen eine etwa vorhandene Beziehung erkannt werden kann. Ich entschied mich alsbald für die zweite Methode, nämlich für die Anwendung der Influenzmaschine mit Flüssigkeitsfäden, weil sie den weitaus reichlichsten Strom oscillatorischer Funken liefert, und weil sie allein die Primärelectroden so wenig angreift, dass deren Beschaffenheit durch lange Zeiträume nahe constant erhalten werden kann.

Ich will das specielle Verfahren der Abstimmungsbeobachtungen beschreiben, wie es mit Bezug auf den im Abschnitt I näher beschriebenen kleinen Primärleiter mit 4 cm dicken Erregerstäben von nur 27,8 cm Länge thatsächlich ausgeführt wurde. An dem in etwa 85 cm Distanz aufgestellten Resonator wurden entweder die Stablängen $s_2 f$ und $f s_2'$ (Fig. 8) oder der Fahnenabstand $m m'$ willkürlich geändert und dazu die maximalen Schlagweiten gemessen. Vor *jeder* Einzelbeobachtung wurden die mit 1 mm weiten Kupfersulfatcapillaren bewaffneten Primärelectroden mittels reiner Leinwand kräftig abgerieben; wenn dann die Primärschlagweite mittels Messkeil auf 7 mm eingestellt war, so wurden die Resonatorstäbe soweit auseinandergezogen, bis nur selten Funken erschienen. Zuletzt wurde die Mikrometerschraube schrittweise nur um kleine Winkel vorgedreht und die Beobachtung erst dann geschlossen, wenn durch eine ganze Minute kein Secundärfunken mehr zum

Vorschein kam. Gelegentlich auftretende, nicht oscillatorische Funkenströme (vgl. Abschnitt I) wurden durch heftiges Anfächeln mit steifem Papier bekämpft; nach Beruhigung der Luftbewegung trat in der Regel wieder der oscillatorische Funkenstrom ein. Das Verfahren ist äusserst mühsam und zeitraubend; auf jede Einzelbeobachtung sind viele Minuten zu rechnen. *Jede* besagt aber, dass von etwa 20000 Funken nicht einer die gemessene Schlagweite überschritt. Die im Abschnitt I gezeichneten beiden Curven sind mit Benutzung von mehr als zwei Millionen Funken zu Stande gekommen, obgleich im ganzen nur 12 Curvenpunkte, natürlich aus Mittelwerthen, bestimmt sind. Dessenungeachtet dürfen die aufgezeichneten Mittelwerthe nur bis auf mehrere Zehntel eines Scalentheiles als richtig angesehen werden wegen der grossen Abweichungen in den Einzelbeobachtungen. Die spätere Feststellung neuer Punkte in der Nähe des Maximums der oberen jener beiden Curven hat ergeben, dass dieses Maximum etwas links, nicht rechts von der Abscisse 56 cm liegt, was übrigens in principieller Hinsicht keinen Einfluss auf die nachfolgenden Erörterungen hat.

Mich interessirte zu wissen, ob das Resultat der Abstimmungsbeobachtungen beeinflusst wird, wenn man an Stelle der Stromzuleitung durch Kupfersulfatcapillaren diejenige durch Wasser substituirt. Hierzu bediente ich mich einer verbesserten Vorrichtung, welche in Fig. 9 gezeichnet ist. Um das Electrodenende jedes der Oscillatorstäbe war ein federnder Messingring gelegt, welcher mittels angelötheter Metallspitze mit dem Wasserinhalte einer einseitig durch Kork verschlossenen T-förmigen Röhre *abc* leitend verbunden ist. Der lange Stiel *c* stand in ähnlicher Weise mit dem Maschinenpol in Verbindung. Der Arm *b* diente zur Füllung und zur Ableitung gasförmiger Ausscheidungen. Diese Zuleitung mittels Wasser machte den Primärfunkenstrom noch etwas glanzloser, als diejenige mit Kupfersulfat. Es ergaben sich aber für die drei Resonanzstabpaare von 35, 56 und 85 cm Länge *fast genau dieselben Schlagweiten*, wie sie für Kupfersulfat mitgetheilt wurden.

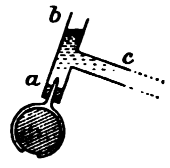


Fig. 9.

Die Stellung der Maxima zeigte, soweit meine Ermittelungen an verschiedenen Staboscillatoren reichen, insofern ein übereinstimmendes Verhalten, als diese Maxima an Resonatoren mit Metallfahnen ziemlich genau bei der Hälfte derjenigen freien Stablängen eintraten, welche ohne Fahnen erforderlich waren. Fig. 10 gibt ein weiteres Beispiel, welches aus ziemlich rasch mit dem Inductorium angestellten Beobachtungen an grösseren Oscillatorstäben (53 cm Länge) erhalten wurde. Die Figur bezieht sich im unteren Theile wieder auf den $\lambda/4$-, im oberen auf den $\lambda/2$-Resonator und ist nach früherem ohne weiteres verständlich. Trotz der ausserordentlichen Unregelmässigkeiten treten die Maxima deutlich hervor. *Verschwommen* und unsicher habe ich sie aber bei *dünnen* Primärstäben gefunden.[1]) Fragt man nach dem weiteren Verlaufe, den die Abstimmungscurven bei fortgesetzter Verlängerung der stets symmetrisch gedachten Resonatorstäbe zeigen würden, so scheint mir die Antwort schon durch Versuche von Waitz[2]) gegeben zu sein. Man würde voraussichtlich periodisch wiederkehrende Erhebungen in Abständen von je einer halben Wellenlänge der Oscillatorschwingung erhalten. Diese seitlichen Nebenmaxima würden aber, in der Ferne beobachtet, sehr rasch abnehmen.

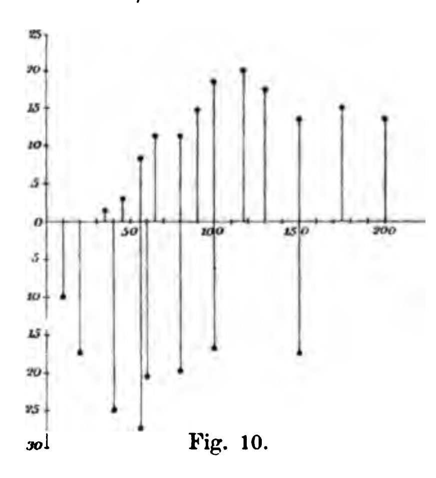


Fig. 10.

Man kann durch ein Experiment ohne Messung die gegenseitige Beziehung der beiden behandelten Resonatorformen demonstriren. Man gebe jedem der Secundärstäbe im Schema $s_2\, s_2'$ der Fig. 8 etwas mehr als die Länge $L\,L'$, wodurch sie mit sehr roher Annäherung $\lambda/2$-Stäbe werden, stelle sie mikrometrisch so ein.

1) Oscillatorstäbe von 50 cm Länge und 6 mm Dicke ergaben, durch Flüssigkeitsfäden mit der Maschine verbunden, fast lautlose Funkenströme, welche dennoch bis zu 5 m Abstand Secundärwirkungen erkennen liessen.

2) Waitz, Wied. Ann. **41**. p. 438. 1890.

dass bei f nur selten Funken kommen. Nun berühre man vorsichtig, ohne den Schlagraum zu ändern, die abgewandten Enden mit grossen Leiterflächen. Die Funken verschwinden, weil die vorher nahezu hergestellte Resonanz gestört wird. Ganz denselben Versuch wiederhole man, indem man von vornherein Secundärstäbe von je $LL'/2$ zur Anwendung bringt. Die Berührung der abgewandten Enden ergibt nunmehr das gerade Gegentheil, nämlich einen verstärkten Funkenstrom, weil erst durch Anlegen der Capacitäten ein (roh-)abgestimmter $\lambda/4$-Resonator entsteht. Das Experiment gelingt gut, wenn nur für genügende Fixirung des Schlagraumes und für constante Funkenströme gesorgt wird.[1])

Wesentlich in experimenteller Hinsicht scheint mir zu sein, dass es möglich war, mit der Influenzmaschine den Resonator noch auf *kleine* Oscillatoren sicher genug abzustimmen, um nachher die Wellenlängen derselben, wenn auch indirect, festzustellen. Bei den Waitz'schen Versuchen gelang dies nicht. Selbst meine mehrfach erwähnten kleinen Oscillatorstäbe von 14 cm Länge und 4 cm Durchmesser ergaben bei der Abstimmung noch deutliche Schlagweitenmaxima; nur bei den kürzesten Stäben von 8,5 cm Länge wurden sie sehr unsicher. Sehr zuverlässige Maxima erhielt ich an der bewährten Hertz'schen Oscillatorform in den bekannten, für ungefähr 5,6 m Wellenlänge angegeben Dimensionen. Dieselbe wirkte aber weniger kräftig, als ein dicker Staboscillator gleicher Ausdehnung. Bekennen muss ich an dieser Stelle, dass die allerdings nur rohen Schätzungen der Wellenlängen in meiner vorläufigen Mittheilung etwas zu niedrig ausgefallen sind, weil genauere Beobachtungen noch nicht vorlagen. Der Werth von λ für die Oscillatorstäbe von 53 cm Länge und 4 cm Durchmesser beläuft sich z. B. auf ungefähr 2,8, anstatt 2,2 bis 2,4 m.

Die Wellenlängenbestimmung am abgestimmten geradlinigen Resonator geschah durch genaue Ermittelung derjenigen Draht-

1) Zu dem Experimente sei noch bemerkt, dass die ableitende Berührung der Stabmitten auf den Funkenstrom keinen merklichen Einfluss hatte. Hier empfiehlt sich auch die Anlegung der Verbindungsdrähte, wenn man nach Hagenbach und Zehnder die Electrometerwirkung Hertz'scher Funken beobachten will.

welle, auf welche derselbe am besten ansprach. Ich bediente mich dazu der bei den Experimenten des vorigen Abschnittes gemachten Erfahrungen. Von den Ecken A und A' der 45 cm breiten und 65 cm langen eisernen Gestellplatte der Influenzmaschine J in Fig. 11, welche mit noch weiteren grossflächigen Metalltheilen in Verbindung stand, führten zwei 1 mm dicke Kupferdrähte Ae und $A'e'$ über die mehrerwähnten Oscillatorstäbe LL' von 27,8 cm Länge in einem Abstande von etwa 10 cm hinweg, zunächst zu den isolirten Säulen b und b', von da in weiterem Verlaufe zu c und c', um auf den parallelen Strecken de und $d'e'$, auf denen Metallfahnen M und M' von über 3000 qcm Fläche längs Maassstäben verschoben werden konnten, zu den befestigten Enden e und e' zu gelangen. Die Strecken cd und $c'd'$ konnten gehoben und gesenkt werden, sodass sie in passender Entfernung parallel über die abgewandten Hälften der Resonatorstäbe sf und fs' hinliefen. Auch war die Anordnung getroffen, dass die Säulen bcd nebst $b'c'd'$ und mit ihnen der Resonator in der Richtung von AA' nach ee' hin verschoben werden konnten, sodass dem Resonator gegenüber verschiedene Stellen des Drahtes zur Wirkung kamen, was bei dessen Dünnheit bequem durchzuführen war.

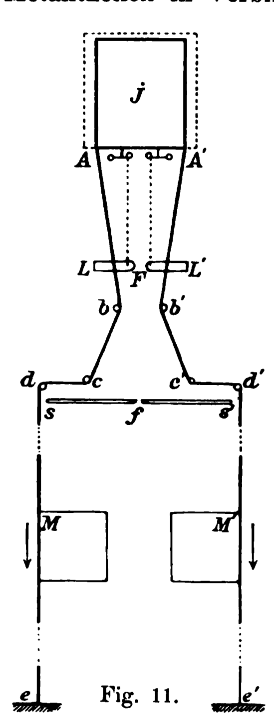


Fig. 11.

Die Schwingungen bei LL' inducirten stehende Wellen auf dem symmetrischen Drahtsystem und diese wiederum solche auf den Resonatorstäben. Da letztere auf die Hauptschwingungen von LL' angenähert richtig abgestimmt waren, so waren bei passend ausprobirter Grösse der Strecken Ac und $A'c'$ diese mittelbar erregten Schwingungen ungemein kräftig. Bei successiver Verschiebung der Metallfahnen, so zwar, dass dieselben stets genau gleiche Drahtlängen abgrenzten, bemerkte man ein sehr deutlich hervortretendes An- und Abschwellen

der bei f inducirten Schlagweiten. Ohne weiteres ist verständlich, dass die Streckengrössen, um welche die Metallfahnen vorrücken müssen, damit je zwei Maxima der Schlagweiten aufeinanderfolgen, der halben Wellenlänge des benutzten Resonators und somit auch, richtige Abstimmung vorausgesetzt, der halben Wellenlänge der Hauptschwingung des Oscillators entsprechen. Die Methode hat in principieller Hinsicht manches Aehnliche mit den Experimenten von de la Rive und Waitz. Zu beachten ist, dass dieselbe nach den Thatsachen der multiplen Resonanz unmittelbar nur Bezug hat auf die Schwingungen des Resonators. Die nach der Methode angestellten Beobachtungen (sowie auch spätere Experimente) verlieren daher ihre Geltung keineswegs, selbst wenn gegen die auf die Primärschwingungen und auf die Abstimmungsfrage bezüglichen Thatsachen und Erörterungen Einwände zu erheben wären.

Zunächst stellte ich den Resonator in grösserem Abstande vom Erreger ein, sodass dem ersteren, von AA' aus gemessen, schon eine Reihe von stehenden Wellen längs der Drähte vorausgegangen war. Dies geschah, um die direct durch den Luftraum inducirten Schwingungen soweit zu schwächen, dass sie gegen die durch den Draht inducirten nicht wesentlich in Betracht kamen. Bei successiver Fahnenverschiebung ergaben sich die periodischen Schlagweiten, welche sowohl in der Tabelle I, als auch in dem unterhalb gezeichneten Diagramm I der Fig. 12 dargestellt sind.

Tabelle I. Tabelle II.

Fahnenstellung v. dd' gemessen	Schlagweite Scalentheile	Fahnenstellung v. dd' gemessen	Schlagweite Scalentheile
20	6,1	10	17*
40	7,0	30	13
60	8,0*	50	11,8
80	6,3	70	16,1
100	5,2	90	16,9*
120	5,8	110	14,9
140	6,6*	130	12,0
160	6,0	150	14,0
180	5,7	170	15,6*
200	6,0	190	11,8
—	—	210	10,0
—	—	230	11,2
—	—	250	15,8*

Bei letzterem bedeuten die Abscissen Fahnenabstände von den Punkten d und d' ab gemessen, die Ordinaten Scalentheile des Funkenmikrometers. Man sieht aus dem Bilde deutlich, dass die Drahtschwingungen successive abnehmen, in dem Maasse, als durch das Vorrücken der Fahnen der Energiezerstreuung ein grösseres Feld freigemacht wird. Ausserdem aber sieht man deutlich, dass in den Minimalpunkten noch erheblich grosse Schlagweiten existiren. Dies erklärt sich daraus, dass auf den erregten Drahtlängen keinesfalls einfache stehende Wellen mit scharf entwickelten Knoten hervorgerufen werden; es finden immer Bewegungen auf dem vermittelnden

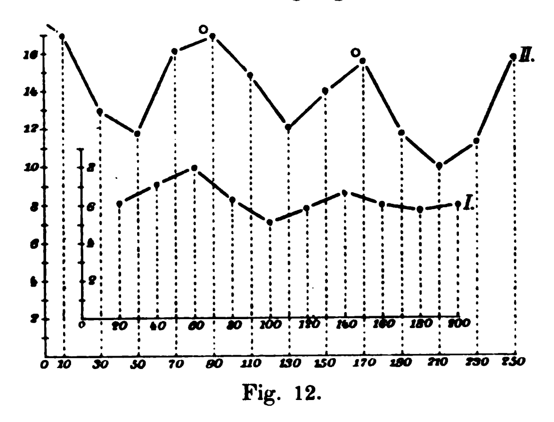


Fig. 12.

Secundärdraht bei allen eingeschalteten Längen desselben statt. welche bei variirter Schwingungsdauer des Resonators $s\,s'$ zu sog. multipler Resonanz Anlass geben würden.

Schon aus dem Diagramm I erkennt man, dass das Maass der halben Wellenlänge für unseren Fall sich zu 80 cm bestimmt. Die Fahnen waren im Anfange der Beobachtungen versuchsweise bereits auf ein Minimum eingestellt worden und zwar in 20 cm Abstand von den Punkten $d\,d'$. Es ergibt sich nun sogleich noch ein zweites Maass der halben Wellenlänge. Wenn nämlich ein Maximum der Drahtschwingungen stattfindet, so muss die Länge der Drähte von A bis M und von A' bis M' je eine Ganzzahl von Halbwellen enthalten, hinreichende Grösse der abgrenzenden Capacitäten vorausgesetzt. Nun betrug dieser Abstand beim ersten Maximum (Punkt 60 des Diagramms) genau 328 cm, was dem Vierfachen von 82 cm

entspricht. Strenge genommen beweist die Uebereinstimmung beider Resultate nur, dass die Capacität der Stanniolflächen für die Verhältnisse des Versuches als unendlich gelten kann. Um den Versuch mit stärker markirten periodischen Wechseln zu wiederholen, rückte ich den Resonator auf nur 90 cm Distanz vom Oscillator, brachte aber in der Gegend der Stützen bb' einen 1 m breiten Metallschirm an, sodass die direct inducirten Schwingungen trotz des kleinen Abstandes unmerklich wurden. Die durch den Draht vermittelten Schwingungen wurden jetzt so stark[1]), dass der Abstand des Resonators von dc und $d'c'$ vergrössert werden musste, um die Messungen der Tabelle II, welche dem Diagramm II entspricht, möglich zu machen. Auch dieses letztere zeigt deutlich die Abnahme der Energie beim Vorrücken der begrenzenden Metallfahnen. Die Maxima (mittels der kleinen Kreise ungefähr ergänzt) fallen hier nicht mit einer der Ablesungen zusammen. Auf den ersten Blick ergibt sich jedoch die halbe Wellenlänge wieder zu etwa 80 cm.[2]) Zu den Tabellen will ich bemerken, dass die Zahlen keineswegs Beobachtungsmittel, sondern direct Einzelbeobachtungen nach dem früher mitgetheilten Schema bedeuten. Experimentelle Schwierigkeiten habe ich nicht wahrgenommen; ich kann mir daher noch nicht recht erklären, weshalb Sarasin und de la Rive bei ihren Versuchen mit dem geradlinigen Resonator keine Knoten gefunden haben.

Ich liess in meinem Laboratorium auch einige Beobachtungen *über Reflexion an ebener Wand* ausführen, um die Kenntniss des geradlinigen Resonators zu vervollständigen. Die hierbei benutzte, schon früher erwähnte Zinkblechwand von 2 m im Quadrat hatte nur für kleinere Wellenlängen genügende Dimensionen. Sie wurde zunächst in der Entfernung von etwa

1) Die Beobachtungen lassen erkennen, dass die kürzeren Secundärfunken die regelmässigeren waren; dies erklärt sich daraus, dass, wie schon bemerkt, die längeren von 1,5 mm Schlagweite und mehr zum Theil einen büschelartigen Charakter haben. Für den Primärleiter war eine wirksamere Stelle gegenüber dem Resonanzdrahte gewählt, als im vorigen Falle.

2) In diesem Falle war die zweite Berechnungsweise nicht anwendbar, weil der Metallschirm bei bb', an welchem die Drähte dicht vorübergingen, mitwirkte, sodass man auf die Differenzbeobachtung mittels der Verschiebung der Metallfahnen beschränkt war.

$3^1/_2$ m unseren 27,8 cm langen Oscillatorstäben gegenübergestellt. Der auf letztere bereits abgestimmte Resonator[1]) (Stablänge = 56 cm) wurde dem Spiegel sowie dem Oscillator parallel gestellt und schrittweise so bewegt, dass seine Funkenstrecke sich längs des Spiegellothes verschob. Die hierbei in verschiedenen Abständen von der Wand wie früher gemessenen Schlagweitenmittel sind in der nachfolgenden Tabelle sowohl als in der Fig. 13 unter Nr. I zu finden. Das betreffende Diagramm (I) bezieht sich auf eine gegen die anderen beiden Diagramme (II und III) um eine Ordinateneinheit tiefer liegende Abscissenlinie. Die Schlagweiten geben wieder mit $^1/_{12}$ multiplicirt Millimetermaass.

Abstand v. d. Wand	Schlagweite (Mittel)		
	Versuch I	Versuch II	Versuch III
10	1,3	1,13	—
20	2,55	2,1	3,25
30	—	2,77	—
40	2,85	3,02	4,94
50	—	2,70	—
60	1,92	2,57	6,22
70	—	2,37	6,27
80	1,73	1,98	5,88
90	—	1,87	—
100	1,95	1,98	5,63
110	—	2,33	—
120	2,27	2,33	5,02
130	—	2,23	—
140	1,80	2,23	5,02
150	—	2,0	—
160	1,73	1,85	—
170	—	2,1	—
180	1,94	—	—

Unmittelbar nach diesen Beobachtungen wurde der kleine Oscillator durch den *grössten*, aus 80 cm langen Stäben von 15 cm Durchmesser bestehend, ersetzt und nun abermals *mit demselben Resonator* das Schwingungsfeld untersucht, wobei sich (als Mittel aus drei Wiederholungen) die Schlagweitenreihe Nr. II ergab. Die Entfernung der reflectirenden Wand war nicht viel grösser, nämlich 4 m. Es liegt hier einer der

1) Nach der Bemerkung zu Anfang dieses Abschnittes war derselbe etwas zu tief gestimmt.

Fälle vor, die man als *„multiple Resonanz"* bezeichnet hat. Man sieht in der That, dass ungeachtet der ungeheuren Verschiedenheit der das Schwingungsfeld erregenden Oscillatoren die Diagramme I und II in Hinsicht der Maxima und Minima soweit übereinstimmen, als es bei dem schwierigen Beobachtungsverfahren nur sein kann. Aber auch die Intensitäten stimmen in unserem Falle ungefähr überein, der Primärleiter war scheinbar ohne Einfluss auf die Angabe des Resonators. [1]) Berücksichtigt man aber, dass das Diagramm II in dem mächtigen Schwingungsfelde eines Oscillators entstanden ist, der an Oberfläche etwa 12 mal so gross war, als der kleine

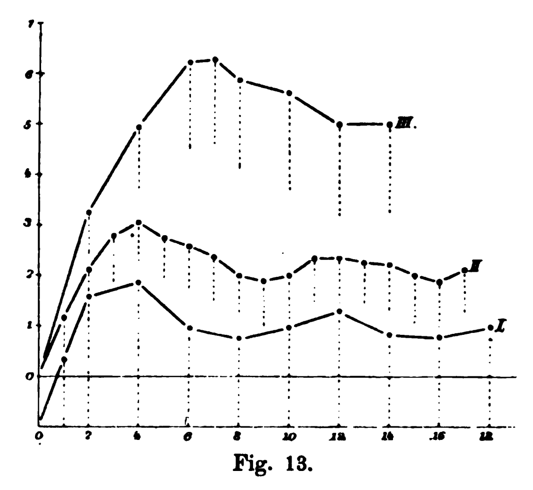


Fig. 13.

Oscillator, durch dessen Anregung das Diagramm I entstanden war, so wird man die relative *Ueberlegenheit* des letzteren nur in dessen (nahe richtiger) *Gleichstimmung mit dem Resonator* begründet finden können. Wurde dem grossen Oscillator gegenüber ein seinen Dimensionen mehr angemessener Resonator mit Stäben von je 106 cm Länge im Felde bewegt, so entstand das Diagramm Nr. III, welches eine völlig geänderte Lage des ersten Maximums und Minimums und zugleich viel grössere Intensitätsverhältnisse aufweist. Beobachtungen in

1) Die Beobachtungen zu II und III wurden probeweise nach der Condensatormethode ausgeführt, weshalb ihre Ordinaten um etwa $^1/_6$ vergrössert werden müssten, um mit denen von I *genau* vergleichbar zu sein Wesentlich für die Erörterung ist dies nicht.

grösserer Entfernung von der Metallwand mussten unterbleiben, weil in dem zur Verfügung stehenden Raume wegen zahlreicher störender Umstände zuverlässige Resultate nicht zu erwarten waren.

Bestätigen die Diagramme I und II einerseits die Thatsache der multiplen Resonanz[1]) für die räumliche Wellenverbreitung, so liefern sie andererseits vergleichbare Wellenlängenwerthe, welche ungeachtet der beschränkten Dimensionen die Gleichheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Drähten und im freien Raume bestätigen. Ich will auf diesen Umstand, der als bereits erledigt gelten kann, kein Gewicht legen, kann aber in experimenteller Hinsicht das erzielte Resultat hervorheben, dass die mitgetheilten Beobachtungen auf sehr verschiedenen Wegen zu nahe demselben Werthe der halben Wellenlänge geführt haben, und zwar

aus Drahtschwingungen mit kleiner Amplitude .	80 cm
„ „ „ „ grosser „ .	80 „
„ Wellenzahl auf begrenzter Drahtlänge . . .	82 „
durch Reflexion im freien Raume	80 „
„ „ mit multipler Resonanz	82 „
	Mittel $\lambda/2$ etwa 81 cm

Bei der letzten Beobachtung ist die Lage sowohl der beiden Maxima als Minima vor dem Spiegel in Rücksicht genommen.

---

1) Die obigen Thatsachen, sowie die in den Abschnitten I und II in verschiedenen Richtungen nachgewiesene Abhängigkeit der Secundärwirkungen von der Beschaffenheit des Primärschlagraumes machen ganz den Eindruck, dass das electrische Mittönen des Secundärleiters im Sinne der Hertz-Bjerknes'schen Auffassung durch einen kurzen, aus wenigen Schwingungen bestehenden, verschieden stark gedämpften Stoss von seiten des Primärleiters angeregt werde. Die Thatsachen erinnern an ein Experiment, welches sich mit irgend einer der bekannten, auf einseitig gedeckten Resonanzkästen befestigten König'schen Stimmgabeln anstellen lässt. Diese Gabeln sind insofern den Secundärstäben ähnlich, als sie sehr geringe Dämpfung besitzen. Hält man die Oeffnung des Resonanzkastens einer solchen Gabel vor's Ohr, setzt alsdann den locker zwischen den Fingern gehaltenen Stiel einer beliebigen zweiten, freien Gabel mit festem Drucke, *aber nur für ganz kurze Zeit* von hinten auf den Verschlussboden des Kastens, nachdem man sie schon vorher durch Anstrich in starke Schwingungen versetzt hatte, hebt sie dann sogleich wieder ab, so klingt die secundäre Gabel mit *ihrem* Eigentone nach und zwar um so stärker, *je näher ihre Schwingungszahl mit derjenigen der primären Gabel übereinstimmt.* Eine dünnbeinige Primärgabel würde den dünnen Primärstäben der electrischen Experimente entsprechen.

Ich glaube kaum, dass an Kreisresonatoren für ebenso kurze Wellen genauere Bestimmungen vorliegen. Bei den Reflexionsversuchen wurde noch bemerkt, dass die Maxima etwas *stärker* hervortreten, wenn der Beobachter sich zwischen dem Resonator und dem Oscillator befand, als wenn er im Raume zwischen Resonator und Metallwand beobachtete. Diese wohl nur bei kurzen Wellen merkliche Erscheinung ist leicht verständlich, weil im letzteren Falle die ohnedies schwächeren reflectirten Wellen zweimal, im ersteren nur einmal durch theilweise Abschirmung geschwächt werden. Natürlich wurden alle Ablesungen in derselben Weise ausgeführt. Die anscheinend mit einiger Sicherheit bestimmte mittlere Wellenlänge des aus zwei dünnen, 56 cm langen Stäben bestehenden Resonators kann nun auch für die Eigenschwingung des zugehörigen kleinen Oscillators gelten; man muss aber hinzufügen: *unter Voraussetzung der richtigen Abstimmung.* Diese bleibt vom theoretischen wie praktischen Standpunkte das Unsicherste an der Sache. Ich bin nach wiederholten Beobachtungen zu der Ansicht gekommen, dass gerade bei den in der Ferne zu vollziehenden Abstimmungsbeobachtungen die störenden Einflüsse der Umgebung zur Geltung kommen; infolge der multiplen Resonanz werden benachbarte Leiter der verschiedensten Dimensionen direct in die electrische Bewegung hineingezogen und wirken mehr oder weniger mit. Manchmal mag aber auch einfache Resonanz gleichgestimmter Leiter in Frage kommen. In dieser Weise erkläre ich mir z. B. eine von Stefan[1]) mitgetheilte eigenthümliche Schirmwirkung. Umhüllt man zwei gleiche Secundärstäbe mit je einer Drahtnetzröhre derselben Länge, so heben diese Hüllen die Funken zwischen den geschirmten Kernen nicht auf. Diese Funken sind aber in grosser Ferne vom Primärleiter erheblich schwächer *mit* als *ohne* die Hüllen; sie verschwinden ebendaselbst, sobald man die Stäbe mit den Hüllen an den äusseren Enden durch je einen Metallboden verbindet, sind also allem Anscheine nach mittelbar von den Hüllen, wahrscheinlich von deren Enden aus, inducirt, was leicht geschehen kann, da jeder Kern auf seine Hülle abgestimmt ist. Von

1) Stefan, Wied. Ann. **41.** p. 415. 1890.

grösserer Entfernung von ... das Verschwinden jener
weil in dem zur Verf... der (von den Kernen wie
störender Umst... Wiedererscheinen bei ab-
waren. ...unden.

Bestätig... letzteren Experimente der Erklä-
sache der ... zu bieten scheinen, so habe ich
verbreitun... allen Thatsachen zurechtfinden kön-
längenwe... Erscheinungen, welche ich bei der
die Gl... mit Metallfahnen versehenen Resonatoren
und i... Ich bin daher weit entfernt, meine Studie
der ... abschliessende zu betrachten. Die Reflexionsversuche
ab... die Abstimmungen sind strenge genommen in
h... Resonatorlänge zu kleinen Distanzen vom Oscillator
ausgeführt; ich hoffe die Versuche in einem günstigeren Raume
zu ergänzen. Vor allem wären die Beobachtungen noch auf
solche Lagen des Resonators auszudehnen, welche gegen die
Oscillatoraxe geneigt sind. Diese Erweiterung würde, wie
aus Bemerkungen von Stefan hervorgeht, theoretisches Interesse haben.

Die Hauptergebnisse der bisherigen Versuche lassen sich in folgende Punkte zusammenfassen.

Gewöhnliche Influenz- und Electrisirmaschinen eignen sich zu Hertz'schen Versuchen, wenn man die Schwingungen der Primärleiter mit Condensatorfunken auslöst. Die auf diesem Wege ausgelösten Schwingungen werden durch heftige Luftbewegungen im Schlagraume nicht gestört.

Die vielplattigen Influenzmaschinen mit ausgedehnten Spitzenkämmen liefern unmittelbar oscillatorische Funkenströme, welche, wenn die Zuleitung zu den Primärleitern durch schlecht leitende Flüssigkeiten geschieht, zum Experimentiren mit kurzen Wellenlängen geeignet sind.

Die Intensität der Oscillationen auf den Primärleitern scheint vorzugsweise von der Beschaffenheit des Schlagraumes und von der Art der Electricitätszufuhr *während* der Funkenentladung, weniger von der Raschheit der Potentialsteigerung *vorher* abzuhängen.

Auf geradlinigen, in der Mitte unterbrochenen Secundärleitern, welche einem Primärleiter in der Ferne parallel gegenüberstehen, werden die längsten Funken inducirt, wenn die

Eigenschwingungen der Secundärleiterhälften untereinander und mit der Eigenschwingung des Primärleiters in Resonanz stehen.

Frei endigende, gerade, zweitheilige Secundärleiter sind auf stabförmige Primärleiter mit roher Annäherung abgestimmt, wenn die Gesammtlängen sich wie 2 : 1 verhalten.

Die den Eigenschwingungen geradliniger Resonatoren entsprechenden Wellenlängen können mit genügender Schärfe bestimmt werden. Eine Beobachtung derart bestätigte die Gleichheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Raume und auf Drähten.

Von Wasseroberflächen ausgehende Funken sind oscillationslos, daher sind es auch mit grosser Wahrscheinlichkeit die Blitze.

Starke Schall- und Lichtentwickelung im Funken können nicht im allgemeinen als Merkmale der Oscillationen angesehen werden.

VII. *Ueber die Verwendung und Wirkungsweise des Telephons bei electrischen Nullmethoden; von A. Winkelmann.*

von A. Winkelmann.

I. Vor kurzem hat Hr. E. Cohn[1]) darauf aufmerksam gemacht, dass eine früher von mir[2]) angewandte Methode zur Bestimmung von Dielectricitätsconstanten nur dann richtige Resultate liefert, wenn während des Versuches ausser der Einführung der dielectrischen Schicht im ganzen Felde keine Veränderungen vor sich gehen. Diese Bemerkung ist zutreffend, sofern man die Einschränkung hinzufügt, dass unter den schädlichen Veränderungen nur solche zu verstehen sind, die einen Einfluss auf das Tonminimum des Telephons ausüben. Da gerade durch das Tonminimum die Messung ausgeführt wird, so ist unmittelbar einleuchtend, dass alles, was eine Verschiebung des Minimums veranlasst, auszuschliessen ist; ausgenommen ist hiervon natürlich derjenige Körper, der eben der Messung unterworfen werden soll. Dass in der That aber schädliche Veränderungen des Feldes möglich sind, davon habe ich mich bei den damaligen Versuchen mehrfach überzeugt, indem ich absichtlich solche Veränderungen herbeiführte. Bringt man z. B. bei der Minimumstellung des Telephons die Hand sehr nahe (bis auf 1 cm) an eine der beiden äusseren Platten. so hört man deutlich eine Verstärkung des Telephons. Indessen ist die für die Richtigkeit der Resultate erforderliche Bedingung leicht zu erfüllen und wurde bei meinen Versuchen thatsächlich erfüllt. Die Gefahr[3]), die man etwa in der Methode sehen könnte, ist deshalb nur gering, wie ich mich jetzt von neuem überzeugt habe. Die Anordnung des Apparates war die gleiche, wie bei meinen früheren Versuchen. Die Platten P_1 und P_2

---

1) Cohn, Wied. Ann. **46.** p. 135. 1892.

2) Winkelmann, Wied. Ann. **38.** p. 161. 1889.

3) Cohn spricht nicht von einer Gefahr, sondern von einem principiellen Fehler, der meiner Methode anhaften soll. Dies scheint mir ungerechtfertigt, weil ein Fehler erst eintritt, wenn eine bestimmte Bedingung nicht erfüllt wird.

wurden nahe an Q so gestellt, dass das Telephon T das Minimum der Tonstärke gab; der Beobachter sass symmetrisch zum Apparat entsprechend dem Orte B. Wurde nun durch einen Gehülfen eine entfernte Platte P_3 von 19 cm Durchmesser, die zur Erde abgeleitet war und parallel P_2 gestellt wurde, der Platte P_2 genähert, so trat eine Verstärkung des Telephons ein, sobald die Platte nahe genug an c_2 herankam; blieb aber P_3 in einer Entfernung von mindestens 12 cm von c_2, so hatte eine Entfernungsänderung von P_3 auf das Telephon keinen Einfluss. Ferner bewegte sich der Beobachter in B mit dem Oberkörper nach rechts oder links, entsprechend den Pfeilrichtungen a, um einen eventuellen Einfluss auf das Telephon zu constatiren, und endlich machte er ähnliche Bewegungen vorwärts oder rückwärts in den Pfeilrichtungen b; in beiden Fällen konnte kein Einfluss auf das Telephon nachgewiesen werden. Aus all diesem geht hervor, dass schon beträchtliche Veränderungen in der Nähe des Apparates vor sich gehen müssen, um eine Wirkung auf das Telephon herbeizuführen; vermeidet man aber solche Veränderungen während der Versuchsdauer, so ist das Versuchsresultat richtig. Die Bemerkung Cohn's, dass jede Veränderung in der Umgebung, z. B. jeder Ortswechsel des Beobachters, zwischen den beiden Theilen des Versuches eine Fehlerquelle bildet, deren Einfluss sich der genauen Berechnung entzieht, ist deshalb nur in beschränkter Weise gültig.

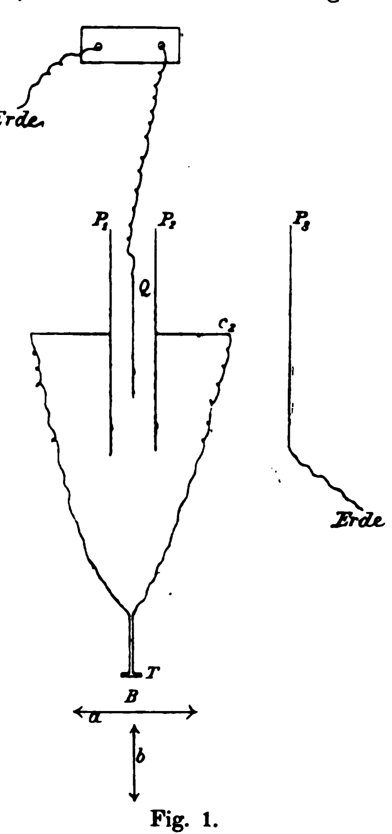


Fig. 1.

Theoretisch muss ja allerdings jeder Ortswechsel einen Einfluss ausüben, praktisch lässt sich aber dieser Einfluss sehr leicht auf ein solches Minimum zurückführen, dass er gar nicht mehr in Betracht kommt, weil er unmessbar klein ist.

Cohn schlägt entsprechend der Versuchsanordnung Gordon's vor, noch zwei weitere Platten parallel den bisherigen anzubringen und die Verbindungen dieser Platten ebenso wie bei Gordon zu gestalten, nur an Stelle des Electrometers das Telephon treten zu lassen. Bei dieser Anordnung sind die Platten, mit denen das Telephon verbunden ist, im electrischen Sinne fast vollständig von den anderen Platten eingeschlossen und deshalb wird eine ausserhalb des Apparates eintretende Aenderung gar keine oder nur eine minimale Wirkung auf das Telephon haben; indessen ist doch auch hier zu beachten, dass man keinen Einfluss auf die Zuleitungen zum Telephon eintreten lassen darf. Nähert man z. B. die Hand einem Zuleitungsdraht, so ist dies im Telephon deutlich zu bemerken; ganz ausgeschlossen ist also die Gefahr hier auch nicht. Aber auch bei der einfacheren Anordnung mit nur drei Platten ist die Gefahr, unrichtige Versuchsresultate zu erhalten, leicht zu vermeiden, und deshalb kann ich in dem Cohn'schen Vorschlage keinen wesentlichen Vortheil erblicken.

II. Cohn hat die Bedingung für das Verstummen des Telephons dahin formulirt, dass beim Spiel des Inductoriums die Potentiale der beiden mit dem Telephon verbundenen Platten einander gleich bleiben müssen, ohne dass ein Austausch von Electricität zwischen ihnen stattfindet. Bezeichnet man die Electricitätsmengen dieser Platten (siehe Fig. 2) mit e_1, resp. e_2, so ist nach Cohn:

$$e_1 = c_1 (U - V) + \gamma_1 (U - V_0)$$
$$e_2 = c_2 (U - V) + \gamma_2 (U - V_0).$$

Dann wird von Cohn die Bedingung für das Verstummen des Telephons so formulirt[1]): „Die Coefficienten c und γ müssen solche Werthe haben, dass bei willkürlichen Aenderungen von

1) Es wird sich später zeigen, dass die beiden Formulirungen Cohn's nicht das Gleiche aussprechen.

V und V_0 die Grössen e_1 und e_2 constant bleiben." Man hat deshalb

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{d e_1}{d t} = 0 = c_1\left(\dfrac{d U}{d t} - \dfrac{d V}{d t}\right) + \gamma_1\left(\dfrac{d U}{d t} - \dfrac{d V_0}{d t}\right) \\ \dfrac{d e_2}{d t} = 0 = c_2\left(\dfrac{d U}{d t} - \dfrac{d V}{d t}\right) + \gamma_2\left(\dfrac{d U}{d t} - \dfrac{d V_0}{d t}\right). \end{cases}$$

Hieraus ergibt sich

$$(2)\qquad \frac{c_1}{c_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}.$$

Dies ist die Cohn'sche Bedingungsgleichung für das Verstummen des Telephons. Man sieht indess unmittelbar, dass diese Gleichung nicht die ausreichende Bedingung dafür ist, dass die Gleichungen (1) bestehen; dazu ist vielmehr noch erforderlich, dass

$$(3)\qquad \frac{c_1}{\gamma_1} = - \frac{\dfrac{d U}{d t} - \dfrac{d V_0}{d t}}{\dfrac{d U}{d t} - \dfrac{d V}{d t}}.$$

Hieraus ergibt sich:

a) Für den Fall, dass V und V_0 willkürliche Aenderungen erleiden, die voneinander unabhängig sind, ist die Gleichung (3) unerfüllbar; denn während die linke Seite von (3) constant ist, ist die rechte veränderlich. Wenn deshalb die Analyse Cohn's allgemein richtig wäre, würde das Telephon in dem genannten Falle überhaupt nicht zum Verstummen gebracht werden können.

b) Sind dagegen $d V_0 / d t$ und $d V / d t$ nicht unabhängig voneinander, so kann unter bestimmten Voraussetzungen der Gleichung (3) genügt werden.

Nun weiss man aber, dass bei ganz willkürlichen, voneinander unabhängigen Aenderungen von V und V_0 das Telephon zum Verstummen gebracht werden kann; daraus folgt, *dass die von Cohn aufgestellten Bedingungen für das Verstummen des Telephons zu eng gefasst sind.* Die erste Bedingung, dass die Potentiale der mit dem Telephon verbundenen Platten zu jeder Zeit einander gleich sein müssen, ist unmittelbar einleuchtend; dagegen ist die zweite Bedingung, dass die Electricitätsmengen

e_1 und e_2 constant seien, nicht nothwendig; vielmehr genügt es, dass die Aenderungen dieser Mengen gleich seien, dass also

$$\frac{d e_1}{d t} = \frac{d e_2}{d t} \tag{4}$$

sei. Dies ergibt:

$$(c_1 - c_2)\left\{\frac{d U}{d t} - \frac{d V}{d t}\right\} + (\gamma_1 - \gamma_2)\left\{\frac{d U}{d t} - \frac{d V_0}{d t}\right\} = 0. \tag{5}$$

Sind jetzt dV/dt und dV_0/dt unabhängig voneinander, so kann (5) nur genügt werden, wenn

$$\begin{cases} c_1 - c_2 = 0 \\ \gamma_1 - \gamma_2 = 0. \end{cases} \tag{6}$$

Sind dagegen dV/dt und dV_0/dt nicht unabhängig voneinander, so ist die Bedingung für das Verstummen des Telephons:

$$\left\{ \frac{c_1 - c_2}{\gamma_1 - \gamma_2} = - \frac{\frac{d U}{d t} - \frac{d V_0}{d t}}{\frac{d U}{d t} - \frac{d V}{d t}}. \right. \tag{7}$$

Sind die Gleichungen (6) erfüllt, so ist auch die Cohn'sche Gleichung (2) erfüllt; ist dagegen nur Gleichung (7) erfüllt, so braucht (2) nicht erfüllt zu sein.

Der Vorgang, der sich bei den Versuchen abspielt, ist also im allgemeinen ein anderer, wie der von Cohn hingestellte. Die mit dem Telephon verbundenen Platten haben, wenn das Telephon verstummt, nicht, wie Cohn voraussetzt, eine constante Electricitätsmenge, sondern sie geben in demselben Zeitintervall die gleiche Electricitätsmenge in das Telephon; diese strömenden Mengen compensiren sich aber in ihrer Wirkung auf das Telephon[1]); ebenso gehen dann später wieder vom Telephondrahte aus gleiche Mengen Electricität in derselben Zeit auf die Platten über. Thatsächlich finden also fortwährende hin- und herwogende Electricitätsbewegungen von beiden Enden des Telephons aus statt, die beim Ver-

1) Von einer Unsymmetrie, die im Telephon liegt und von der später die Rede ist, ist hier abgesehen.

stummen des Telephons sich gegenseitig in ihrer Wirkung compensiren. Der Beweis hierfür ist in dem folgenden Abschnitte gegeben. Es soll durch das vorige nicht behauptet werden, dass niemals die Grössen e_1 und e_2 constant bleiben können; dies ist aber ein specieller Fall, der nur unter ganz bestimmten Bedingungen auftreten kann und der, was die Hauptsache ist, nicht aufzutreten braucht, damit das Telephon verstumme.

III. A. *Ungeschlossene Inductionsströme.* Beim Spiel des Inductoriums sind die Potentiale der beiden Platten b und d, die mit dem Telephon verbunden sind, abgesehen von einem Specialfall, Functionen der Zeit; soll das Telephon verstummen, so müssen diese beiden Potentiale stets gleich sein. Soll ausserdem keine Bewegung der Electricität in dem Telephondrahte vor sich gehen, sollen also e_1 und e_2 constant sein, so muss das Potential für alle Punkte des Telephondrahtes zu jeder Zeit mit dem Potential der beiden Platten übereinstimmen. Dies letztere wäre nur möglich, wenn entweder das Potential der Platten b und d constant wäre, was der Voraussetzung widerspricht, oder wenn die Potentialänderungen, die die Platten erfahren, sich ***vollkommen gleichzeitig*** auf alle Theile des Drahtes erstreckten. Dies würde eine unendliche Ausbreitungsgeschwindigkeit der Potentialänderungen voraussetzen und ist deshalb auch zu verwerfen. — Die Veränderungen, welche die Plattenpotentiale mit der Zeit erfahren, bedingen deshalb eine hin- und hergehende Bewegung von Electricität einer jeden Platte in dem Telephondrahte, ohne dass hierbei ein Uebergang der Electricität von einer Platte zur anderen stattfände.

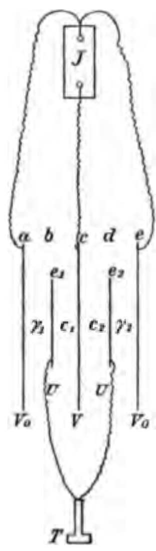


Fig. 2.

a) *Diffentialtelephon.* Dass in der That eine solche Bewegung der Electricität in einem Drahte, dessen Enden unter sich gleiche, aber mit der Zeit veränderliche Potentiale haben, stattfindet, davon kann man sich am bequemsten mit Hülfe eines Differentialtelephons[1]), das zwei

1) Ein solches Telephon ist bereits von **Chrystal** (Beibl. 5. p. 72. 1881) angegeben und zur Bestimmung von Inductionscoefficienten, Capa-

Systeme gleichzeitig gewickelter Windungen besitzt und vier Drahtenden hat, überzeugen. Mögen die beiden Drahtenden, mit denen die Wickelung begonnen wurde, mit A_1 und A_2, die beiden Enden, die am Schluss der Wickelung übrig bleiben, mit E_1 und E_2 bezeichnet werden. Infolge der nahe symmetrischen Anordnung des Drahtes bleibt das Telephon ruhig, wenn man A_1 mit A_2 verbindet und dann Inductionsströme nicht zu grosser Stärke von E_1 nach E_2 sendet. Der Strom $E_1 A_1$ umkreist den Magneten in entgegengesetzter Richtung wie der Strom $A_2 E_2$; beide compensiren sich. — Verbindet man nun die Enden E_1 und E_2 mit *demselben* Punkte der Platte *b*, während A_1 mit A_2 verbunden ist, so hört man beim Spiel des Inductoriums das Telephon sehr deutlich. Hier ist der Beweis dafür gebracht, dass bei einem Drahte auch dann, wenn die Enden desselben zu gleichen Zeiten immer genau gleiche Potentiale besitzen, doch eine hin- und hergehende Bewegung von Electricität im Drahte stattfindet, falls eben die Potentiale der Enden Functionen der Zeit sind. Die beiden Ströme, die von E_1 und E_2 ausgehen, umkreisen das Telephon in gleichem Sinne und verstärken gegenseitig ihre Wirkung. Die Electricität bewegt sich aber nur bis A_1, resp. A_2 und fliesst dann nach E_1, resp. E_2 zurück; man hat eben Ladungs- und Entladungsströme in dem Telephondrahte vor sich.

b) *Gewöhnliches Telephon.* Nimmt man statt des Differentialtelephons ein gewöhnliches und verbindet die Enden ebenfalls mit demselben Punkte der Platte, so hört man auch jetzt, wenn auch bedeutend schwächer, das Telephon, sobald das Spiel des Inductoriums beginnt. Daraus geht hervor, dass das gewöhnliche Telephon eine Unsymmetrie enthält. Diese besteht darin, dass die Anfangswindungen eine andere Lage gegenüber dem Magneten haben, wie die Endwindungen und dass ferner die verschiedenen Windungen eine verschiedene Weite besitzen. Der letzte Umstand bewirkt, dass von dem neutralen Punkte aus, der in der Mitte des Drahtes liegt, die Zahl der Windungen nach beiden Seiten nicht gleich ist.[1]) Sobald die

citäten etc. verwendet. — Das von mir benutzte Differentialtelephon war ebenso wie die benutzten gewöhnlichen Telephone von Siemens & Halske in Berlin hergestellt.

1) Dies trifft nicht zu bei Telephonen mit zwei Polen, die nacheinander umwickelt werden.

Windungen (Anfang und Ende) nicht symmetrisch in Bezug auf das Magnetsystem liegen, können sich die Wirkungen, die von demselben Punkte der Platte *b* in das Telephon sich ausbreiten, in den beiden Drahthälften nicht vollkommen compensiren. Bei der Verwendung des Telephons zur Bestimmung von Dielectricitätsconstanten nach der angegebenen Methode bedingt dieser Mangel keinen Fehler des Resultates; dagegen folgt aus dieser Unsymmetrie, dass, wenn die vier Platten des Apparates vollkommen symmetrisch zur mittleren Platte *c* stehen, das Telephon, welches an die Platten *b* und *d* gelegt ist, nicht das Tonminimum zeigt, sondern dass erst durch eine kleine Unsymmetrie der Platten die Unsymmetrie des Telephons wenigstens theilweise compensirt werden muss, um das Tonminimum eintreten zu lassen. Dieses übrig bleibende Tonminimum beruht, wie ich glaube, darauf, dass die eine Unsymmetrie durch die andere nicht vollkommen compensirt werden kann.[1]) Eine unmittelbare Consequenz des eben Gesagten ist das Folgende. Man verbinde das Telephon mit den Platten *b* und *d* und stelle auf das Minimum ein; vertauscht man dann die Telephonenden miteinander, ohne sonst etwas zu ändern, so zeigt das Telephon nicht mehr das Minimum, sondern man muss eine Verschiebung eintreten lassen, um das Minimum von neuem zu erhalten.

Da die mit den Platten verbundenen Telephondrähte, entsprechend dem Spiele des Inductoriums, hin- und hergehende Ströme aufweisen, so kann es zunächst auffallend erscheinen, dass eine Vertauschung der Telephondrähte eine Veränderung der Tonstärke hervorruft. Eine nähere Betrachtung lässt aber das Auffallende verschwinden.

Die beiden Platten seien mit *b* und *d*, die beiden Telephonenden mit *B* und *D* bezeichnet.

α) Es sei *B* mit *b* und *D* mit *d* verbunden. In einer bestimmten Zeit wächst das Potential der beiden Platten von 0 bis $+V$ und nimmt darauf wieder bis 0 ab, und zwar sollen

1) Diese Bemerkung bezieht sich auf die Versuche mit dem Plattenapparate; hat man eine Wheatstone'sche Brückencombination mit Flüssigkeitszellen, so treten andere Ursachen auf, die den Ton des Telephons nicht vollständig verschwinden lassen. (Vgl. Wietlisbach Ber. der Berl. Akad. p. 278. 1879.)

die Aenderungen in der Art vor sich gehen, dass die beiden Platten in demselben Zeitmoment immer das gleiche Potential haben. Es wird dann von beiden Platten aus eine Strömung der Electricität in den Telephondraht stattfinden und zwar so lange, als das Potential der Platten wächst; nimmt das Potential der Platten ab, so strömt die Electricität aus den Telephonenden auf die Platten zurück. Enthält das Telephon eine Unsymmetrie, so haben die beiden Ströme, die von den Platten ausgehen, nicht die gleiche Wirkung auf das Telephon und ebensowenig die beiden Ströme, die nach den Platten zurückkehren. Die Differenz dieser Wirkungen wird im Telephon wahrgenommen und macht sich ebenso geltend, als ob zwei schwache schnell hintereinander folgende entgegengesetzt gerichtete Ströme durch das Telephon fliessen würden. Nachdem das Potential der Platten von $+ V$ bis 0 zurückgegangen ist, werden nach kurzer Zeit die Platten bis $- V$ und dann zurück bis 0 geladen; hierdurch erhält man wieder zwei Ströme im Telephon, die den zuerst genannten in ihrer Richtung (wenn jedesmal die Bewegungsrichtung der positiven Electricität als maassgebend betrachtet wird) entgegengesetzt sind.

Es werde jetzt weiter angenommen, dass die Platten nicht bis zu dem *gleichen* Potential geladen werden, sondern dass der Maximalwerth des Potentials der einen Platte um δ grösser sei, als der der anderen Platte. Infolge dieser Potentialdifferenz, die von 0 bis δ wächst und dann wieder bis 0 abnimmt, wird ein Strom durch das Telephon von einer Platte zur anderen gehen; die Richtung dieses Stromes kehrt sich um, wenn das Potential der Platten durch Null von positive auf negative Werthe übergeht. Beide Ströme (die von der Unsymmetrie und die von der Potentialdifferenz herrühren) superponiren sich und geben eine Resultirende. Setzt man voraus, was jedenfalls gestattet ist, dass die beiden Plattenpotentiale gleichzeitig ihr Maximum erreichen, so wird die Potentialdifferenz der beiden Platten ebenfalls zu dieser Zeit zum Maximum; dann ist $d V / d t = 0$ und infolgedessen der Strom, der von der Unsymmetrie des Telephons herrührt, ebenfalls Null.

β) Es sei B mit d und D mit b verbunden. Die Platten sollen die gleiche Stellung behalten, wie oben angenommen

wurde, sodass eine Potentialdifferenz von δ sich im Maximum entwickelt. Die Richtung der hierdurch im Telephon bedingten Ströme ist jetzt umgekehrt, während die Ströme, die durch die Unsymmetrie des Telephons entstehen, in gleichem Sinne wie früher durch das Telephon gehen. Würde der Intensitätsverlauf sämmtlicher Ströme durch Sinuscurven dargestellt, die continuirlich fortgehen, so könnte keine Verschiedenheit durch die Umschaltung des Telephons in den resultirenden Stromstärken eintreten. Denn die beiden Ströme hätten dann bei gleicher Wellenlänge λ eine Phasendifferenz von $\lambda / 4$ und die Umschaltung des Telephons würde für die eine Welle eine Verschiebung von $\lambda / 2$ bewirken, die ohne Einfluss auf den Verlauf der resultirenden Amplitude wäre. Einen derartigen Intensitätsverlauf darf man aber nicht voraussetzen, da erstens der Schliessungsstrom des Inductors nicht unmittelbar dem Oeffnungsstrom folgt; hierdurch wird der eine Strom, der durch die Potentialdifferenz der Platte hervorgerufen wird, von zwei Strömen entgegengesetzter Richtung begleitet, die durch die Unsymmetrie des Telephons verursacht werden. Zweitens liefert der Inductor Ströme, die für sich allein schon von der einfachen Sinusform abweichen; gehen diese Ströme, resp. ein Theil derselben durch das Telephon, so wird ihr Verlauf durch die Selbstinduction der Telephonrolle und durch die Induction des Magneten noch weiter modificirt, sodass der schliessliche Verlauf ein von der Sinusform weit abweichender ist. Es kann deshalb nicht auffallen, wenn ein Unterschied in der Tonstärke bei der Umschaltung des Telephons sich geltend macht.

Dass die betrachteten Erscheinungen der Unsymmetrie auch noch auftreten, wenn man ungeschlossene Inductionsströme *ohne* eine Platte anwendet, liess sich voraussehen und konnte leicht gezeigt werden. Leitet man einen Pol des Inductoriums zur Erde und verbindet man beide Telephonenden durch *eine* Klemmschraube mit dem Draht, der von dem anderen Pol kommt, so hört man das Telephon deutlich. Wie ich nachträglich gesehen habe, hat Hr. L. Weber[1]) den gleichen oder fast gleichen Versuch gemacht. Es heisst p. 519:

---

1) L. Weber, Wied. Ann. 8. p. 515. 1879.

„10. Versuch. Zwei Drähte von genau gleicher Länge (etwa 2 m) werden mit dem einen Ende zusammengedreht und gemeinsam in die eine Polklemme des Inductors gesetzt. Die anderen Enden führten zu den beiden Klemmschrauben des Telephons. Der Ton war *mässig*. Derselbe verschwand, sobald eine der Telephonklemmen mit der Hand berührt wurde. Der Erfolg war genau derselbe, wenn die zusammengedrehten Enden an eine beliebige Stelle der Conductoren der Influenzmaschine gesetzt werden.“ Zur Erklärung dieses Versuches sagt Weber p. 523: „Der Versuch 10 entsprang der Absicht, mittels des Telephons Stellen verschiedener oder gleicher Spannung an einem und demselben Conductor aufzufinden. Wie aus der sich leicht bietenden Erklärung dieses Versuches hervorgeht, scheiterte jene Absicht an der ungenügenden Isolirung der Holzfassung des Telephons.“ Wenn ich den Verfasser recht verstehe, so setzt er voraus, dass, wenn die beiden Enden des Telephons mit zwei Punkten gleichen aber mit der Zeit wechselnden Potentials (wie beim Inductorium) verbunden werden und wenn ferner keine ungenügende Isolirung der Holzfassung vorhanden ist, dann auch ein Tönen des Telephons nicht eintritt. Dieser Voraussetzung stimme ich zu, sofern man von der Unsymmetrie, die im Telephon selbst liegt, absieht. Sobald aber eine solche Unsymmetrie vorhanden ist, wird auch ein Tönen eintreten. Um dem Einwand zu begegnen, dass das auch von mir beobachtete Tönen des Telephons — wenn die beiden Enden des Telephondrahtes unter sich gleiches aber mit der Zeit wechselndes Potential besitzen — durch mangelhafte Isolirung verursacht wird, habe ich folgende Versuche angestellt. Das Telephon wurde isolirt aufgestellt und mit der Hand nicht berührt; legte man das Ohr an das Telephon, so war der Ton wahrnehmbar. Hier lässt sich der Einwand erheben, dass durch das berührende Ohr eine Ableitung erfolgt und diese die Ursache des Tönens sei. Entfernte man das Ohr vom Telephon, so war die Tonempfindung so schwach, dass man zweifelhaft wurde, ob nicht der aus dem Nebenzimmer hörbare Unterbrechungapparat des Inductoriums die Ursache der Empfindung sei. Es wurde deshalb der Schallbecher des Telephons mit einer dünnen Kautschukmembran umhüllt, die, wie an einem Electroskop

nachgewiesen wurde, gut isolirte. Nachdem das Telephon durch Paraffinplatten isolirt aufgestellt war, hörte das die Kautschukmembram berührende Ohr den Ton deutlich; jetzt war es sogar möglich, den Ton auch dann mit voller Sicherheit zu hören, wenn das Ohr die Membran und damit das Telephon nicht berührte. Hieraus geht mit Sicherheit hervor, dass auch dann, wenn das Telephon vollständig isolirt ist, unter den angegebenen Bedingungen ein Tönen eintritt.

B. *Geschlossene Inductionsströme.* Bei geschlossenen Inductionsströmen waren die im vorigen betrachteten Erscheinungen, wenn sie überhaupt nachweisbar waren, in viel geringerem Grade zu erwarten. Es wurden zunächst die beiden Enden E_1 und E_2 des Differentialtelephons mit demselben Punkte eines geschlossenen Stromkreises verbunden, während A_1 mit A_2 vereinigt war. Beim Spiel des Inductoriums hörte man das Telephon, allerdings nur sehr schwach, aber auch dann, wenn dasselbe mit einer isolirenden Kautschukmembran bezogen und isolirt aufgestellt war; der Ton war aber so schwach, dass man das Ohr an die Membran legen musste. Benutzte man das gewöhnliche Telephon, indem man die beiden Enden mit dem gleichen Punkte des Inductionskreises verband, so war ein Tönen nicht nachweissbar, auch dann nicht, wenn das Telephon mit der Hand gehalten wurde; die Unsymmetrie des Telephons ist nicht gross genug, um die Differenz der schwachen Wirkungen zur Empfindung kommen zu lassen. Es sei hier bemerkt, dass ein kleiner Inductionsapparat nach Kohlrausch mit zwei Grove'schen Elementen benutzt wurde, dass dieser Apparat im Nebenzimmer stand und dass zwei Drähte ohne Windungen in das Hauptzimmer zu einem geradlinig ausgespannten Platindraht geführt waren. Der Contact für den Platindraht wurde zur Verbindung mit den Telephonenden benutzt; dabei stand dieser Contact nahe an dem einen Ende des Platindrahtes.

Es schien mir nicht ohne Interesse, die erwähnte Unsymmetrie des gewöhnlichen Telephons bei der Wheatstone'schen Brückencombination näher zu untersuchen. Zu dem Zwecke wurden zwei Platindrähte von je 1 m Länge mit verschiebbarer Contacteinrichtung parallel nebeneinander in etwa

25 cm Abstand gestellt und als Brückenzweige in die Inductionsleitung eingeschaltet. Nachdem der Contact auf die Mitte eines Drahtes gestellt war, wurde ein gewöhnliches Telephon als Brücke benutzt und dann mit Hülfe des anderen Contactes das Minimum der Tonstärke, das, wie zu erwarten, äusserst schwach war, aufgesucht. Schaltete man dann in die Brücke einen parallel hin- und hergehenden inductionsfreien blanken Kupferdraht von etwa 70 m Länge, so ergab sich eine schwache Verstärkung des Telephons. Um einen grösseren Unterschied herbeizuführen, wurde über dem Boden des Zimmers ein wohl isolirter Draht von rund 1100 m Länge zickzackförmig hin- und hergeführt und mit Hülfe einer Wippe derartig in die Brücke eingeschaltet, dass man nach Belieben nur das Telephon nebst einem kurzen Verbindungsdraht von 0,3 m Länge, oder das Telephon und den 1100 m langen Draht in der Brücke hatte. Suchte man dann bei der ersten Stellung das Minimum auf, so hörte man eine deutliche Verstärkung des Telephons, wenn der lange Draht in die Brücke eingeschaltet wurde. Eine Verschiebung der Contactstelle brachte in dem letzten Falle aber keine wahrnehmbare Abschwächung hervor; durch die Einschaltung war das Minimum also stärker geworden. Es trat dies auch dann ein, wenn das Telephon isolirt aufgestellt und mit einer isolirenden Kautschukmembran bezogen war. — Auf die Bestimmung von Widerständen hat eine in der Construction des Telephons oder absichtlich herbeigeführte Unsymmetrie nur insofern Einfluss, als das Minimum weniger gut wird. Eine Verschiebung der Contactstelle für das Minimum tritt nicht ein, wenigstens konnte eine solche nicht nachgewiesen werden; auch eine Vertauschung der Telephonenden in der Brücke liess keine Verschiebung des Minimums erkennen. Bei dem Plattenapparat war, wie früher erwähnt wurde, die Erscheinung eine andere; in diesem Falle sind eben die im Telephondrahte wirksamen Ströme ganz bedeutend stärker.

Was nach dem Vorhergehenden beim Telephon sich gesich gezeigt hat, muss auch bei einem hinreichend empfindlichen Electrodynamometer nachweissbar sein. Wenn die Enden des Drahtes immer vollkommen gleiches aber mit der Zeit veränderliches Potential haben, so wird das Dynamometer nur

dann keine Ablenkung zeigen[1]), wenn die Rollen symmetrisch gegenüber den Enden gleichen Potentials liegen, sodass die Ströme, welche von den Drahtenden aus gegen die Rollen hinwandern, sich gegenseitig compensiren.

Endlich möge noch auf folgende Consequenz, die, soviel ich weiss, noch nicht ausdrücklich hervorgehoben ist, hingewiesen werden. Verbindet man bei einer Stromverzweigung zwei Punkte gleichen Potentials durch einen Draht, so hat dies bekanntlich bei einem constanten Strom keinen dauernden Einfluss auf die übrigen Stromleiter. Wird aber die Verzweigung von Wechselströmen durchlaufen, so ist die Verbindung zweier Punkte gleichen Potentials nicht ohne Einfluss, d. h. die Stromintensitäten in den übrigen Stromleitern erfahren eine Aenderung, wenn die Verbindung hergestellt wird, da eben an den Verbindungsdraht ein Theil der Stromenergie dauernd abgegeben wird.

C. *Grössere Empfindlichkeit des Differentialtelephons bei Anwendung des Plattenapparates zur Bestimmung von Dielectricitätsconstanten.* Wie aus dem Früheren hervorgeht, wird das Telephon bei dem Plattenapparat schweigen, wenn die Potentiale der beiden betreffenden Platten zu jeder Zeit einander gleich sind und wenn ferner

$$\frac{d e_1}{d t} = \frac{d e_2}{d t}$$

ist; es ist hierbei von der Unsymmetrie, die im Telephon selbst liegt, abgesehen. Die Bewegungen der Electricität kommen unter diesen Bedingungen nur theilweise in dem Telephondrahte zu Stande, indem von beiden Enden des Telephons die Electricitäten sich bis zu dem neutralen Punkte ausbreiten und dann wieder rückwärts fliessen. Es war zu erwarten, dass die Empfindlichkeit der Einstellung wachsen würde, wenn man eine Einrichtung trifft, durch welche die Electricitäten ganz zum Abfluss, resp. zum Rückfluss gelangen. Mit einem gewöhnlichen Telephon ist dies, sofern die bisherige Schaltungsweise festgehalten wird, nicht zu erreichen, dagegen wohl mit einem Differentialtelephon. Bezeichnet man ebenso, wie früher,

---

1) Von Phasendifferenzen, die durch Oberbeck (Wied. Ann. **17.** p. 816. 1882 etc.) näher studirt sind, ist hier abgesehen.

die beiden Anfangsstücke der Doppeldrähte des Telephons mit A_1 und A_2, die beiden Endstücke mit E_1 und E_2, so verbinde man A_1 und E_2 mit den beiden Platten des Apparates und ferner A_2 und E_1 unter sich. Lässt man die Verbindung von A_2 E_1 isolirt, so hat man eine ähnliche Wirkung, wie bei einem gewöhnlichen Telephon; verbindet man dagegen A_2 E_1 mit der Erde, so kommen die Ströme in beiden Drähten A_1 E_1 und E_2 A_2 vollständig zu Stande. Um diese Einrichtung zu prüfen, wurde den Platten ein grösserer Abstand gegeben und dann abwechselnd von rechts und von links[1]) auf das Minimum des Telephons eingestellt. Die Differenz in diesen Einstellungen war bei der Ableitung zur Erde immer viel kleiner (höchstens die Hälfte), als ohne diese Ableitung; die Empfindlichkeit des Differentialtelephons mit Ableitung ist also mindestens doppelt so gross, wie ohne Ableitung.

Jena, Juni 1892.

---

1) Vgl. Winkelmann, Wied. Ann. **38.** p. 164. 1889.

Berichtigungen.

Bd. XLIV. (Negbaur) p. 740. 745. 747 statt $HgSO_4$ lies Hg_2SO_4.

Bd. XLV. (Budde) p. 757 Z. 2 v. o. statt $\frac{\partial Q}{\partial v} d v d t$ lies $\frac{\partial Q}{\partial v} d v$.

ebenda. Die Gleichung Z. 5 v. u. bekommt die Nummer (10).

„ Z. 2 v. u. lies (10) statt (9).

Bd. XLVI. (F. Streintz) p. 456 Z. 9 v. o. statt liegenden Druck lies „Säurecoefficienten".

Bd. XLVI. (H. O. G. Ellinger) p. 513 Z. 18 ist als Note nachzutragen: E. Cohn, Wied. Ann. **45.** p. 370. 1892.

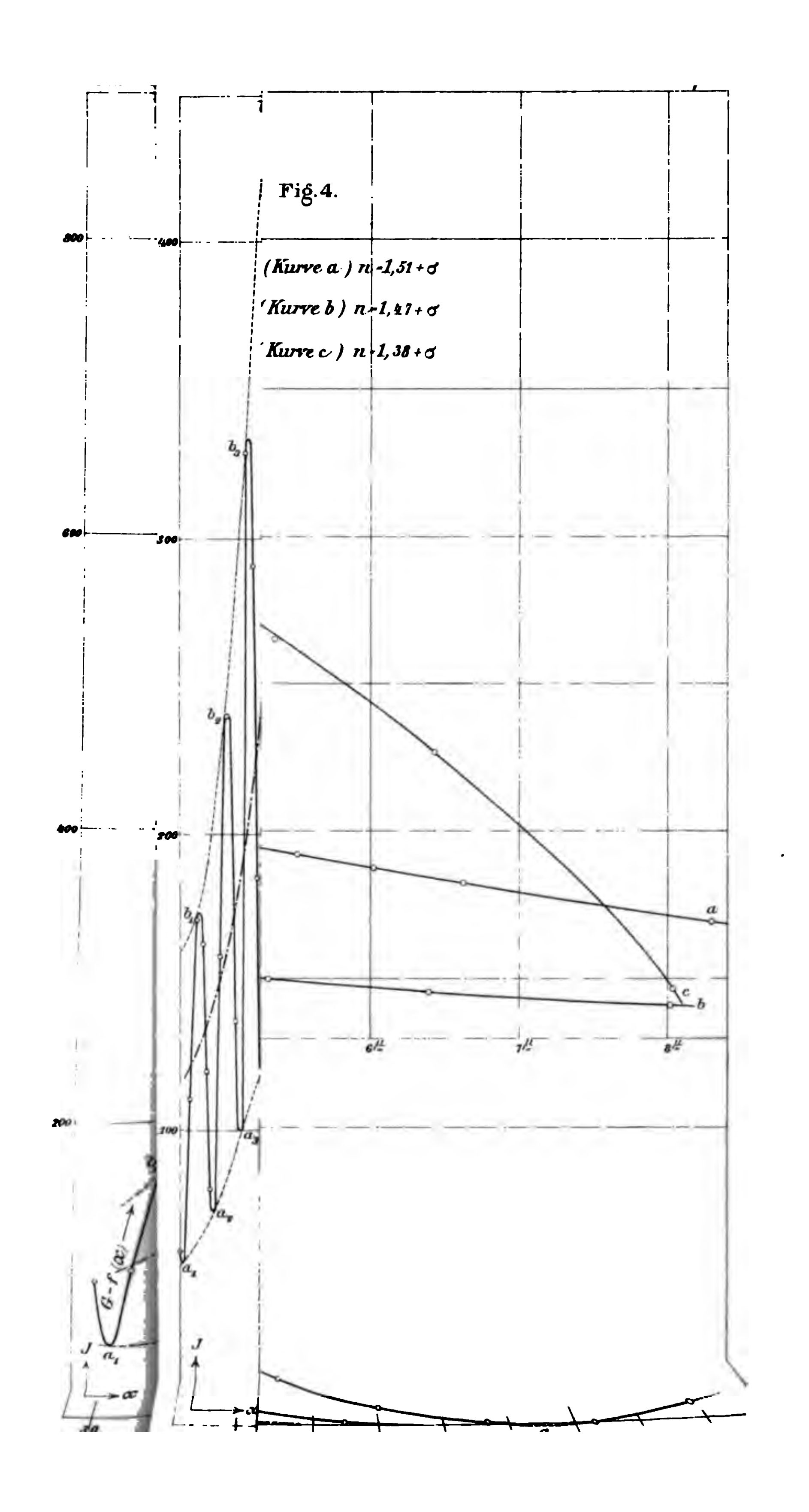
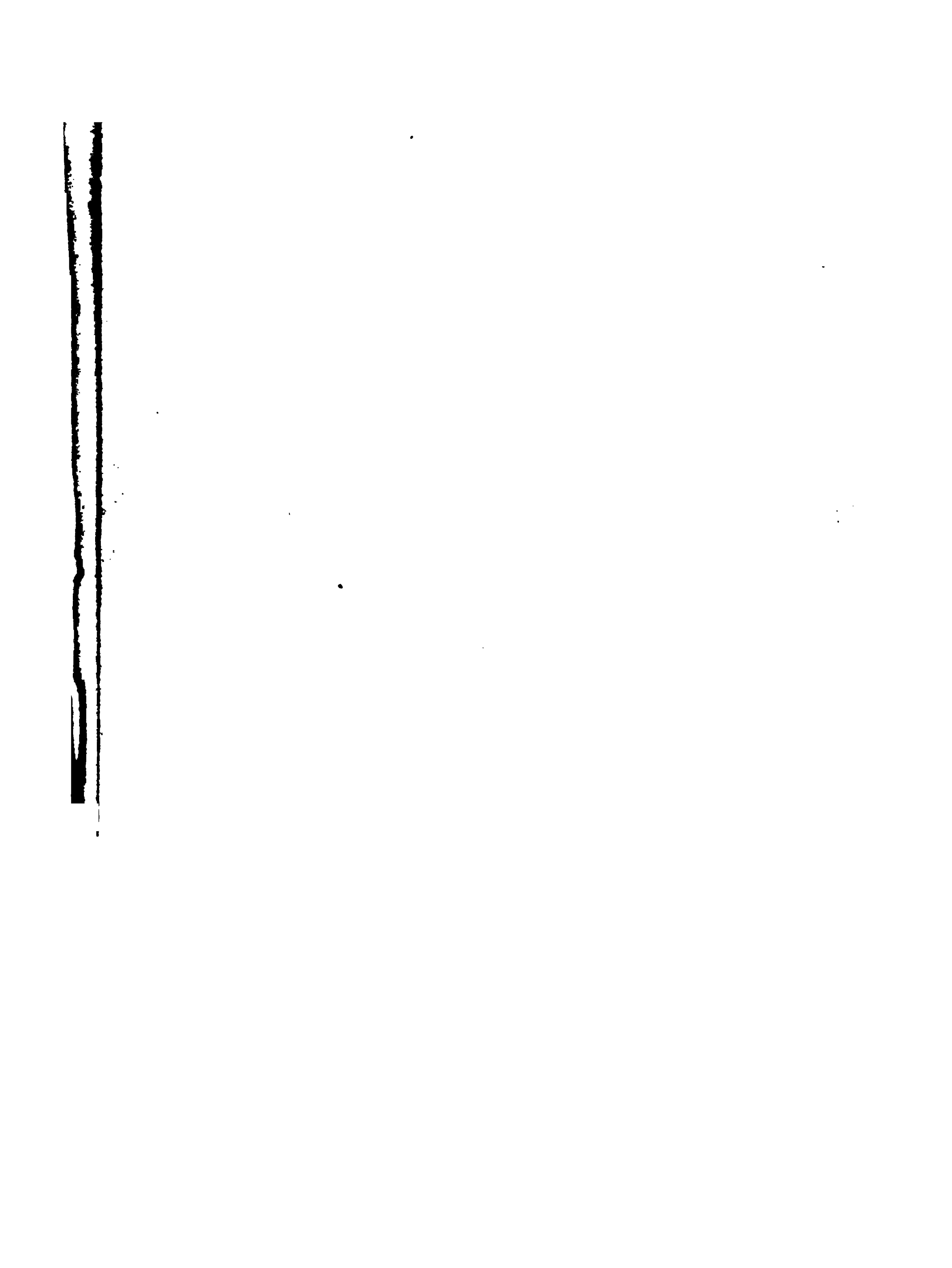
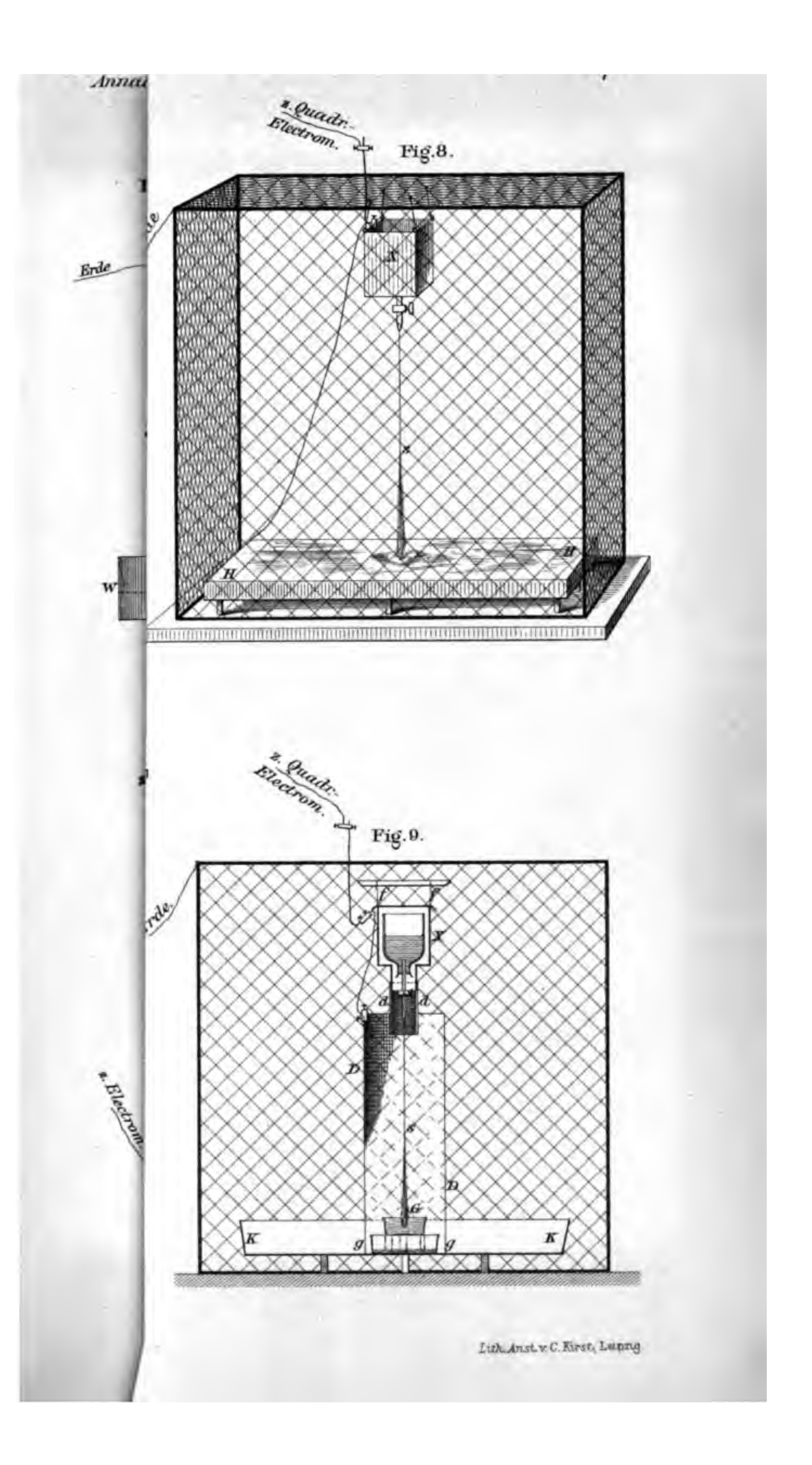
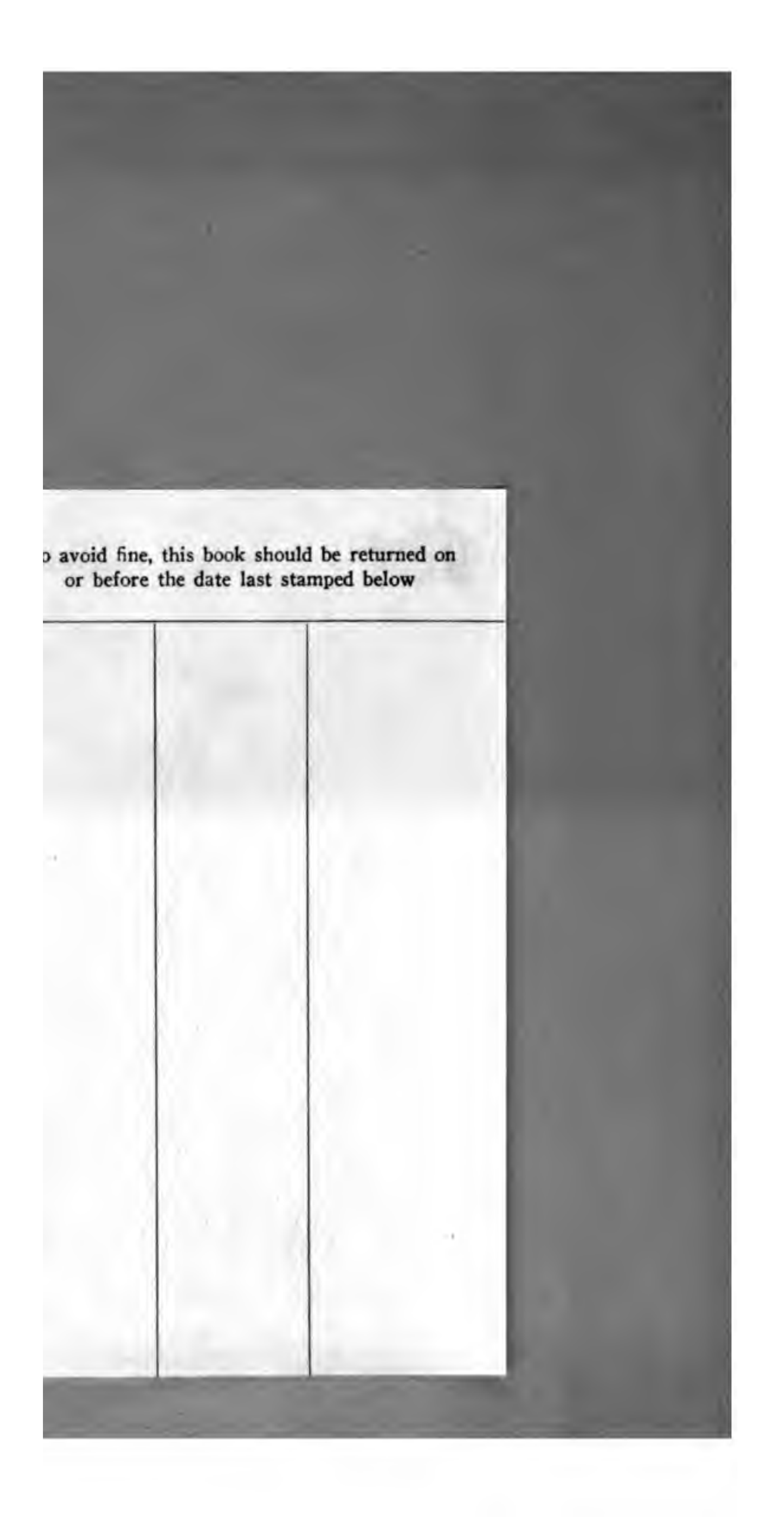


Fig. 4.
(Kurve a) n = 1,51 + σ
(Kurve b) n = 1,47 + σ
(Kurve c) n = 1,38 + σ
800
600
400
200
400
300
200
100
6
7
8
a
b
c
J
J
x




z. Quadr.-
Electrom.
Fig. 8.
Erde
N
H
H
z. Quadr.-
Electrom.
Fig. 9.
Erde.
N
d
d
D
D
G
K
g
g
K
z. Electrom.
Lith. Anst. v. C. Kirst, Leipzig





PHYSICS

